

OPTIQUE 2 :

Formation des images en optique géométrique

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

1	Systèmes optiques centrés	2
1.1	Système optique	2
1.2	Système optique centré	2
1.3	Faces d'entrée et de sortie - Espaces image et objet	3
2	Objet et image	3
2.1	Objet et image ponctuels, réels ou virtuels	3
2.2	Objets et images étendus	4
3	Stigmatisme et aplanétisme	5
3.1	Stigmatisme	6
3.2	Aplanétisme	7
4	Éléments d'un système optique centré dans les conditions de Gauss	8
4.1	Les conditions de Gauss	8
4.2	Repérer la position d'objets ou d'images ponctuels	8
4.3	Repérer la taille d'objets ou d'images étendus	9
4.4	Foyers et plans focaux	10
4.5	Relation de conjugaison	12
4.6	Grandissements	12
4.7	Systèmes centrés focaux : existence de points principaux et de plans principaux	13

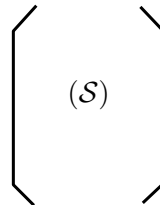
En optique géométrique, on utilise des instruments formés de lentilles et/ou de miroirs pour observer des objets : on forme alors l'image de l'objet à travers un système optique. Cette image doit être de bonne qualité : par exemple, l'image d'un point doit être un point et non une tâche ou encore l'image ne doit pas être floue... Si ces conditions sont respectées, on dira que l'instrument optique est de **bonne qualité**. Dans ce cours, nous allons détailler les **conditions à respecter pour assurer une formation des images de bonne qualité dans le cadre de l'optique géométrique**.

1 Systèmes optiques centrés

1.1 Système optique

Définition : On nomme **système optique**, l'ensemble de milieux transparents séparés par des surfaces réfractantes (dioptries) ou réfléchissantes (miroirs).

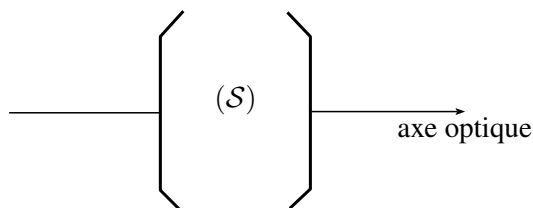
Il existe de nombreux systèmes optiques différents que nous nommerons (\mathcal{S}) et que représenterons de façon schématique sans se soucier de leur composition interne de la manière suivante :



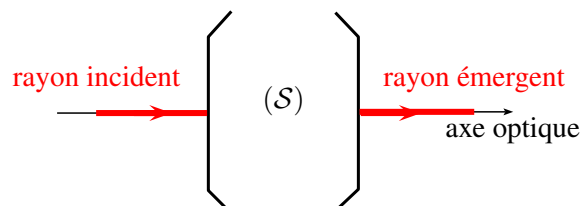
Si le système optique est formé de miroirs et de dioptries, on parle de système **catadioptrique**. Si le système optique n'est formé que de dioptries, on parle de système **dioptrique**. Si le système n'est formé que de miroirs, on parle de système **catoptique**.

1.2 Système optique centré

Définition : Un système optique est dit **centré** s'il possède un axe de symétrie de révolution nommé **axe optique**.



Propriété : Un rayon arrivant sur le système optique selon l'axe optique n'est pas dévié : il émerge du système optique selon l'axe optique.

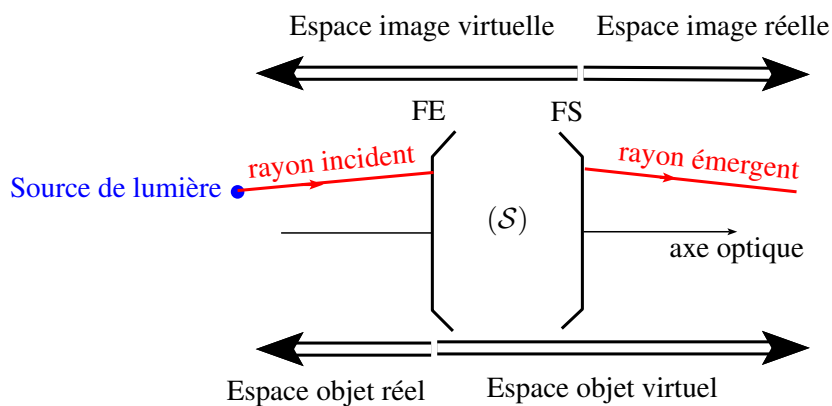


1.3 Faces d'entrée et de sortie - Espaces image et objet

Nous définissons un vocabulaire dont l'utilité apparaîtra au cours de ce chapitre et des suivants.

