OPTIQUE 3 :
Lentilles minces

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

2.1 Distance focale

Définition : On appelle **distance focale image** d'une lentille la valeur algébrique :

$$f' = \overline{OF'}$$

La **distance focale objet** est définie par :

$$f = -f' = \overline{OF}$$

Les distances focales sont données en mètre.

On remarque que :

- une lentille **convergente** a une distance focale image positive $f' > 0$ et une distance focale objet négative $f < 0$,
- une lentille **divergente** a une distance focale image négative $f' < 0$ et une distance focale objet positive $f > 0$,
- quand on parle de "distance focale" sans préciser "image" ou "objet", il s'agit de la distance focale image.

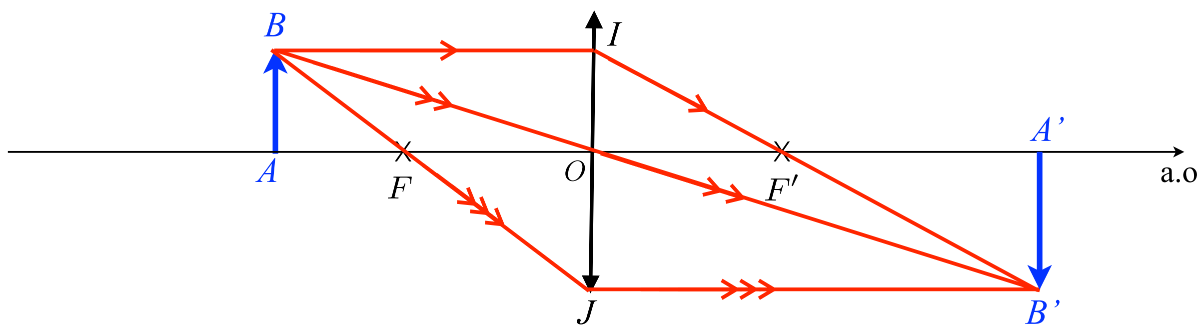
Définition : À partir de la distance focale, on définit également la **vergence** V d'une lentille :

$$V = \frac{1}{f'}$$

La vergence est donc une grandeur donnée en m^{-1} ou dioptrie δ.

2.2 Relations de conjugaison

Soit une lentille (convergente ou divergente) de distance focale image f' à travers de laquelle on observe l'image A'B' d'un objet transverse AB comme illustrée sur la figure ci-dessous :



On peut déterminer plusieurs relations de conjugaison donnant la position ou la taille de l'image en fonction de celle de l'objet et des caractéristiques de la lentille.

2.2.1 Origine au foyer : relation de Newton

Théorème - Relation de conjugaison de Newton : Les distances algébriques $\overline{FA}$ et $\overline{F'A'}$ sont liées à la distance focale image de la lentille par la relation :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$$

Démonstration.

□

2.2.2 Origine au centre : relation de Descartes

Théorème - Relation de conjugaison de Descartes : Les distances algébriques $\overline{OA'}$ et $\overline{OA}$ sont liées à la distance focale image de la lentille par la relation :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V$$

Démonstration.

□

2.3 Grandissement

Définition : Le **grandissement algébrique** est défini par :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

On remarque que γ peut être positif ou négatif en fonction du signe de $\overline{A'B'}$.

Le grandissement indique donc le sens de l'image et sa taille par rapport à celle de l'objet.

2.3.1 Origine aux foyers

Théorème - Grandissement avec origine aux foyers : Le grandissement γ est relié aux distances algébriques $\overline{F'A'}$ et $\overline{FA}$ ainsi qu'à la distance focale ilage f' par la relation :

$$\gamma = \frac{f'}{\overline{FA}} = \frac{-\overline{F'A'}}{f'}$$

Démonstration.

□

2.3.2 Origine au centre optique

Théorème - Grandissement avec origine au centre : Le grandissement γ est relié aux distances algébriques $p' = \overline{OA'}$ et $p = \overline{OA}$ par la relation :

$$\gamma = \frac{p'}{p} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Démonstration.

