Francais des sciences - PHYSIQUE 2

Grandeurs physiques, unités et analyse dimensionnelle

École Centrale Pékin

Année 1

Table des matières

2.3.4 Multiples d'unité

Une même grandeur physique peut avoir une valeur appartenant à un grand intervalle (de la taille du noyau atomique (原子核) 10^{-15} m à la taille de l'univers observable (可观测宇宙) 10^{26} m). Pour éviter d'utiliser des puissances de dix ou un trop grand nombre de zéro, on ajoute des **préfixes** (avant le nom de l'unité) :

multiple	10^{-15}	10^{-12}	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{1}	10^{2}	10^{3}	10^{6}	10^{9}	10^{12}	10^{15}
préfixe	femto	pico	nano	micro	milli	centi	déci	déca	hecto	kilo	méga	giga	téra	péta
symbole	f	p	n	μ	m	c	d	da	h	k	M	G	T	P

Table 1 – Préfixe du système des unités et noms correspondants

2.3.5 Quelques unités qui n'appartiennent pas au SI

Pour des raisons pratiques ou par habitude, certaines unités qui n'appartiennent pas au Système International sont utilisées. Plusieurs exemples sont donnés dans le tableau 2

Grandeur physique	**Nom**	**Valeur en SI**
Longueur	Mile marin	1 mile $= 1852$ m
	Yard	1 yard $= 0,9144$ m
	Unité astronomique	1 ua $= 1,50 \times 10^{11}$ m
	Année lumière	1 al $= 9,461 \times 10^{15}$ m
Surface	Are	1 a $= 100$ m^2
Volume	Litre	1 L $= 10^{-3}$ m^3
Angle	Tour	1 tr $= 2\pi$ rad
	Degré	$1° = \frac{\pi}{180}$ rad
Masse	Tonne	1 t $= 10^3$ kg
	gramme	1 g $= 10^{-3}$ rad
Énergie	Wattheure	1 Wh $= 3600$ J
	Électronvolt	1 eV $= 1,6 \times 10^{-19}$ J
	Calorie	1 cal $= 4,18$ J
Pression	Bar	1 bar $= 10^5$ Pa
	Atmosphère	1 atm $= 1,013 \times 10^5$ Pa
Temps	Minute	1 min $= 60$ s
	Heure	1 h $= 3600$ s
Vitesse	Kilomètre par heure	1 km.h$^{-1} = \frac{1}{3,6}$ m.s^{-1}
	Nœud	1 nœud $= \frac{1852}{3600}$ m.s^{-1}
Vitesse angulaire	Tour par seconde	1 tr.s$^{-1} = 2\pi$ rad.s^{-1}
Température	Degré Celsius	T (en °C) = T (en K) $- 273,15$

Table 2 – Exemples d'unités n'appartenant pas au SI

2.4 Règles pour écrire la valeur d'une grandeur physique

Pour écrire la valeur numérique d'une grandeur physique, il faut respecter des **règles** :

- **Règle 1 :** la valeur numérique doit être écrite avec le bon nombre de chiffres significatifs
- **Règle 2 :** il faut écrire l'unité dans la base SI ou avec une unité dérivée du SI

✎ Ecrire correctement les grandeurs suivantes : $m = 262\ \mu g$, $L = 1,23\ km$, $t =\ 128\ ns$

✎ Une voiture roule $10,3\ km$ en $0,213\ h$, exprimer correctement sa vitesse.

3 Dimension et homogénéité

3.1 Notion de dimension

3.1.1 Définition

Définition: Toute grandeur physique s'exprime dans une unité qui définit sa *nature*. On nomme **dimension** cette *nature*.

Il ne faut pas confondre **unité** et **dimension** : par exemple une distance peut s'exprimer en mètre, en yard ou en kilomètre, mais elle a une seule dimension, une **longueur**. Par convention, on donnera la dimension d'une grandeur en fonction de **7 dimensions fondamentales**.

3.1.2 Les 7 dimensions de base du SI

Chacune des sept grandeurs de base du SI a sa dimension, représentée symboliquement par **une seule lettre majuscule**. Les symboles utilisés pour indiquer la dimension des grandeurs de base sont les suivants :

Grandeur de base	Unité SI	Symbole de la dimension
longueur	mètre (m)	L
masse	kilogramme (kg)	M
temps	seconde (s)	T
courant électrique	ampère (A)	I
température	kelvin (K)	Θ
quantité de matière	mole (mol)	N
intensité lumineuse	candela (cd)	J

TABLE 3 – Dimension du SI

Notation (记法) : la dimension d'une grandeur est notée **entre crochet**. Par exemple, si l'on veut désigner la dimension de la grandeur G, on écrira [G]. Si G désigne une longueur, on a donc [G] = L.

Certaines grandeurs peuvent être **sans dimension** : c'est le cas de toutes les grandeurs définies comme le rapport (la division) de deux grandeurs de même dimension.

