OMPP 3
Courants et champ magnétostatique

École Centrale Pékin

2019-2020

Table des matières

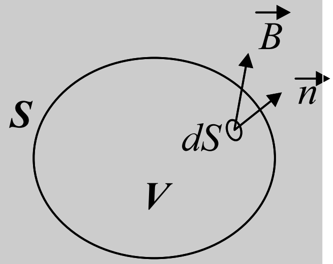
4 Topographie du champ magnétostatique

4.1 Flux du champ magnétique

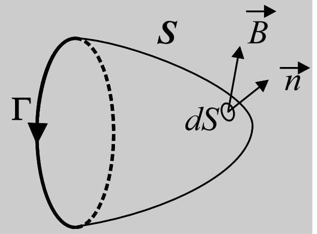
■ **Le champ magnétique est à flux conservatif**

Soit une surface $\mathcal{S}$ fermée décrivant un volume $\mathcal{V}$, on a alors :

$$\boxed{\oiint_{M\in\mathcal{S}} \overrightarrow{B}(M,t)\cdot d\overrightarrow{S}_{ext}(M) = 0}$$



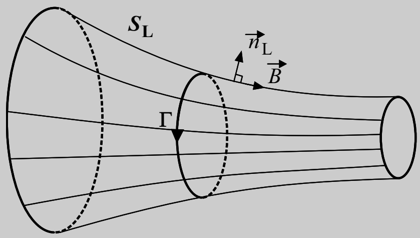
■ **Le flux de $\vec{B}(M,t)$ à travers $\mathcal{S}$ ne dépend pas de $\mathcal{S}$ mais uniquement du contour Γ sur lequel s'appuie $\mathcal{S}$.**



✎ Démontrer la deuxième propriété du champ magnétique en utilisant que le champ magnétique est à flux conservatif.

■ Soit le champ vectoriel $\vec{B}(M,t)$ à flux conservatif. Soit une surface $\mathcal{S}_{lat}$ engendrée par un ensemble de lignes de champ de $\vec{B}$ passant par les points d'un contour fermé. On obtient ainsi un tube de champ.

À travers une section quelconque du tube de champ, le flux de $\vec{B}$ se conserve.



✎ Démontrer la propriété précédente en utilisant le fait que $\overrightarrow{B}$ soit à flux conservatif.

Conséquence qualitative : quand la section d'un tube de champ diminue, la norme de $\vec{B}$ augmente.

4.2 Propriétés des lignes de champ

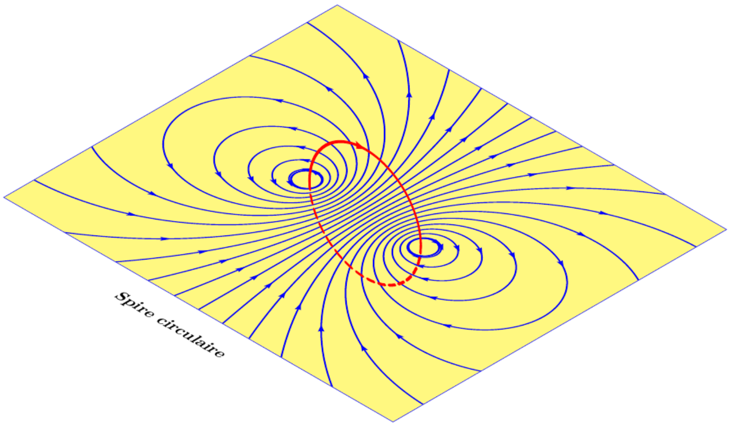
1. **Les lignes de champ magnétostatique sont symétriques par rapport à un plan de symétrie ou d'antisymétrie des sources.**
2. **Les lignes de champ magnétostatique coupent orthogonalement un plan de symétrie des sources.**
3. **La valeur du champ magnétostatique varie le long d'un tube de champ de section variable : il s'accroît lorsque les lignes de champ se resserrent.**
4. **Alors que les lignes de champ électrostatique sont toujours ouvertes [a] au contraire les lignes de champ magnétostatique sont toujours fermées [b].**
5. **Les lignes de champ entourent les sources du champ et sont orientées par la règle de la main droite**

