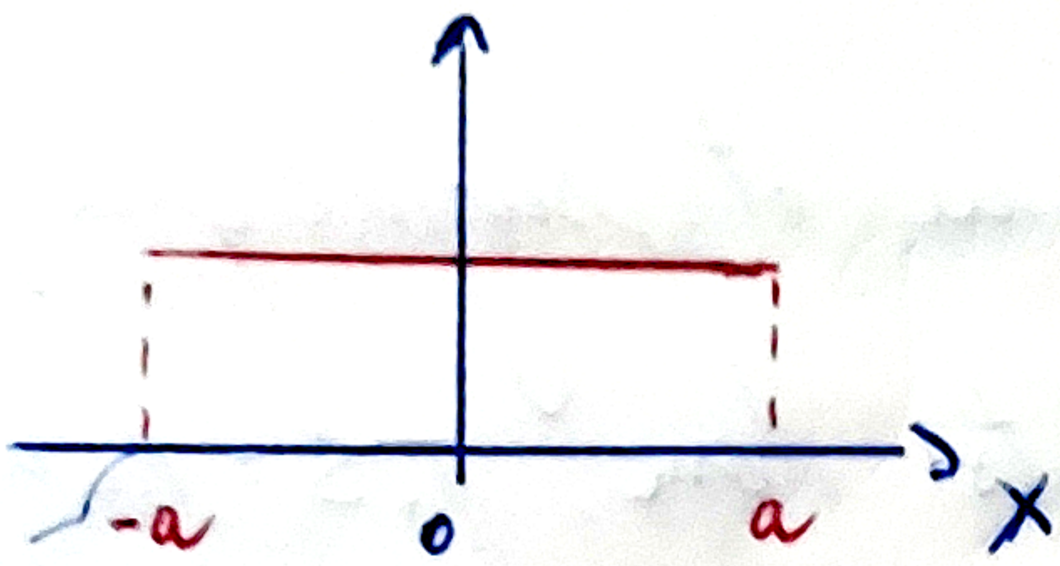
# OMPP

# TD1 - Correction

## Ex 1 : Calcul de charges totales

1)




La distribution de charges est linéique donc :

$$q = \int_l dq = \int_{x=-a}^{a} \lambda \, dx = \int_{-a}^{a} 2x \, dx$$

Ainsi $\boxed{q = [x^2]_{-a}^{a} = 0}$

la charge totale est nulle, en effet la partie $x \in [-a, 0]$ est chargée négativement et celle en $x \in [0, a]$ est chargé positivement

2) Pour une boule nous utilisons une intégrale volumique avec des coordonnées sphériques

