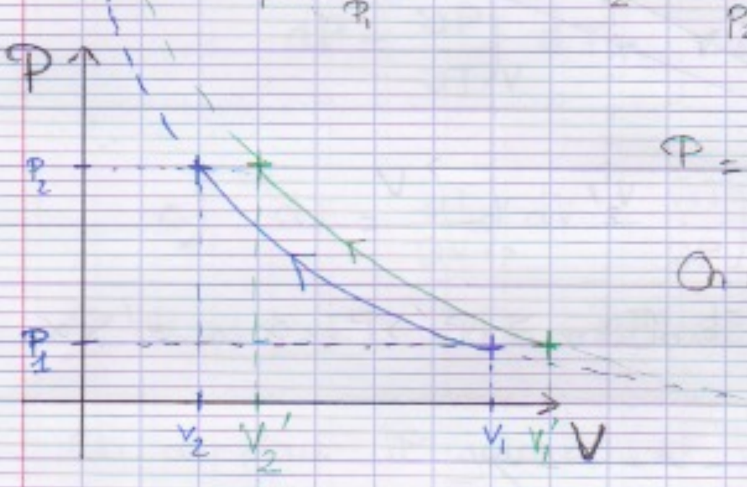
TD 1 : Thermodynamique

Exercice 1

1) • Transformation entre P_1 et $P_2 > P_1$ à T fixé

donc $V_1 = \frac{nRT}{P_1}$ et $V_2 = \frac{nRT}{P_2} < V_1$ car $P_2 > P_1$

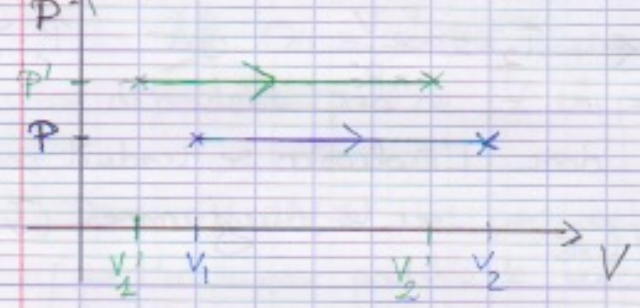


$P = \frac{nRT}{V}$ donc $P \propto \frac{1}{V}$

On a une branche de parabole (Courbe bleue)

• Si $T' > T$ alors $V_1' > V_1$ → Courbe en Vert
(toujours entre P_1 et P_2) $V_2' > V_2$

2) $T_2 > T_1$ donc $V_2 = \frac{nRT_2}{P} > V_1 = \frac{nRT_1}{P}$



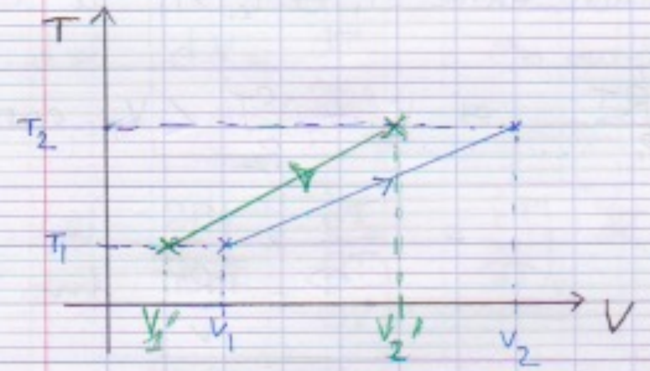
Ici on a une droite horizontale car P est constant, on a donc pas l'information de l'évolution de la température dans ce diagramme.

• Pour $P' > P$ $V_1' < V_1$ et $V_2' < V_2$

3) Idem que 2) sauf que cette fois-ci on représente T et V au lieu de P et V, ce qui permet de voir l'évolution de T en même temps que V.

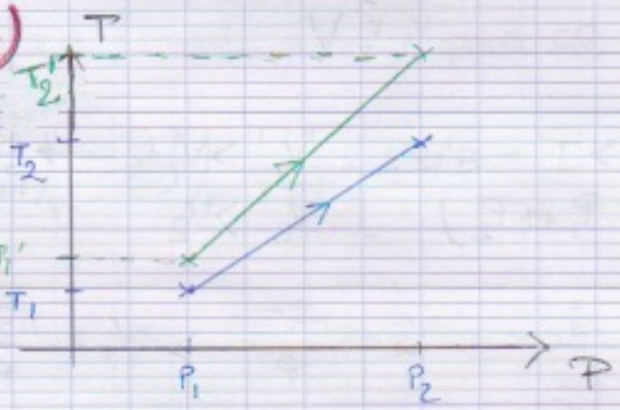
Comme $V = \frac{nRT}{P}$ on a $T = \alpha V$ donc on a des segments de droites.