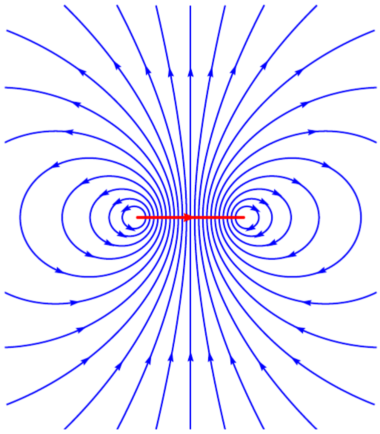
a. Cette propriété vient du fait que $\oint_{M\in(\Gamma)} \overrightarrow{E}(M).d\overrightarrow{\ell} = 0$

b. Cette propriété vient du fait que $\oiint_S \overrightarrow{B}(M).d\overrightarrow{S} = 0$

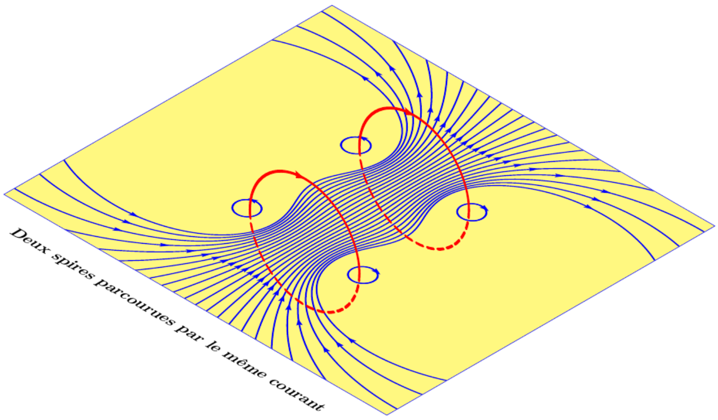
4.3 Exemples

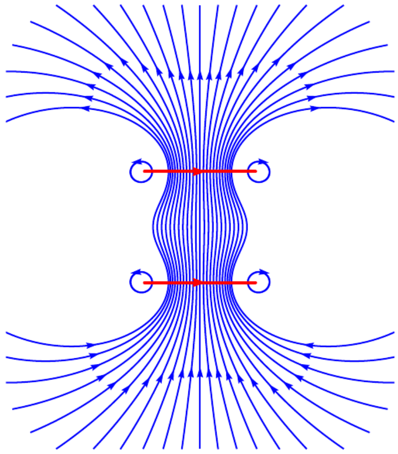
■ Spire circulaire parcourue par un courant stationnaire





■ Deux spires circulaires parcourues par des courants stationnaires de même intensité





■ Solénoïde cylindrique de longueur finie parcouru par un courant stationnaire

Un solénoïde est un enroulement de spires circulaires (rayon R) jointive (cf. figure 2) ou non (cf. figure 1) parcourues par un courant d'intensité I. On note en général L sa longueur et n le nombre de spires par mètre.

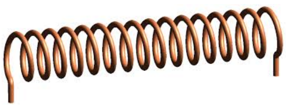
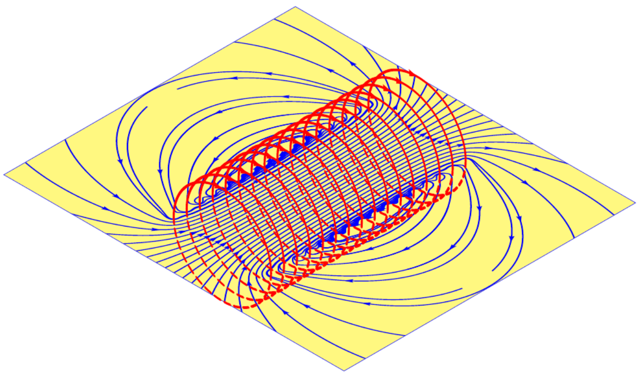


