Travaux dirigés d'Optique 1 :
Bases de l'optique géométrique

École Centrale Pékin

Année 3

Application du cours

Exercice 1 : Lame à faces parallèles

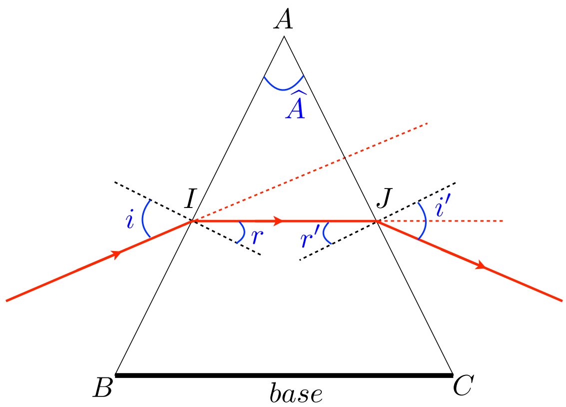
Une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice optique n est placée dans l'air.

1. Tracer le chemin suivi par un rayon.
2. Montrer que le rayon émergent ressort parallèlement au rayon incident, déplacé d'une distance d que l'on déterminera en fonction de l'angle d'incidence i, n et e.

S'entraîner

Exercice 2 : Le prisme

Le prisme est constitué d'un milieu transparent, homogène et isotrope d'indice n limité par deux dioptres plans non parallèles. L'angle au sommet du prisme est noté $\widehat{A}$. La coupe du prisme représentée sur le schéma ci-contre, est un triangle isocèle en A. Un rayon lumineux traversant le prisme est toujours dévié vers la base ($n > 1$ et le milieu extérieur est de l'air d'indice 1). On note D l'angle de déviation entre le rayon incident et le rayon émergent par l'autre face quand il existe.

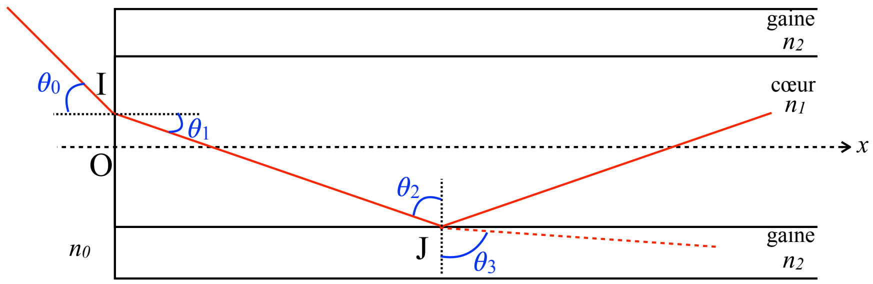


1. **Les lois du prisme :**
   a) Déterminer la relation reliant les angles r, r' et $\widehat{A}$.
   b) Exprimer l'angle de déviation D en fonction des angles $\widehat{A}$, i et i'.
   c) Écrire les lois de Descartes relatives aux deux réfractions sur les faces du prisme.
2. **Conditions d'émergence :**
   a) Montrer que la sortie du rayon par la deuxième face du prisme n'est possible que si $r' \leq \theta_0$ que l'on déterminera. En déduire que $i \geq i_0$ et déterminer i_0.
   b) En utilisant le principe de retour inverse de la lumière, montrer une seconde condition de sortie sur l'angle r
   c) Déduire des deux questions précédentes une condition de sortie sur $\widehat{A}$.
   d) Faire les applications numériques pour $n = 1,5$ et $\widehat{A} = 60°$. Conclure.

3. **Minimum de déviation :** on montre expérimentalement que l'angle D passe par un minimum D_m lorsque $i = i'$.
   a) Déterminer l'indice optique n en fonction des angles D_m et de $\widehat{A}$.
   b) En considérant le milieu du prisme comme dispersif avec un indice optique lié à la longueur d'onde λ par la loi de Cauchy :
   $$n = a + \frac{b}{\lambda^2}$$
   Déterminer ce qui émerge du prisme lorsque le rayon incident est un faisceau de lumière blanche.

Exercice 3 : Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique cylindrique d'axe (Ox) est constituée d'un cœur transparent, homogène et isotrope, d'indice de réfraction n_1 entouré d'une gaine, elle aussi transparente, homogène et isotrope, d'indice de réfraction $n_2 < n_1$. On note R le rayon du cœur. On étudie un rayon lumineux situé dans un plan contenant l'axe (Ox).



1. **Conditions de propagation :**
   a) Montrez que le rayon ne peut se propager à l'intérieur de la fibre que si l'angle d'incidence θ_2 est supérieur à un angle θ_{2m} que vous déterminerez en fonction de n_1 et n_2.
   b) La face d'entrée de la fibre est plane et normale à l'axe (Ox). On note θ_0 l'angle que fait le rayon avec la face d'entrée. Déterminez l'angle θ_{0m} correspondant à θ_{2m}, en fonction de n_0, n_1 et n_2.
   c) Application numérique : on donne $n_0 = 1.00$, $n_1 = 1.50$ et $\frac{n_2}{n_1} = 0.99$. Calculez θ_{2m} et θ_{0m}.
   d) On appelle ouverture numérique $(O.N.)$ la quantité :
   $$O.N. = n_0 \sin\theta_{0m}$$
   Exprimez $O.N.$ en fonction de n_1 et n_2.
   e) Calculez θ_{0m} et $O.N.$ pour une fibre d'indices $n_1 = 1.456$ (silice) et $n_2 = 1.410$ (silicone). Quelle serait la valeur de ces grandeurs pour une fibre à base d'arséniure de gallium d'indices $n_1 = 3.9$ et $n_2 = 3.0$? Commentez.
   f) L'atténuation de la lumière dans les fibres est due à l'absorption et la diffusion par le matériau qui la constitue. Elle se mesure en dB/km :
   $$A = \frac{10}{\ell}\log\left(\frac{\phi_1}{\phi_2}\right)$$
   où ϕ_1 et ϕ_2 désignent les flux du vecteur de Poynting à travers deux plans successifs (ϕ_1 :entrée et ϕ_2 :sortie) distants de ℓ, donnée en km.
   Déterminez l'atténuation pour une fibre pour laquelle le flux après $50km$ est 10% du flux en entrée.

2. **Transmission par fibre optique :** Lors de la transmission d'un signal par fibre optique, on veut réduire l'atténuation étudiée précédemment, et réduire l'élargissement temporel des impulsions. On suppose que les rayons incidents sont dans un cône de sommet O et de demi-angle au sommet θ_{0m}.

    a) Déterminer la différence $\Delta\tau_{max}$ des durées extrémales de propagation dans le cœur en fonction de la longueur L de la fibre, des indices n_1 et n_2 et de c.

    b) Calculez la différence $\Delta\tau_{max}$ pour $L = 1km$, $n_1 = 1.456$ et $n_2 = 1.410$. On prendra $c = 3 \times 10^8 m/s$.

    c) On envoie à l'entrée de la fibre des impulsions lumineuses très courtes de durée δT avec une période T (on suppose $\delta T << T$). Quelle est valeur minimale de T pour que les impulsions soient séparées à la sortie ?

    d) En transmission numérique, on exprime le résultat en nombre maximum de bit par seconde. Un bit correspond à la présence ou à l'absence d'impulsion. Que vaut le débit en b/s (bits par seconde) de cette fibre ? Comparer au standard téléphonique ($64kb/s$). Comment peut-on augmenter ce débit ? Commenter