Définition : On considère que la source se trouve à gauche du système optique. On définit :

- la **face d'entrée (FE)** : la surface du premier dioptre ou miroir du système optique que rencontre un rayon incident ;
- la **face de sortie (FS)** : la surface du dernier dioptre ou miroir du système optique.
- l'**espace objet réel (EOR)** : l'espace qui contient la source et finit sur la face d'entrée FE ;
- l'**espace objet virtuel (EOV)** : le complémentaire de l'EOR ;
- l'**espace image réelle (EIR)** : l'espace qui commence sur la face de sortie FS et contient un rayon émergent ;
- l'**espace image virtuelle (EIV)** : le complémentaire de l'EIR.



2 Objet et image

2.1 Objet et image ponctuels, réels ou virtuels

2.1.1 Objet ponctuel ou «point objet»

Définition : On nomme **objet ponctuel** ou **point objet** d'un système optique (S) :

- soit un point **à partir** duquel un faisceau de rayons diverge **vers** le système optique : dans ce cas c'est un **objet ponctuel réel** (cf. figure 1). Un objet est réel s'il appartient à l'EOR.
- soit un point situé à l'**intersection du prolongement** d'un faisceau de rayons convergeant **vers** le système optique : dans ce cas c'est un **objet ponctuel virtuel** (cf. figure 2).^a Un objet est virtuel s'il appartient à l'EOV.

^a. En pratique, les rayons se couperaient effectivement si le système optique (S) était absent.

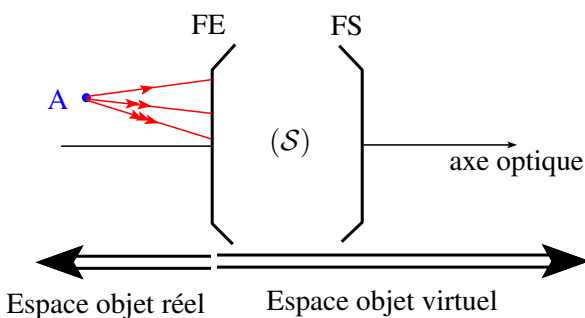


FIGURE 1 – A est un objet ponctuel **réel** pour le système optique (S)

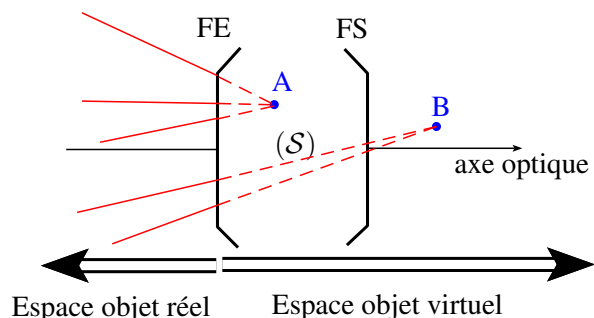


FIGURE 2 – A et B sont des objets ponctuels **virtuels** pour le système optique (S)

2.1.2 Image ponctuelle ou «point image»

Définition : On nomme **image ponctuelle** ou **point image** d'un système optique (\mathcal{S}) :

- soit un point vers lequel un faisceau de rayons converge **à partir** du système optique : dans ce cas c'est une **image ponctuelle réelle** (cf. figure 3). Une image réelle appartient à l'EIR.
- soit un point situé à l'intersection du **prolongement** d'un faisceau de rayons divergeant du système optique : dans ce cas c'est une **image ponctuelle virtuelle** (cf. figure 4). Une image virtuelle appartient à l'EIV.

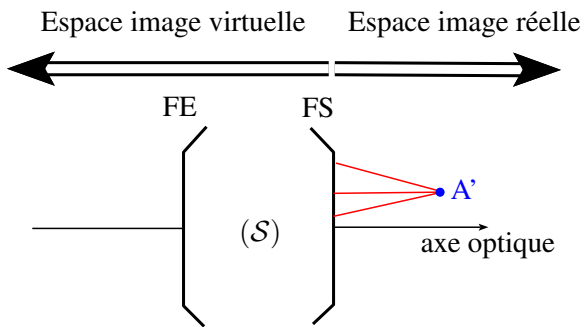


FIGURE 3 – A' est une image ponctuelle **réelle** pour le système optique (\mathcal{S})

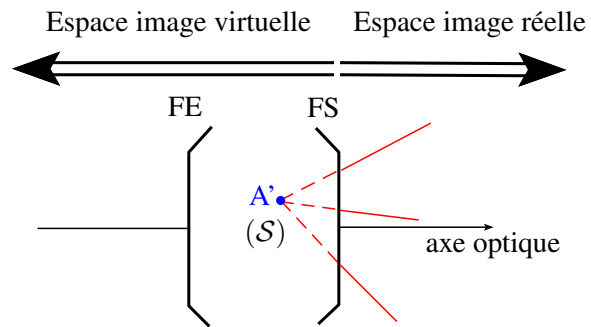


FIGURE 4 – A' est une image ponctuelle **virtuelle** pour le système optique (\mathcal{S})

2.1.3 Retour sur la distinction réel/virtuel

- Un point (objet ou image) est **réel** si les rayons lumineux se **coupent réellement** en ce point. ^a
- Un point (objet ou image) est **virtuel** si ce sont les **prolongements** des rayons lumineux qui se coupent en ce point. ^b

^a. On peut former une image réelle sur un écran.

