OPTIQUE 5 :
Miroirs

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

Les lentilles sont des systèmes optiques constitués de deux dioptres. Il existe d'autres types de système optique de base : les miroirs qui sont constitués d'une surface réfléchissante. En nous basant sur ce qui a été vu pour les lentilles, nous étudierons dans ce chapitre les caractéristiques miroirs et comment ils dévient la lumière en nous plaçant dans les conditions de Gauss.

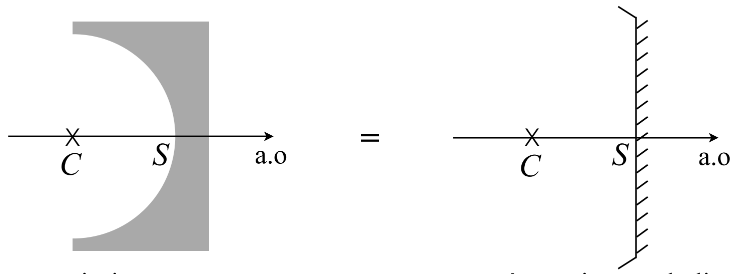
0.1 Définition d'un miroir sphérique

Définition : Un **miroir sphérique** est une surface réfléchissante dont la forme est une portion de sphère. On note le centre de la sphère C et S le sommet (point d'intersection entre la sphère et l'axe optique).

On peut classer les miroirs en deux catégories en définissant au préalable le rayon algébrique de la sphère R :

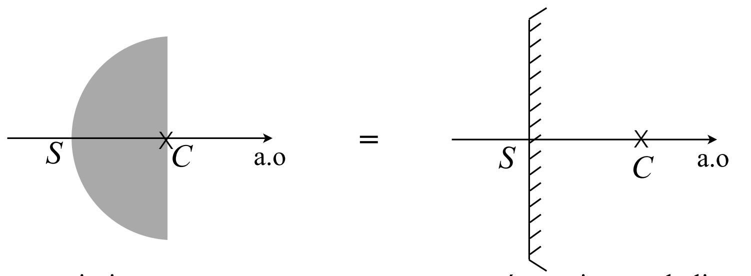
$$R = \overline{SC}$$

Définition : On appelle **miroir concave** un miroir avec un rayon $R = \overline{SC} < 0$.



miroir concave — représentation symbolique

Définition : On appelle **miroir convexe** un miroir avec un rayon $R = \overline{SC} > 0$.



miroir convexe — représentation symbolique

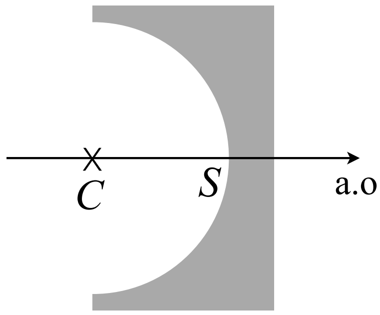
Les **espaces objet réel** et **image réelle** sont désormais tous les deux à gauche du miroir car après réflexion, la lumière change de direction (elle ne traverse pas le miroir). Les **espaces objet virtuel** et **image virtuelle** sont tous les deux à droite du miroir.

0.2 Foyers du miroir sphérique

Théorème - Position des foyers d'un miroir sphérique : Un miroir sphérique présente un **foyer image** F' et un **foyer objet** F qui sont confondus en un point F tel que :

$$\frac{\overline{CS}}{2} = \overline{CF}$$

Considérons un miroir concave de centre C, de sommet S et de foyer F.



Définition : La **distance focale** f d'un miroir sphérique est la distance algébrique $f = \overline{SF}$:
- $f > 0$ pour un miroir convexe
- $f < 0$ pour un miroir concave

On peut également définir la **vergence** V du miroir par la relation : $V = \dfrac{1}{f}$

Démonstration. On prend un miroir concave.
Considérons un rayon incident d'angle α par rapport à l'axe optique. On note h la hauteur à laquelle il frappe le miroir et R le rayon du miroir. L'angle que fait la normale avec l'axe optique est $\beta = \arctan \frac{h}{R} \approx \frac{h}{R}$ dans les conditions de Gauss.
L'angle d'incidence entre la normal et l'axe optique est i. On a donc $\alpha = \beta + i$: l'angle de l'axe optique à la normale plus l'angle de la normale au rayon.
On a donc $i = \alpha - \beta$. Or d'après l'a seconde loi de Snell-Descartes : $i' = -i$ avec i l'angle entre le rayon réfléchi et la normale. Donc $i' = \beta - \alpha$.
Ainsi, α' l'angle que fait le rayon réfléchi par rapport à l'axe optique est $\alpha' = \beta + i' = 2\beta - \alpha$.