Figure 1 – Solénoïde à spires non jointives

Figure 2 – Solénoïde à spires jointives



5 Théorème d'Ampère

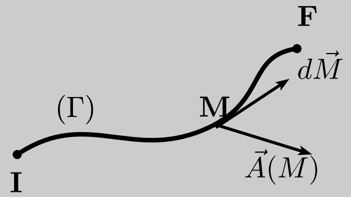
5.1 Circulation d'un champ de vecteurs

■ **On définit la *circulation élémentaire* au point M notée $\delta\mathcal{C}(M)$ du champ de vecteurs permanent $\left\{\vec{A}(M) \text{ où } M \in \mathcal{D}\right\}$ par :**

$$\boxed{\delta\mathcal{C}(M) \triangleq \vec{A}(M) \cdot d\vec{M}}$$

■ **Soit (Γ) une courbe reliant deux points I et F (et située dans $\mathcal{D}$). On nomme *circulation du champ de vecteurs* $\left\{\vec{A}(M) \text{ où } M \in \mathcal{D}\right\}$ de I à F le long de (Γ), l'intégrale de la circulation élémentaire $\delta\mathcal{C}(M)$ lorsque M va de I à F :**

$$\boxed{\mathcal{C}_{I\,(\Gamma)}^{F} \triangleq \int_{I\ M\in(\Gamma)}^{F} \delta\mathcal{C}(M) = \int_{I\ \ M\in(\Gamma)}^{F} \overrightarrow{A}(M).d\overrightarrow{M}}$$



A priori, la circulation $\mathcal{C}_{I\,(\Gamma)}^{F}$ du champ de vecteurs *dépend du chemin* (Γ) *emprunté* pour aller de I à F.

■ **Un champ $\overrightarrow{A}(M)$ est dit à *circulation conservative* lorsque sa circulation est indépendante du chemin suivi pour aller de I à F.**

En particulier pour un champ à circulation conservative le long d'un contour *fermé* :

$$\boxed{\mathcal{C}_{(\Gamma)} = \oint_{(\Gamma)} \overrightarrow{A}(M).d\overrightarrow{M} = 0}$$

Le champ électrostatique est un exemple de champ à circulation conservative.

5.2 Enoncé

Soit un contour fermé et <u>orienté</u>, la circulation du champ magnétostatique le long de ce contour est égale au produit de la perméabilité du vide μ_0 par l'intensité enlacée I_{enl} par le contour :

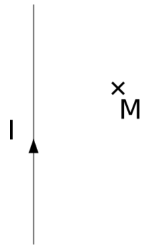
$$\boxed{\oint_{M\in(\Gamma)} \overrightarrow{B}(M).d\overrightarrow{\ell} = \mu_0 \underbrace{\iint_{M\in(S)} \overrightarrow{j}(M).d\overrightarrow{S}(M)}_{\triangleq I_{enl}}}$$

La surface élémentaire $d\overrightarrow{S}(M)$ est orientée selon la règle de la main droite par rapport au contour fermé.

5.3 Applications du théorème d'Ampère

■ Champ magnétique créé par un fil infini

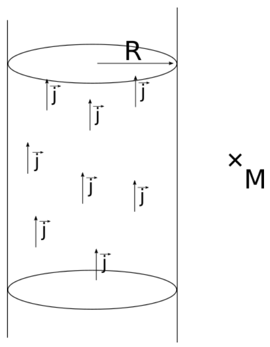
✎ Calculer le champ magnétique en tout point de l'espace créé par un fil infini parcouru par un courant stationnaire d'intensité I.



■ Champ magnétique créé par un cylindre plein

Un fil conducteur assimilé à un cylindre infini de rayon a et d'axe Oz est parcouru par une courant d'intensité I uniformément répartie sur la section du fil.

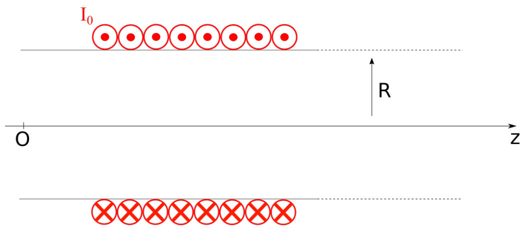
✎ Calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.



■ Champ magnétique créé par un solénoïde cylindrique infini

On considère désormais un solénoïde *infini* de rayon R. On admet que le champ magnétique est nul en dehors du solénoïde,

✎ Montrer que le champ magnétique est uniforme dans le solénoïde et vaut : $\boxed{\vec{B} = \mu_0 n I \vec{u}_z}$



Cette relation doit retenue car elle est très classique et permet, entre autre, de vérifier la dimension d'expressions du champ magnétique.