^b. Une image virtuelle, en revanche, ne peut jamais être obtenue sur un écran.

Pourquoi faire une distinction réel/virtuel ?

- Cas de l'œil : l'œil est un capteur très particulier : il perçoit un point lumineux situé à l'intersection des rayons qui le pénètrent, que ces rayons se coupent réellement ou que ce soit leur prolongement qui se coupent. Ainsi, le **caractère virtuel ou réel d'une image, d'un objet, ne change rien à ce que perçoit l'œil**.
- Cas d'un capteur : en revanche, si vous souhaitez utiliser un capteur CCD par exemple (c'est-à-dire un réseau carré de $N \times N$ diodes, chaque diode allumant un pixel d'un écran lorsqu'une image ponctuelle se forme **sur elle**) il faudra que cette image soit **réelle**.

2.2 Objets et images étendus

2.2.1 Objet étendu

Définition : Un **objet étendu** est un ensemble de points objets.

On symbolise un objet étendu par une flèche indiquant ses points objets transversaux extrêmes :

- lorsque l'objet est **réel** pour le système optique, on représente la flèche en **trait plein** (cf. figure 5).
- au contraire, lorsque l'objet est **virtuel** pour le système optique, la flèche est représentée en **trait pointillé** (cf. figure 6).

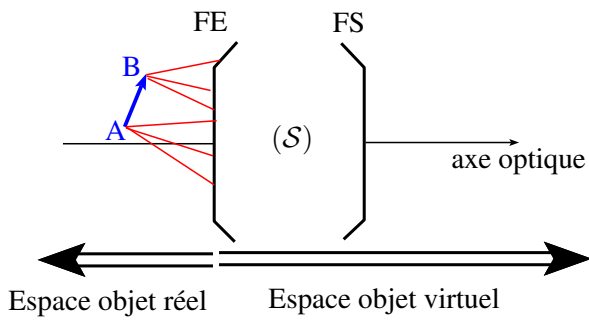


FIGURE 5 – AB est un objet **réel étendu** pour le système optique (S)

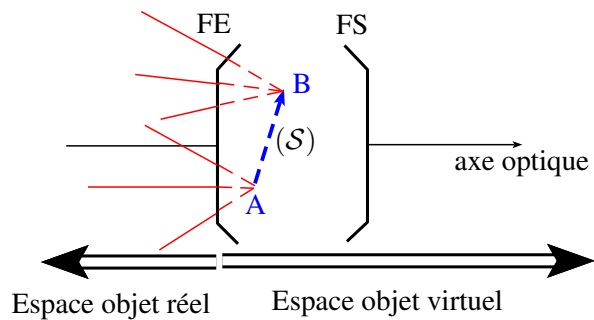


FIGURE 6 – AB est un objet *virtuel étendu* pour le système optique (S)

2.2.2 Image étendue

Définition : Une **image étendue** est un ensemble de points images.

On symbolise une image étendue par une flèche indiquant ses points images transversaux extrêmes (comme pour un objet étendu).

- lorsque l'image est **réelle** pour le système optique, on représente la flèche en **trait plein** (cf. figure 7).
- au contraire, lorsque l'image est **virtuelle** pour le système optique, la flèche est représentée en **trait pointillé** (cf. figure 8).

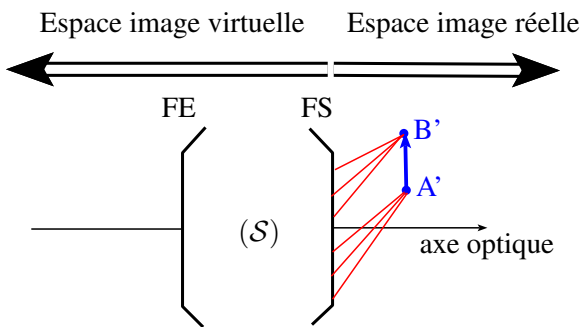


FIGURE 7 – A'B' est une image **réelle étendue** pour le système optique (S)

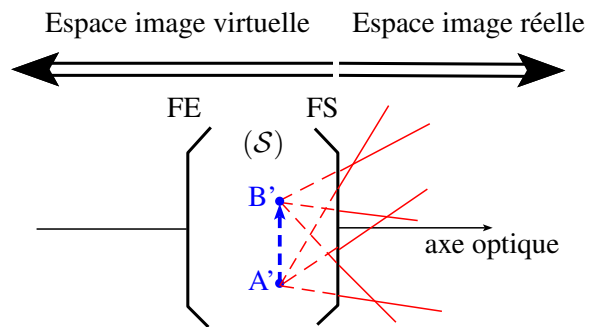


FIGURE 8 – A'B' est une image **virtuelle étendue** pour le système optique (S)

3 Stigmatisme et aplanétisme

Le but d'un instrument d'optique est de former une image **fidèle** d'un objet. Par **fidèle**, on entend une image **non floue** et **non distordue**. Les propriétés de **stigmatisme** et d'**aplanétisme** nous assurent alors de la bonne qualité de l'image. Les figures 9 et 10 présentent au contraire des dispositifs **non fidèles** !