$$q = \int_r \int_\theta \int_\varphi \rho_0 \, d\tau$$

Comme $\rho_0$ est constant on a $q = \rho_0 \iiint d\tau = \rho_0 V$

Ainsi $\boxed{q = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_0}$

## Ex 2 : Description surfacique

1) Ici encore $\rho$ est constant donc $\boxed{q = \rho_0 V = \rho_0 a b^2}$

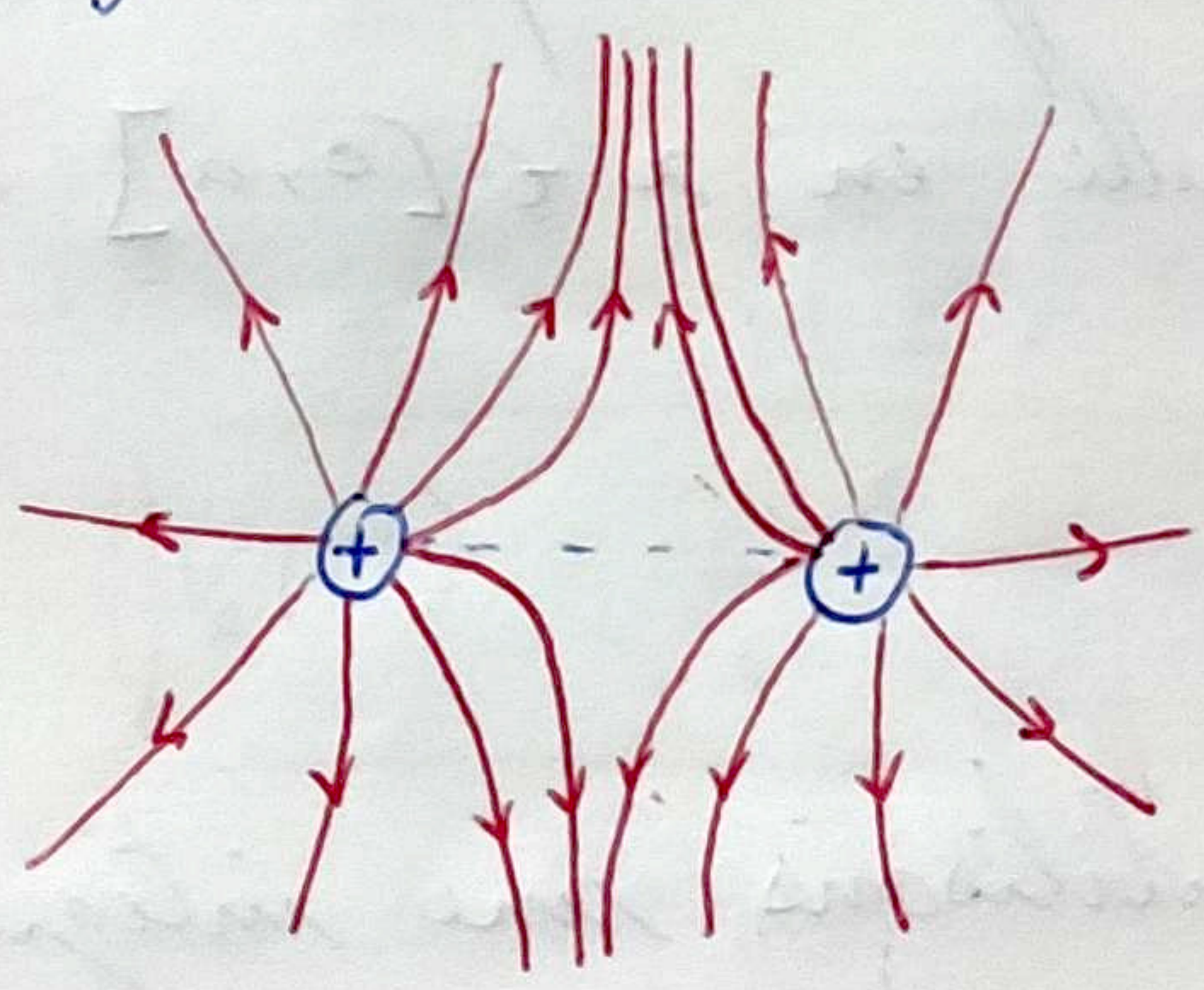
2) Dans une description surfacique avec une densité surfacique uniforme on a $q = \sigma_0 S$ avec $S$ la surface de la plaque, donc $q = \sigma_0 b^2$

Ici les deux modèles (volumique et surfacique) doivent donner les mêmes résultats donc $\sigma_0 S = \rho_0 a b^2$

Ainsi $\boxed{\sigma_0 = \rho_0 a}$

## Ex 3 : Lignes de champ

1)




2)

## Ex 4 : Charge d'un électron

1) Soit une boule chargée uniformément en surface

Sa charge totale est $q = \sigma S = \sigma \times 4\pi R^2$

Or $q = -e$ on a donc $\boxed{\sigma = -\dfrac{e}{4\pi R^2}}$

2) Dans ce cas $q = \rho V = \rho \dfrac{4}{3}\pi R^3$

Comme $q = -e$ on a $\boxed{\rho = -\dfrac{3e}{4\pi R^3}}$

## Ex 5 : Carré à 4 charges

1) Par définition $V_A(M) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 AM}$

$AM = \sqrt{AO^2 + OM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + z^2} = \sqrt{\dfrac{a^2}{2} + z^2}$

Ainsi $\boxed{V_A(M) = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{\dfrac{a^2}{2} + z^2}}}$

2) D'après le théorème de superposition : $V(M) = V_A(M)$

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) + V_C(M) + V_D(M)$$

Or $AM = BM = CM = DM$
et $q_A = q_B = q_C = q_D$
donc $V(M) = 4V_A(M)$

$$\boxed{V(M) = \frac{q}{\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{\frac{a^2}{2} + z^2}}}$$

3) $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}\, V$ par définition

Or ici $V(z)$ donc $\vec{E} = -\frac{dV}{dz}\vec{e_z}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{q}{\pi \varepsilon_0} \frac{z}{\left(\frac{a^2}{2} + z^2\right)^{3/2}} \vec{e_z}}$$