OMPP
TD4

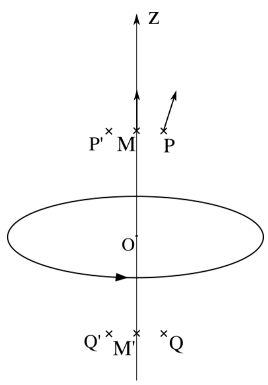
École Centrale Pékin

2019-2020

Applications du cours

Exercice 1 : Symétries du champ magnétique

On considère une spire circulaire d'axe (Oz) parcourue par un courant d'intensité I. On donne le champ magnétique en M et en P



1. Par étude des symétries justifier la direction du champ $\overrightarrow{B}(M)$.
2. Représenter le champ magnétique en M' symétrique de M par rapport au plan de la spire, en P' symétrique de P par rapport à l'axe Oz, en Q et Q' symétriques de P et P' par rapport au plan de la spire.

S'entraîner

Exercice 2 : Boule de Rowland

Une boule de polystyrène (matériau non conducteur), de centre O et de rayon R, a été chargée uniformément en volume, et porte la densité volumique ρ. Elle est mise en rotation autour d'un de ses diamètres, avec la vitesse angulaire $\overrightarrow{\omega} = \omega\vec{e}_z$ constante.

1. Étudier les symétries de cette distribution de courant.
2. En déduire l'expression de $\overrightarrow{B}(M)$ pour un point M appartenant au plan $(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$
3. Calculer le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$ associé à cette distribution.
4. Calculer l'intensité de cette distribution relative à un demi-disque dont le diamètre s'appuie sur (Oz).

Pour aller plus loin

Exercice 3 : Le piège de Penning

Dans les années 1970, le physicien H.G. Dehmelt a réussi à isoler un électron dans un piège, appelé «Piège de Penning» (ce qui lui a valu le Prix Nobel de physique en 1989). La conception de tels pièges permettait davoir accès à des constantes relatives à lélectron. Lallure du piège de Penning est précisée sur la figure 1. O désigne le centre du piège et lon choisit le référentiel galiléen (Oxyz) défini sur la figure. Un électron (de masse $m = 9,11 \times 10^{-31}$ kg, de charge $-e = -1,6 \times 10^{-19}$ C) est repéré par le point M(x, y, z). À laide des électrodes représentées sur la figure 1, on réalise dans lespace inter-armature un champ électrostatique dérivant du potentiel $V(x, y, z)$ défini par $V(x, y, z) = \dfrac{V_0}{2d^2}(x^2 + y^2 - 2z^2)$ où $d = 4,0$ mm est une longueur caractéristique du piège et $V_0 = 10$ V.

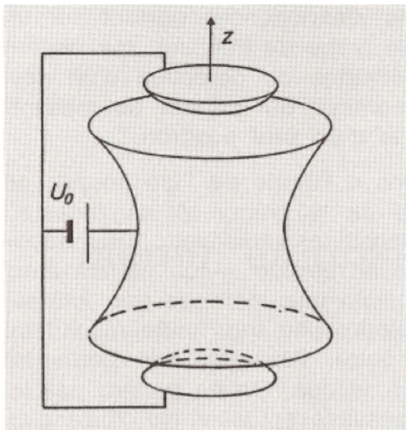


Figure 1 – Électrodes du piège de Penning

On appelle *mouvement longitudinal* de lélectron la projection sur laxe (Oz) de son mouvement et *mouvement transverse* la projection sur le plan (Oxy) du mouvement.

1. *Dans cette question, on veut montrer que le champ électrique créé par les électrodes ne permet pas de confiner le mouvement de lélectron dans lespace inter-électrode.*
   a) Montrer que le mouvement longitudinal est périodique et déterminer sa pulsation ω_L en fonction de e, V_0, m et d. Faire lapplication numérique.
   b) Déterminer le mouvement transverse en utilisant de nouveau ω_L. Conclure : le mouvement peut-il rester confiné dans lespace inter-électrode ?
2. On superpose au champ électrique précédent un champ magnétique constant et uniforme $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_z}$ (où $B = 6$ T). On note $\omega_c = eB/m$ la pulsation cyclotron. *Dans cette question on montre que la superposition du champ magnétique permet de confiner lélectron à lespace inter-électrode.*
   a) La nature du mouvement longitudinal est-elle perturbée par le champ magnétique ?

b) Écrire les équations du mouvement transverse (cest-à-dire les équations différentielles portant sur $x(t)$ et $y(t)$). On introduira ω_L et ω_c dont on donnera les valeurs numériques.

c) Pour résoudre le système obtenu à la question précédente, introduire $\xi(t) \triangleq x(t) + iy(t)$ et déterminer léquation différentielle satisfaite par $\xi(t)$.

d) Donner la solution générale de cette équation différentielle en faisant apparaître deux pulsations ω_c' et ω_M (avec $\omega_c' > \omega_M$) quon exprimera en fonction de ω_L et ω_c.

e) Compte tenu des ordres de grandeur de ω_L et ω_c, justifier que $\omega_c' \approx \omega_c$ et $\omega_M \approx \frac{\omega_L^2}{2\omega_c}$.

f) Afin de déterminer lallure de la trajectoire de lélectron dans le piège, on suppose que la particule était à la date $t = 0$, immobile au point de coordonnées $(a, 0, a)$ avec $a > 0$. Déterminer $x(t)$, $y(t)$ et $z(t)$. À titre documentaire, l'allure de la trajectoire est la suivante :