FIGURE 9 – Effet «fisheye» en photographie



FIGURE 10 – Extrait de la bande dessinée *Tintin*

3.1 Stigmatisme

3.1.1 Stigmatisme rigoureux : définition

Définition : Un système optique (\mathcal{S}) est dit **rigoureusement stigmatique** pour le couple de points (A, A') , si tous les rayons issus du point objet A^a passent, après traversée du système optique, par le même point image A'^b . On note alors :

$$A \xrightarrow{(\mathcal{S})} A'$$

On dit, de manière équivalente, que :

- A' est l'image par le système optique de l'objet A ;
- (A, A') forme un couple de points **conjugués** ou **stigmatiques**.

a. ou leur prolongement si l'objet A est virtuel.

b. ou leur prolongement si l'image A' est virtuelle.

3.1.2 Stigmatisme rigoureux : condition

Un système optique est (rigoureusement) stigmatique pour le couple objet-image (A, A') si le chemin optique (AA') est indépendant du choix du rayon lumineux traversant le système optique de A à A' .

Par exemple, sur la figure 11 : $(AA')_{(1)} = (AA')_{(2)} = (AA')_{(3)} = \dots$

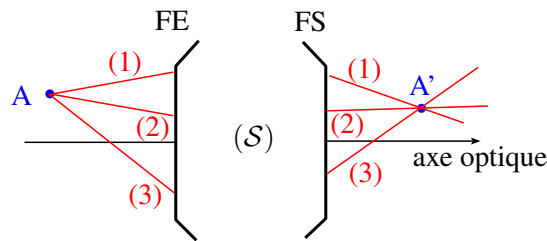


FIGURE 11 – Le couple de points (A, A') est stigmatique

Démonstration. Résonnons par l'absurde. Supposons qu'il existe deux rayons lumineux $A1A'$ et $A3A'$ tel que leur chemin optique soit différent. En faisant varier progressivement le rayon incident de la trajectoire $A1A'$ à $A3A'$, il existe nécessairement une trajectoire intermédiaire tel le chemin optique ne soit pas stationnaire. Donc d'après le principe de Fermat le rayon ne passe pas par cette trajectoire, or tous les rayons incidents passant par le système optique converge en A' car A et A' sont conjugués. Il a donc une contradiction. Ainsi $(A1A') = (A3A')$ \square

3.1.3 Stigmatisme approché

Le **stigmatisme rigoureux** n'est pas nécessaire en pratique pour obtenir une image de bonne qualité (c'est-à-dire non floue). En effet, tous les récepteurs de lumière ont une structure granulaire : l'œil (cônes et bâtonnets au fond de la rétine), les pellicules photo (grains de l'émulsion), les récepteurs des caméras vidéo (pixels), etc. Si l'image A' n'est pas un point mais une tache de dimension telle qu'elle ne recouvre qu'un seul grain (= pixel) récepteur, le récepteur ne fera pas de différence entre l'image ponctuelle et la tache : l'image A' de A semblera ponctuelle (cf. figure 12) et on dit qu'il y a **stigmatisme approché**. Dans le cas contraire (cf. figure 13), plusieurs pixels seront illuminés et le stigmatisme approché ne sera pas réalisé.

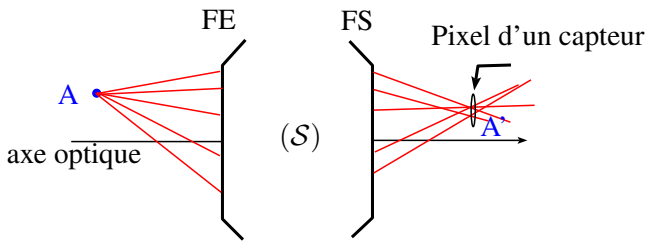


FIGURE 12 – Un seul pixel est illuminé : le stigmatisme approché est réalisé

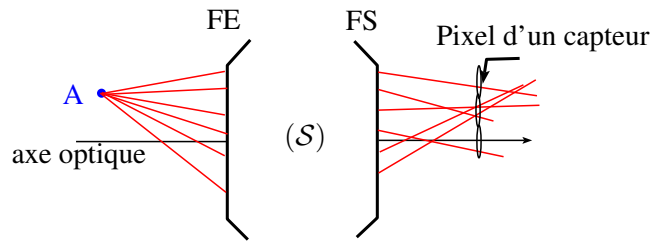


FIGURE 13 – Plusieurs pixels sont illuminés : le stigmatisme approché n'est pas réalisé

Définition : Un système optique (\mathcal{S}) est dit **approximativement stigmatique** pour le couple de points (A, A') si l'image du point objet A est une tache de dimension telle qu'elle ne recouvre qu'un grain (=pixel) centré en A' du récepteur. On note toujours :

$$A \xrightarrow{(\mathcal{S})} A'$$

3.2 Aplanétisme

3.2.1 Aplanétisme rigoureux

Définition : Soient un système optique centré (\mathcal{S}) et le couple de points conjugués (A, A') appartenant à l'axe optique. On note Π (respectivement Π') le plan transverse^a contenant A (respectivement A').

