

# OMPP 3

## Courants et champ magnétostatique

École Centrale Pékin

2019-2020

### Table des matières

<b>6</b>	<b>Calcul direct de champ magnétique</b>	<b>2</b>
6.1	Méthode . . . . .	2
6.2	Exemples de calculs par la loi de Biot et Savart . . . . .	3

## 6 Calcul direct de champ magnétique

### 6.1 Méthode

La démarche à suivre pour déterminer un champ magnétique est la suivante :

1. L'étude des plans de (anti)symétrie de la distribution de courants contenant le point M considéré, permet de déterminer la direction du champ en M :  $\vec{B}(M)$ .
2. L'étude des invariances de la distribution de courants, permet de déterminer de quelles coordonnées **les composantes** du champ magnétique dépendent.
3. On peut alors déterminer complètement le champ magnétique :

- Soit par l'utilisation du théorème d'Ampère si le champ magnétique est de «**haute symétrie**» (cf 5.) :

- a) on choisit un contour «mathématique» fermé ( $\Gamma$ ) passant par le point M où l'on cherche à déterminer le champ. Ce choix respecte en général la symétrie et on se trouve souvent dans deux cas de figure :

- ou bien  $d\vec{\ell}(P)$  et  $\vec{B}(P)$  sont colinéaires,
- ou bien ils sont orthogonaux.

Dans les deux cas  $\vec{B}(P) \cdot d\vec{\ell}(P)$  s'évalue aisément.

- b) On calcule  $\oint_{P \in (\Gamma)} \vec{B}(P) \cdot d\vec{\ell}$  ce qui se fait sans difficulté comme on l'a évoqué au point 3a.

- c) On calcule  $\mu_0 \underbrace{\iint_{P \in (S)} \vec{j}(P) \cdot d\vec{S}(P)}_{\triangleq I_{enl}}$ .

- d) On «rabiboche» les bouts. On en déduit le champ magnétique.

- Soit par un calcul direct (loi de Biot et Savart).

$$\boxed{d\vec{B}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{C}(P) \wedge \overrightarrow{PM}}{\|\overrightarrow{PM}\|^3}}$$

- si la distribution est linéique :  $d\vec{C}(P) = I(P)d\vec{\ell}$  (le sens de  $d\vec{\ell}$  est imposé par la flèche d'orientation de I) ;
- si la distribution est surfacique :  $d\vec{C}(P) = \vec{j}_s(P)dS(P)$  ;
- si la distribution est volumique :  $d\vec{C}(P) = \vec{j}(P)d\tau(P)$ .

## 6.2 Exemples de calculs par la loi de Biot et Savart

### 6.2.1 Champ magnétique créé sur l'axe d'une spire circulaire

On considère une spire de rayon  $R$  parcourue par un courant stationnaire d'intensité  $I$  (voir figure 1).

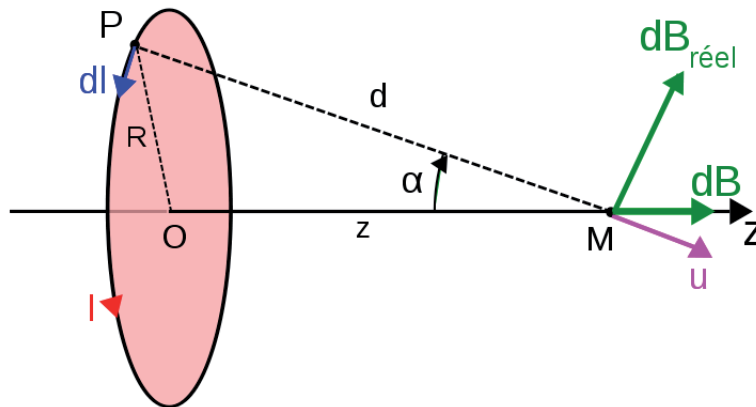




FIGURE 1 – Spire parcourue par un courant : notations

 Montrer que le champ magnétique en tout point  $M(z)$  de l'axe de révolution de la spire s'écrit

$$\vec{B}(z) = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{u}_z.$$

 Comment est modifié le résultat si la spire est remplacée par un bobinage de  $N$  spires d'extension spatiale similaire à celle d'une spire ?

### 6.2.2 Champ magnétique créé par un segment de courant

On dispose d'un segment parallèle à l'axe  $z$  parcouru par un courant  $i$ .

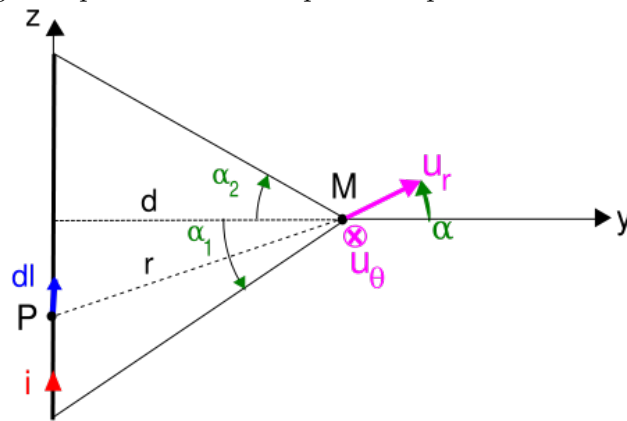




FIGURE 2 – Schéma du segment

 Montrer que le champ magnétique en un point  $M$  situé à une distance  $d$  du segment s'écrit

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{4\pi d} (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1) \vec{u}_\theta$$

 Que devient ce résultat lorsque le fil est infini. Commenter

### 6.2.3 Champ magnétique créé sur l'axe d'un solénoïde cylindrique de longueur finie

Un solénoïde est un enroulement de spires circulaires (rayon  $R$ ) jointives ou non parcourues par un courant d'intensité  $I$ . On notera  $L$  sa longueur et  $n$  le nombre de spires par mètre.

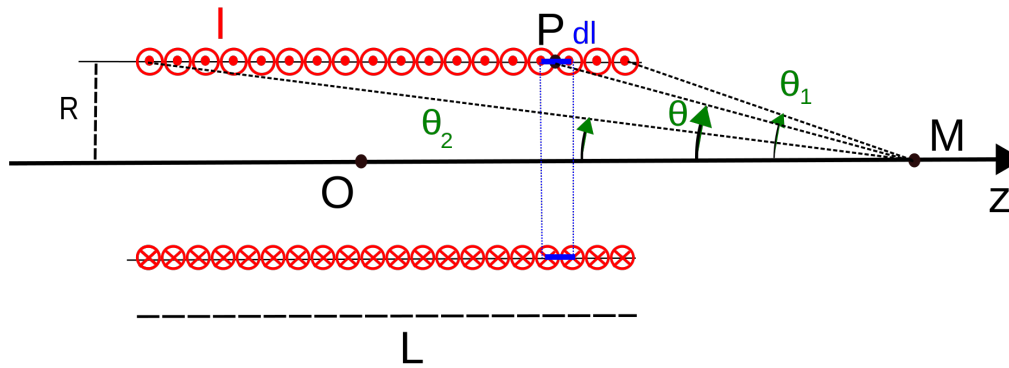



FIGURE 3 – schéma d'un solénoïde

 Montrer que le champ magnétique créé par le solénoïde en tout point  $M$  de l'axe de révolution s'écrit

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 n I}{2} (\cos \theta_2 - \cos \theta_1) \vec{u}_z$$

 Que devient ce résultat lorsque le solénoïde est infini ?