$$\alpha' = 2\frac{h}{R} - \alpha$$

.
On dote l'espace d'un repère Sxy orthonormé directe centrée au sommet du miroir. L'axe x est porté par l'axe optique.
Dans ce repère les coordonnées du point d'incidence sont $(x = R(\cos\beta - 1); y = h$. Dans les conditions de Gauss on a alors $(0; h)$.
Dans ce référentiel l'équation du rayon émergent est :

$$y(x) = h + \sin\alpha' \cdot x = h + (2\frac{h}{R} - \alpha)x$$

— Tout rayon incident parallèle à l'axe optique $\alpha = 0$ émerge donc avec une équation :

$$y(x) = h + 2\frac{h}{R}x$$

Ces rayons croisent donc tous l'axe optique ($y = 0$) en $x = -R/2$. Ils se croisent tous en ce point : c'est le point focal image. Par retour inverse de la lumière c'est aussi le point focal objet.

— Tous les rayons incidents parallèles entre eux sont définis par un même angle α. Ils émergent avec une équation :

$$y(x, h) = h + (2\frac{h}{R} - \alpha)x$$

Tous ces rayons se croisent en x tel que y ne dépende plus de h.

$$\frac{\partial y(x, h)}{\partial h} = 0 = 1 + 2\frac{x}{R}\,.$$

Donc tous les rayons se croisent en $x = -\frac{R}{2}$. Ainsi tous les rayons incidents parallèles entre eux se croisent dans le plan focal défini comme le plan perpendiculaire à l'axe optique au foyer du miroir.

□

0.3 Règles de construction des rayons lumineux

À partir des définitions et en adaptant ce qui a été étudié pour les lentilles, on déduit des règles pour tracer certains rayons lumineux :

Règles de constructions des rayons lumineux :
- tout rayon incident passant par le centre C du miroir n'est pas dévié (le rayon émergent passe par C) : il est réfléchi sur lui même
- tout rayon incident passant par le sommet S du miroir émerge symétriquement par rapport à l'axe optique
- tout rayon arrivant parallèle à l'axe optique émerge en passant par le foyer F ;
- tout rayon passant par le foyer F émerge parallèle à l'axe optique.
- Deux rayons incidents parallèles entre eux émergent en se croisant dans le plan focal du miroir.

1 Construction géométrique de base pour les miroirs sphériques

1.1 Construction d'un rayon émergent à partir d'un rayon incident

1.1.1 Cas d'un miroir concave

Considérons un miroir concave de foyer F. Un rayon incident quelconque arrive sur ce miroir, on peut construire le rayon émergent en suivant la procédure suivante similaire à celle des lentilles :

1. tracer le rayon parallèle au rayon incident passant par le centre C : ce rayon n'est pas dévié
2. représenter le plan focal
3. tracer le rayon émergent à partir du miroir (continuité avec le rayon incident) en passant par l'intersection entre le plan focal et le rayon non dévié passant par le centre C.

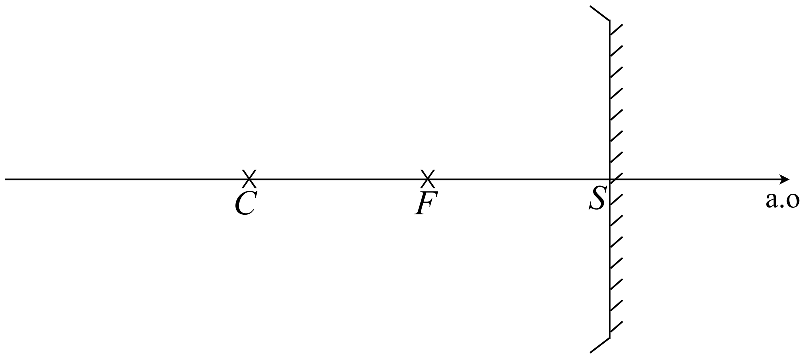
Une méthode alternative consiste à utiliser un autre rayon lumineux :

1. tracer le rayon parallèle au rayon incident passant par le foyer F : ce rayon émerge parallèle à l'axe optique
2. représenter le plan focal
3. tracer le rayon émergent à partir du miroir (continuité avec le rayon incident) en passant par l'intersection entre le plan focal et le rayon parallèle à l'axe optique.