Le système est dit **rigoureusement aplanétique** si tout point objet B appartenant à Π a son image B' appartenant à Π' (cf. figure 14). On réalise ainsi une correspondance plan à plan par le système (\mathcal{S}) : les plans Π et Π' sont dits **conjugués**. On peut noter :

$$\Pi \xrightarrow{(\mathcal{S})} \Pi'$$

a. On parle aussi de plan de *front*.

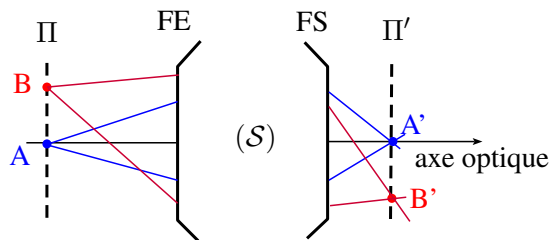


FIGURE 14 – La propriété d'aplanétisme est réalisée : les plans Π et Π' sont conjugués

3.2.2 Aplanétisme approché

L'aplanétisme rigoureux d'un système optique est rarement réalisé : il supposerait entre autre que le système soit rigoureusement stigmatique. Dans la plupart des instruments d'optique réels, l'aplanétisme est réalisé pour les points situés au voisinage de l'axe optique. On parle d'**aplanétisme approché**.

4 Éléments d'un système optique centré dans les conditions de Gauss

4.1 Les conditions de Gauss

Définition : Les **conditions de Gauss** désignent les conditions d'utilisation d'un système optique centré afin qu'il réalise un **stigmatisme** et un **aplanétisme approchés**.

Les conditions de Gauss sont réalisées lorsque les rayons contribuant à former l'image sont :

- proches de l'axe optique ;
- paraxiaux, (c'est-à-dire qu'ils font un angle faible avec l'axe optique).

Cela nécessite donc de travailler avec un objet **plan, transversal** (c'est-à-dire perpendiculaire à l'axe optique), **centré sur l'axe optique** et de **petites dimensions**.

Lorsque les conditions de Gauss ne sont pas respectées, l'image présente des **aberrations** (comme sur les figures 9 et 10).

→ Nous ne travaillerons désormais que dans les conditions de Gauss.

4.2 Repérer la position d'objets ou d'images ponctuels

4.2.1 Objets ou images ponctuels situés à distance finie du système optique

- Il existe des points remarquables du système optique situés sur l'axe optique : on nomme **points cardinaux** de tels points. Par exemple le centre d'une lentille.
- Si un objet ou une image est situé à distance finie du système optique (\mathcal{S}) sa position est alors repérée par la valeur algébrique $\overline{\Omega H}$ où Ω désigne un point cardinal associé au système optique et H le projeté orthogonal sur l'axe optique **orienté**^a de l'objet ou l'image.

a. L'orientation de l'axe est nécessaire si l'on souhaite pouvoir définir une valeur algébrique.

Sur la figure 15, la position de l'objet A est définie par $\overline{\Omega H_A}$; celle de l'image A' par $\overline{\Omega H_{A'}}$.

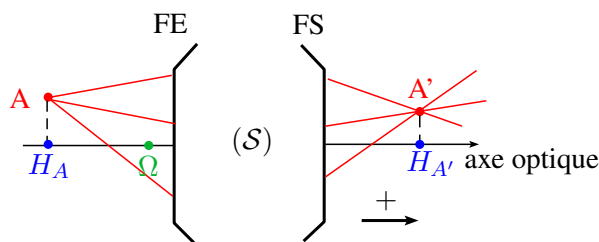


FIGURE 15 – L'objet A et son image A' sont à distance finie de (\mathcal{S})

4.2.2 Objets ou images ponctuels situés à l'infini

On est parfois amené à considérer des objets ou des images «situés à l'infini» c'est-à-dire situés infiniment loin du système optique centré.

- Un **objet ponctuel à l'infini** émet un faisceau de rayons **parallèles** : sa position est repérée par le vecteur unitaire \vec{u} portant la direction du faisceau de droites ou par l'angle α que fait ce faisceau par rapport à l'axe optique^a.
- Une **image ponctuelle à l'infini** est formée par un faisceau de rayons **parallèles** qui émerge de la face de sortie de (\mathcal{S}). Sa position peut être repérée par le vecteur unitaire \vec{u}' portant la direction du faisceau de droites ou par l'angle α' que fait ce faisceau par rapport à l'axe optique.

a. Il faudra impérativement orienter les angles pour distinguer le «haut» du «bas».