Le coefficient directeur est $\alpha = \frac{P}{nR}$



• Pour une évolution à $P' > P$ on a $\alpha' > \alpha$

4)



• $T_1 = \frac{P_1 V}{nR} < T_2 = \frac{P_2 V}{nR}$ car $P_2 > P_1$

$T = \underbrace{\frac{V}{nR}}_{\text{Cst car V fixé}} \cdot P$ donc l'évolution se traduit par une droite sur le diagramme (T,P)

• $T_1' > T_1$ et de même que pour 3) le coefficient
$T_2' > T_2$ directeur est différent pour la 2ème
(car $V' > V$) évolution (courbe verte)

Exercice 2

1) **a)** P est une fonction de V et T donc :

$$dP = \left.\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$$

b) Si V est fixé, $dV = 0$ d'où :

$$dP = \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT \qquad (*)$$

c) $dT = \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV + \left.\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP$

Si V est fixé : $\boxed{dT = \left.\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V dP}$

On remplace dP grâce à (*) :

$$dT = \left.\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \times \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT \quad \text{d'où} \quad \left.\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \cdot \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = 1$$

d'où $\boxed{\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{\left.\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V}}$

d) On a utilisé que des opérations générales qui ne dépendent pas de V en particulier, pour démontrer c)

Donc $\forall$ x, y, z liés par une relation d'état $\phi(x,y,z) = 0$

(que l'on suppose possible de réécrire $x = f(y,z)$
ou $y = g(x,z)$
ou $z = h(x,y)$)

Alors $\left.\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z = \frac{1}{\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right)_z}$

2) Cas général $dP = \left.\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$

Si P est constant, alors $\boxed{dP = 0 = \left.\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT}$ (*)

Or $dT = \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV + \left.\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \underbrace{dP}_{=0 \text{ car } P \text{ fixé}}$

d'où $\boxed{dV = \frac{dT}{\left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P}}$ On remplace cette expression dans (*)

(*) : $\left.\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \times \frac{\cancel{dT}}{\left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P} + \left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \cancel{dT} = 0$

(*) : $\boxed{\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = -\frac{\partial P/\partial V)_T}{\partial T/\partial V)_P}}$

---

3) La formule de 2) peut se réécrire :

$$\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \frac{1}{\left.\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} = -1$$

On utilise 1) pour dire $\frac{1}{\left.\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T} = \left.\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

d'où $\boxed{\left.\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left.\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P \left.\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -1}$

Exercice 3

1) Quand la température du gaz dans l'enceinte varie, sa pression (et son volume) aussi ce qui déplace la colonne d'eau. On peut donc "lire" la température en regardant la hauteur de la colonne d'eau.

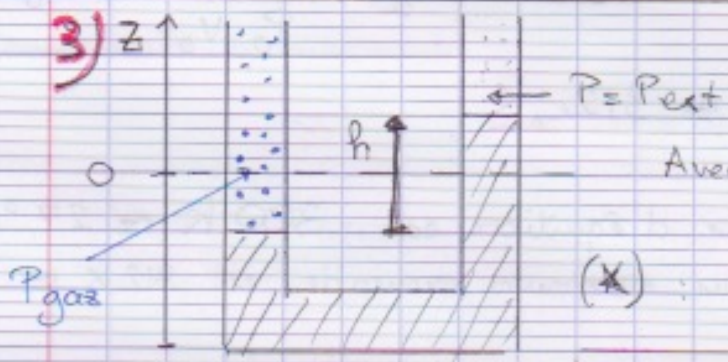
⚠ On peut tout de suite remarquer que, étant donné $V_0 = 5\,10^{-3}\,m^3$ et la section $A = 5\,10^{-5}\,m^2$, la variation de la hauteur de la colonne d'eau entraîne une variation de volume $\Delta V = A\Delta h/2$ sans doute $\ll V_0$ (car Δh ne peut pas être de l'ordre de 100 m !!).

Mais dans l'énoncé, on ne nous dit pas de faire de simplification, on va donc considérer V variable même si l'on s'attend à ce que celui-ci varie très peu de V_0.

2) $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$ (car hydro statique)

donc $\boxed{\rho\vec{g} - \vec{\text{grad}}(P) = 0}$ (*)

3)



Avec l'axe z vers le haut

(*) : $\dfrac{\partial P}{\partial z} = -\rho g$

$$\boxed{P = P_0 - \rho g z}$$

En $z = h/2$ $P = P_{ext}$ donc $\boxed{P_0 = P_{ext} + \rho g \frac{h}{2}}$

$$\boxed{P = P_{ext} + \rho g\left(\frac{h}{2} - z\right)}$$

En $z = -h/2$ $P(-h/2) = P_{ext} + \rho g h = P_{gaz}$

d'où $\boxed{\Delta P = \rho g h.}$

4) Comme dit dans la question $\underline{1}$) :

$\Delta V = A \times \Delta h / 2$

d'où $\boxed{\Delta P = \rho g \frac{2 \Delta V}{A}}$

---

5) L'eau déborde si $\frac{h}{2} \geqslant 0{,}2$ m $\Rightarrow h_{max} = 0{,}4$ m

$P_{max}^{gaz} = P_{ext} + \rho g h_{max}$

$V_{max}^{gaz} = V_0 + \frac{A h_{max}}{2} \quad (\simeq V_0)$

Or le gaz dans l'enceinte est considéré comme un gaz parfait, donc $\boxed{T_1 = T_{max} = \frac{P_{max} V_{max}}{nR}}$

On ne connait pas n mais on sait qu'à l'équilibre $\boxed{P_0 V_0 = nRT_0}$

d'où $\boxed{T_1 = \frac{P_{max} V_{max}}{P_0 \, V_0} T_0}$

A.N : $\underline{T_1 \simeq 312 \text{ K}}$

---

6) La valeur d'équilibre est 300 K $\simeq 27$ °C
La valeur maximum mesurable est 312 K $\simeq 39$ °C

Il y a peu d'écart entre ces valeurs, alors que le tube en U est assez grand (0,4 m). Ce n'est pas très bien quand on vit dans un endroit où il y a des fortes variations de températures comme 北京!

On utilisait du mercure car :

- $\rho_{mercure} > \rho_{eau}$ donc on peut mesurer des grandes variations de T
- Le mercure ne gèle pas à 0°C !