Règle de comparaison : en physique, on ne compare que des grandeurs **homogènes**, c'est-à-dire de même dimension.

3.1.3 Les dimensions dérivées : équation aux dimensions

Toutes les **grandeurs dérivées** peuvent être exprimées **en fonction des grandeurs de base** à l'aide des **équations de la physique**. Les dimensions des grandeurs dérivées sont alors écrites sous la forme de produits de puissances des dimensions des grandeurs de base au moyen des équations qui relient les grandeurs dérivées aux grandeurs de base.

La dimension [G] d'une grandeur G s'écrit sous la forme d'un produit dimensionnel nommé **équation aux dimensions** :

$$[G] = \mathrm{L}^{\alpha}.\mathrm{M}^{\beta}.\mathrm{T}^{\gamma}.\mathrm{I}^{\delta}.\Theta^{\epsilon}.\mathrm{N}^{\zeta}.\mathrm{J}^{\eta}$$

où les exposants alpha (α), béta (β), gamma (γ), delta (δ), epsilon (ϵ), zéta (ζ), et éta (η) sont appelés *exposants dimensionnels* (petits nombres positifs, négatifs ou nuls)

<u>exemple :</u> Déterminons la dimension de l'énergie E. Pour faire cela nous allons chercher une relation entre E et des grandeurs de base ou des grandeurs de dimension connue.

L'énergie cinétique s'écrit : $E = \frac{1}{2}mv^2$ donc $[E] = [m].[v]^2 = M.\left(\frac{L}{T}\right)^2$

Ainsi :

$$\boxed{[E] = M.L^2.T^{-2}}$$

✎ Déterminer la dimension des grandeurs dérivées présentes dans le tableau.

Grandeur	Unité SI	Symbole de l'unité	Dimension
Énergie	joule	J	M L^2 T^{-2}
Force	newton	N	
Charge électrique	coulomb	C	
Puissance	watt	W	
Résistance électrique	ohm	Ω	
Inductance	henry	H	
tension électrique	volt	V	
Capacité électrique	farad	F	

✎ Déterminer l'équation aux dimensions de la constante de gravitation universelle $\mathcal{G}$. En déduire son unité SI.

3.1.4 Les grandeurs adimensionnées

Certaines grandeurs dérivées G sont définies par une équation aux dimensions telle que tous les exposants dimensionnels entrant dans l'expression de la dimension de G sont **égaux à zéro**. Ces grandeurs sont décrites comme étant **"sans dimension"**, ou de **"dimension un"** car on note [G] = 1.

exemple : La densité d'un liquide s'écrit $d = \dfrac{\rho_l}{\rho_0}$ où ρ_l est la masse volumique du liquide et ρ_0 la masse volumique de l'eau.

On a $[d] = \dfrac{[\rho_l]}{[\rho_0]} = \dfrac{M.L^3}{M.L^3} = 1$

3.2 Application : règles d'homogénéité

Sauf indication contraire de l'énoncé, on fait tous les calculs sous forme **littérale** (en conservant les symboles des différentes grandeurs physiques). On ne réalise l'**application numérique** que lorsque le calcul est terminé. Cela permet de **vérifier l'homogénéité** de la relation car :

Un résultat non homogène est toujours faux.

Règles d'homogénéités :

- Les deux membres d'une égalité ou d'une inégalité doivent avoir la même dimension : si $\mathrm{A} = \mathrm{B} + \mathrm{C}$ alors $[\mathrm{A}] = [\mathrm{B}] = [\mathrm{C}]$
- Soient trois grandeurs A, B et C :
  — si $\mathrm{A} = \mathrm{B} \times \mathrm{C}$ alors $[\mathrm{A}] = [\mathrm{B}] \times [\mathrm{C}]$
  — si $\mathrm{A} = \dfrac{\mathrm{B}}{\mathrm{C}}$ alors $[\mathrm{A}] = [\mathrm{B}] \times [\mathrm{C}]^{-1}$
  — si $\mathrm{A} = \mathrm{B}^{\mathrm{x}} \times \mathrm{C}^{\mathrm{y}}$ alors $[\mathrm{A}] = [\mathrm{B}]^{\mathrm{x}} \times [\mathrm{C}]^{\mathrm{y}}$
- Un nombre réel est sans dimension
- L'argument d'une fonction mathématique (exponentielle, logarithme, cosinus...) doit être sans dimension
- Dimension d'une fonction dérivée :

$$\left[\frac{dy}{dx}\right] = \frac{[y]}{[x]} \quad \text{et} \quad \left[\frac{d^2y}{dx^2}\right] = \frac{[y]}{[x]^2}$$

✎ Donner les dimensions de toutes les grandeurs dans les deux équations suivantes :

■ $x = \dfrac{1}{2}gt^2 + v_0t$ sachant que x est une longueur et t un temps.

■ $u = U_0\sqrt{2}e^{-\alpha t}\cos(\omega t + \varphi)$ sachant que u est une tension électrique et t un temps.