Les figures suivantes présentent les rayons lumineux émis par deux objets ponctuels situés à l'infini. L'un n'est pas sur l'axe optique (cas de la figure 16 : $\alpha < 0$); l'autre est sur l'axe optique (cas de la figure 17 : $\alpha = 0$).

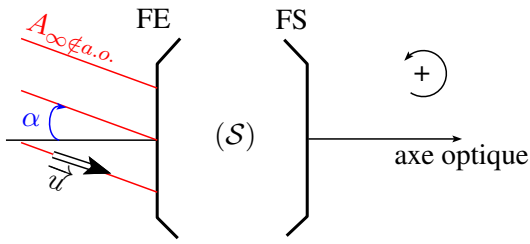


FIGURE 16 – L'objet A est situé à l'infini et repéré par un angle $\alpha < 0$

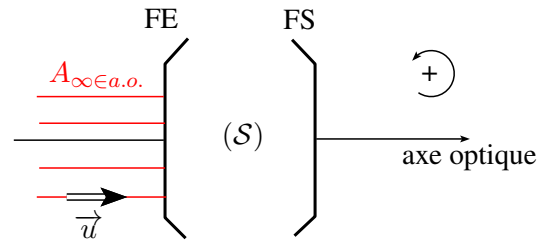


FIGURE 17 – L'objet A est situé à l'infini et sur l'axe optique $\alpha = 0$

Les figures suivantes présentent les rayons lumineux émergent d'un système optique et formant deux images ponctuelles situées à l'infini. L'une n'est pas sur l'axe optique (cas de la figure 18 : $\alpha' > 0$); l'autre l'est (cas de la figure 19 : $\alpha' = 0$).

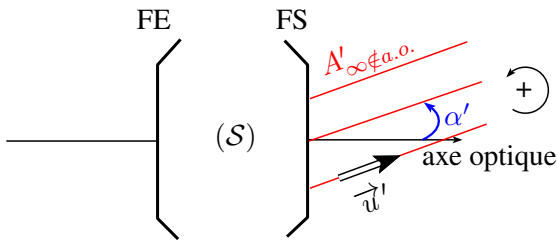


FIGURE 18 – L'image A' est située à l'infini et repérée par un angle $\alpha' > 0$

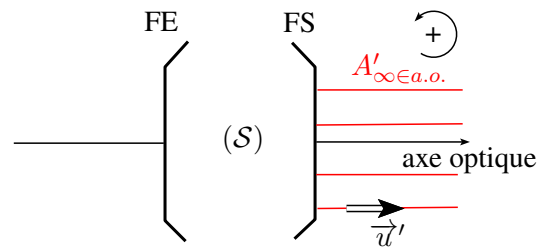


FIGURE 19 – L'image A' est située à l'infini et sur l'axe optique $\alpha' = 0$

4.3 Repérer la taille d'objets ou d'images étendus

4.3.1 Objets ou images étendus situés à distance finie du système optique

La taille d'un objet ou d'une image située à distance finie du système optique est une **grandeur algébrique** ce qui suppose que l'axe vertical soit orienté (cf. figures 20 et 21).

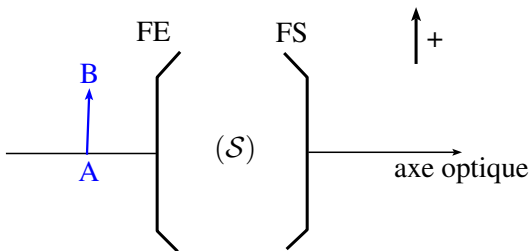


FIGURE 20 – $\overline{AB} > 0$

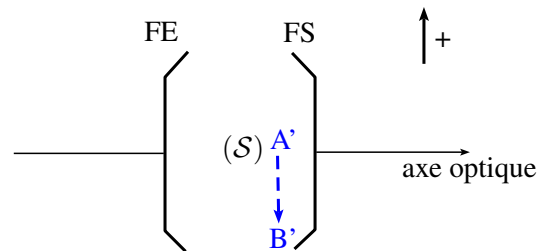


FIGURE 21 – $\overline{A'B'} < 0$

4.3.2 Objets ou images étendus situés à l'infini

Lorsque l'objet AB est étendu et situé à l'infini, plan et **centré** sur l'axe optique, on dit que cet objet possède un **diamètre apparent** α (choisi **arithmétiquement**) où $\frac{\alpha}{2}$ désigne l'angle des rayons lumineux émis par les points extrêmes A et B de l'objet (cf. figure 22).