□

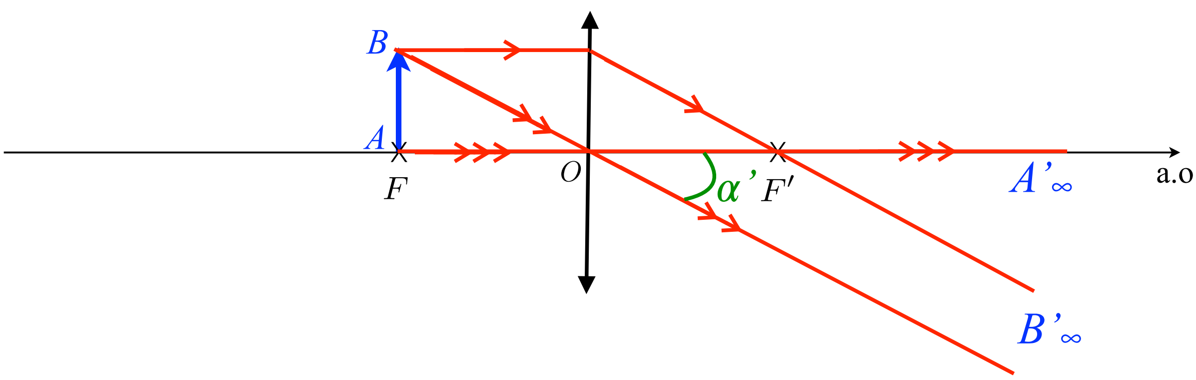
2.3.3 Cas d'un objet ou image à l'infini

Dans le cas d'un objet ou d'une image à l'infini on a :

- **objet à l'infini :** $p \to \infty$ et donc $\gamma \to 0$
- **image à l'infini :** $p' \to \infty$ et donc $\gamma \to \infty$

Le grandissement γ ne présente donc aucun intérêt ici. Par contre, c'est la relation entre la taille angulaire de l'objet α (ou de l'image α') à l'infini et la taille de l'image $\overline{A'B'}$ (ou de l'objet $\overline{AB}$) qui présente un intérêt.

Cas d'une image à l'infini :



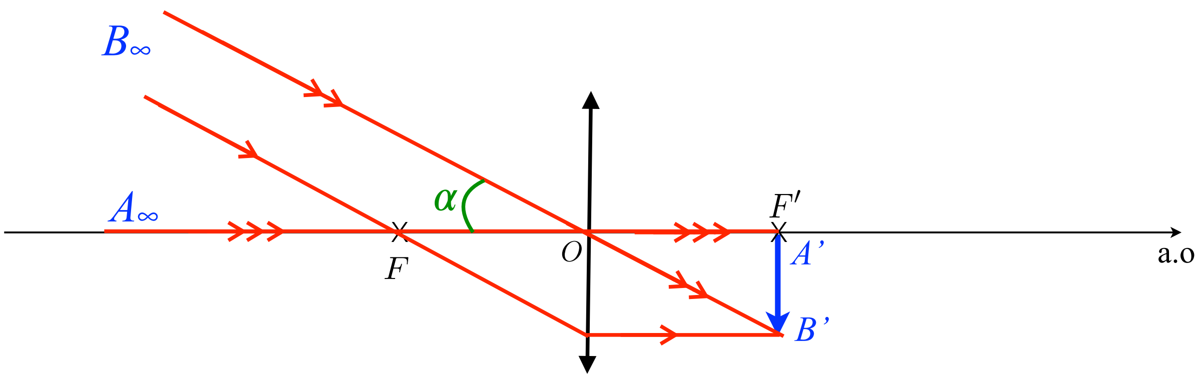
Théorème - Taille angulaire d'une image à l'infini : La taille angulaire α' de l'image A'B' à l'infini est reliée à la taille de l'objet $\overline{AB}$ et à la distance focale image f' par la relation :

$$\tan\alpha' = \frac{\overline{AB}}{f'}$$

Remarque : Dans les conditions de Gauss, les rayons sont paraxiaux (l'angle α' est petit) et l'objet est de petite taille : on a dans ce cas

$$\tan\alpha' \approx \alpha' = \frac{\overline{AB}}{f'}$$

Cas d'un objet à l'infini :



Théorème - Taille angulaire d'un objet à l'infini : La taille angulaire α de l'objet AB à l'infini est reliée à la taille de l'image $\overline{A'B'}$ et à la distance focale image f' par la relation :

$$\tan\alpha = \frac{\overline{A'B'}}{f'}$$

Remarque : Dans les conditions de Gauss, les rayons sont paraxiaux (l'angle α est petit) et l'objet est de petite taille : on a dans ce cas

$$\tan\alpha \approx \alpha = \frac{\overline{A'B'}}{f'}$$