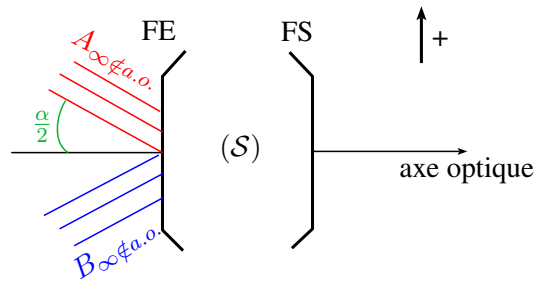


FIGURE 22 – L’objet AB, situé à l’infini et centré sur l’axe optique, est vu sous le diamètre apparent α

La définition précédente se transpose à la notion d’image étendue et située à l’infini.

4.4 Foyers et plans focaux

4.4.1 Foyer (principal) objet et plan focal objet

Définition : Le **foyer objet** ou **foyer principal objet** F d’un système optique centré (S) est le point objet de l’axe optique du système optique dont l’image est le point situé à l’infini et sur l’axe optique.

$$F \xrightarrow{(S)} A'_{\infty \in \text{axe optique}}$$

On déduit de cette définition la propriété suivante :

Propriété : tout rayon incident passant par F^a émerge du système optique (S) parallèle à l’axe optique (cf. figures 23 et 24).

a. ou dont le prolongement passe par F si le foyer est virtuel.

Définition : Le plan orthogonal à l’axe optique et passant par le foyer objet F noté (Π_F) se nomme **plan focal objet**. Ainsi, le plan focal objet est dit conjugué avec le plan de l’infini.

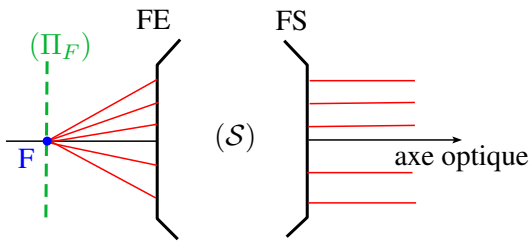


FIGURE 23 – F est un foyer objet réel

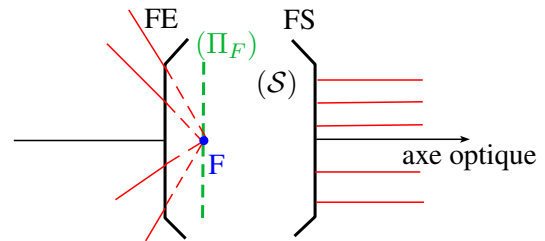


FIGURE 24 – F est un foyer objet virtuel

4.4.2 Foyer (principal) image et plan focal image

Définition : Le **foyer image** ou **foyer principal image** F’ est le point image par le système optique centré (S) d’un point objet situé à l’infini et sur l’axe optique.

$$A_{\infty \in \text{axe optique}} \xrightarrow{(S)} F'$$

On déduit de cette définition la propriété suivante :

Propriété : tout rayon incident parallèle à l’axe optique émerge du système optique (S) en passant par F'^a (cf. figures 25 et 26).

a. ou en semblant passer par F’ si le foyer image est virtuel.

Définition : Le plan orthogonal à l'axe optique et passant par le foyer image F' se nomme **plan focal image**. Ainsi, le plan de l'infini est conjugué avec le plan focal image.

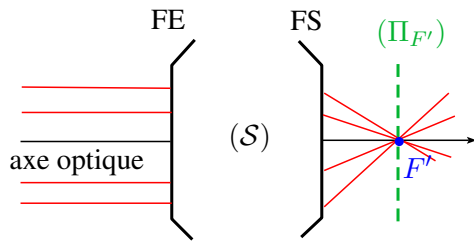


FIGURE 25 – F' est un foyer image réel

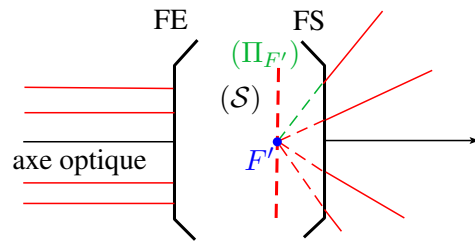


FIGURE 26 – F' est un foyer image virtuel

4.4.3 Système focal - système afocal

Définition : Dans les conditions de Gauss, tout système optique centré présente un foyer objet F et un foyer image F' :

- lorsque les foyers sont à distance finie du système optique (c'est le cas envisagé sur les figures 23, 24, 25 et 26), le système est dit **focal** ;
- lorsque les foyers sont rejetés à l'infini, le système est dit **afocal**.

4.4.4 Foyer secondaire objet

Définition : On nomme **foyer secondaire objet** $\Phi_{\alpha'}$, tout point du plan focal objet. Son image est un point situé à l'infini repéré par l'angle α' .

$$\Phi_{\alpha'} \xrightarrow{(S)} A'_{\infty \notin \text{axe optique}}$$

Démonstration. La propriété d'aplanétisme impose en effet que tout objet situé dans le plan focal objet possède son image dans le plan de l'infini. □

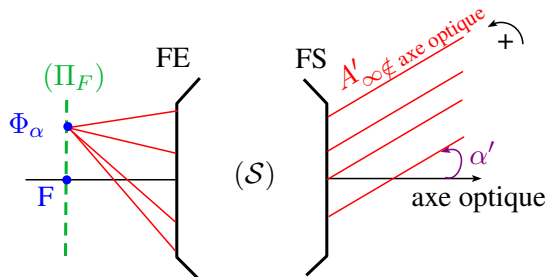


FIGURE 27 – $\Phi_{\alpha'}$ est un foyer secondaire objet réel

4.4.5 Foyer secondaire image

Définition : On nomme **foyer secondaire image** Φ'_{α} , tout point du plan focal image. Il est l'image d'un point objet situé à l'infini repéré par l'angle α .

$$A_{\infty \notin \text{axe optique}} \xrightarrow{(S)} \Phi'_{\alpha}$$

Démonstration. La propriété d'aplanétisme impose en effet que tout objet situé dans le plan de l'infini possède son image dans le plan focal image. □

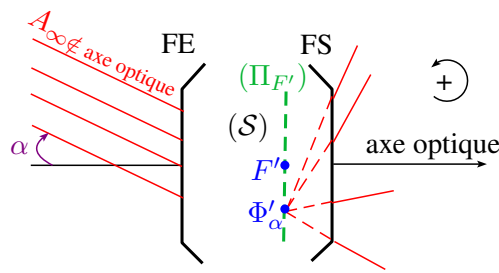


FIGURE 28 – Φ'_α est un foyer secondaire image virtuel

4.5 Relation de conjugaison

Il existe une relation algébrique $\mathcal{R}(A, A') = 0^a$ qui lie la position du plan transversal Π_A contenant un objet A et celle du plan transversal $\Pi_{A'}$ contenant son image A' nommée **relation de conjugaison**.

a. On devrait plutôt écrire $\mathcal{R}(\Pi_A, \Pi_{A'}) = 0$.

Remarques :

- On dit «une relation» et non pas «la relation» car il peut y avoir plusieurs relations de conjugaison.
- Si un point est à distance finie de l'instrument d'optique, sa position est comptée par rapport à un point cardinal du système optique centré (foyer, centre, sommet, etc.). Si le point est à l'infini, sa position est repérée par un angle.

4.6 Grandissements

4.6.1 Grandissement angulaire

Définition : Le **grandissement angulaire** entre un point objet A et un point image A', noté $G_{A,A'}$, est définie par

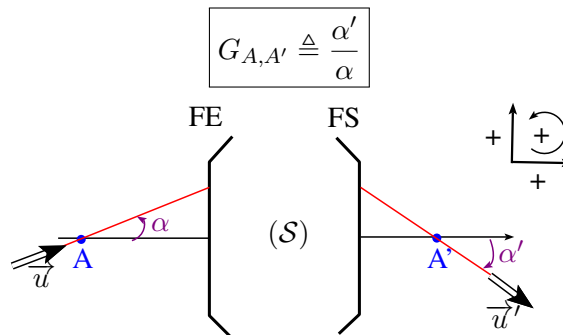


FIGURE 29 – Grandissement angulaire

4.6.2 Grandissement transversal

Définition : Soit un objet AB situé dans un plan transversal Π_A et son image $A'B'$ située dans le plan transversal $\Pi_{A'}$. Le **grandissement transversal** entre l'objet AB et l'image $A'B'$, noté γ est défini par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Ce grandissement transversal ne dépend que de la position de Π_A ou de celle de $\Pi_{A'}$.^a

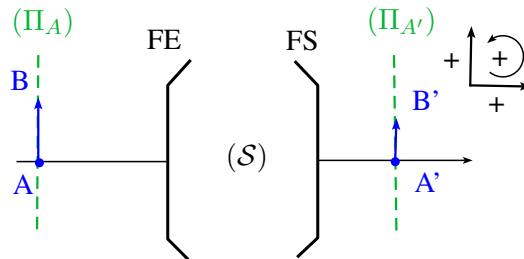


FIGURE 30 – Notion de grandissement transversal

a. C'est pourquoi on note aussi $\gamma_{A,A'}$ ou $\gamma_{(\Pi_A),(\Pi_{A'})}$.

À partir de la valeur et du signe de γ on déduit les caractéristiques de l'image formée :

- taille de l'image :
 - lorsque $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet.
 - au contraire, lorsque $|\gamma| < 1$ l'image est plus petite que l'objet.
- sens de l'image :
 - lorsque $\gamma > 0$, objet et image sont de même sens ; on dit parfois que l'image est *droite* par rapport à l'objet.
 - au contraire lorsque $\gamma < 0$, l'image est dite *renversée* par rapport à l'objet.

Démonstration. On admet cette relation. □