Une troisième méthode en utilisant le rayon passant par le sommet :

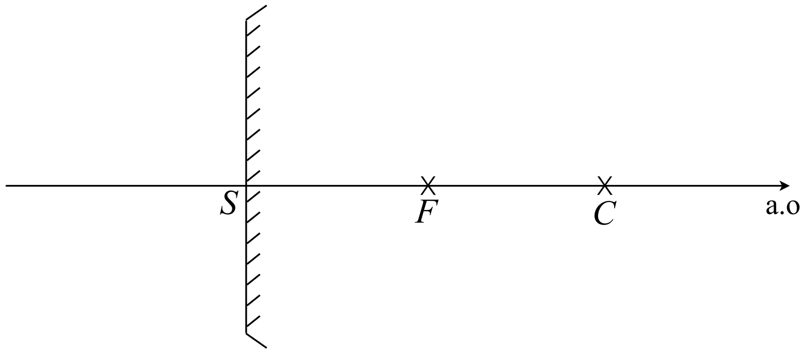
1. tracer le rayon parallèle au rayon incident passant par le sommet S : ce rayon émerge symétriquement par rapport à l'axe optique
2. représenter le plan focal
3. tracer le rayon émergent à partir du miroir (continuité avec le rayon incident) en passant par l'intersection entre le plan focal et le rayon parallèle à l'axe optique.

Il y a donc trois façons de construire le rayon émergent à partir d'un rayon incident.



1.1.2 Cas d'un miroir convexe

On construit le rayon émergent d'un rayon incident quelconque pour un miroir convexe en suivant une procédure similaire à celle pour le miroir convexe (attention aux positions de C et F de l'autre côté du miroir).



1.2 Construction d'un rayon incident à partir d'un rayon émergent

Pour construire le rayon incident correspondant à un rayon émergent, on se base sur le principe du retour inverse de la lumière : la procédure est similaire à celle vue précédemment (partie 1.1).

1.3 Construction d'une image A'B' d'un objet transverse AB

On considère un objet AB transverse avec le point A qui appartient à l'axe optique. On cherche à construire l'image $A'B'$ après réflexion sur le miroir. Comme dans le cas des lentilles, on se place dans les conditions de Gauss et l'image sera donc transverse : cela signifie qu'on ne cherche que la position du point image B' (A' sera le projeté de B' sur l'axe optique). Ce point image B' se situe à l'intersection des rayons issus de B après réflexion sur le miroir : le problème revient donc à construire des rayons émergents.

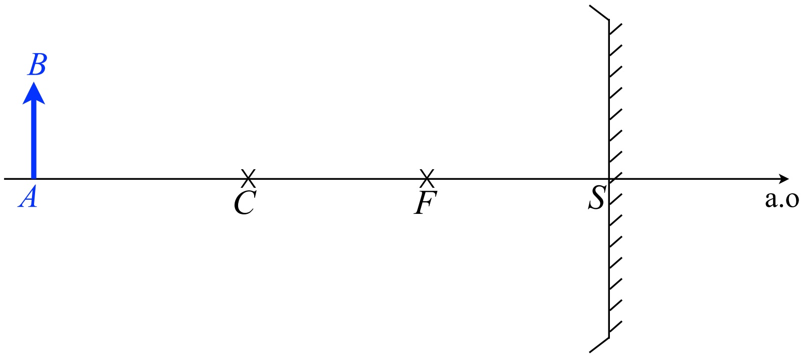
1.3.1 Cas d'un miroir concave

Pour construire l'image $A'B'$ après réflexion sur un miroir concave, on a besoin de deux rayons : B' se situe à l'intersection. Il existe plusieurs rayons exploitables facilement :

1. le rayon incident passant par B parallèle à l'axe optique qui émerge en passant par le foyer F
2. le rayon incident passant par B et par le centre C du miroir qui n'est pas dévié
3. le rayon incident passant par B et le foyer F qui émerge parallèle à l'axe optique

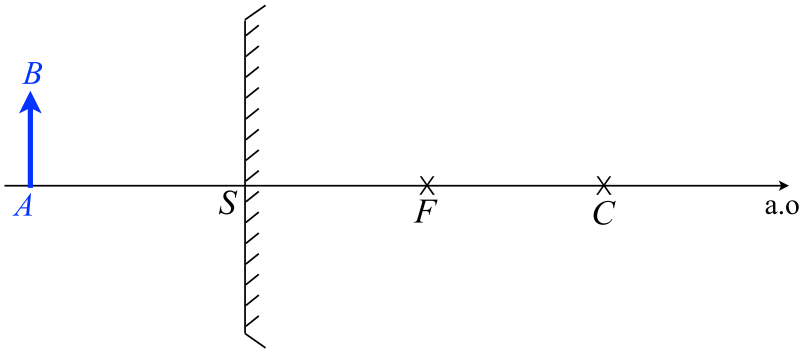
Ces trois rayons se croisent en B' : on construit deux de ces trois rayons pour déterminer l'image B'. On termine par déterminer la position de A' en projetant B' sur l'axe optique.

Remarque : le rayon issu de B passant au sommet S est réfléchi symétriquement par rapport à l'axe optique et passe par B'.



1.3.2 Cas d'un miroir convexe

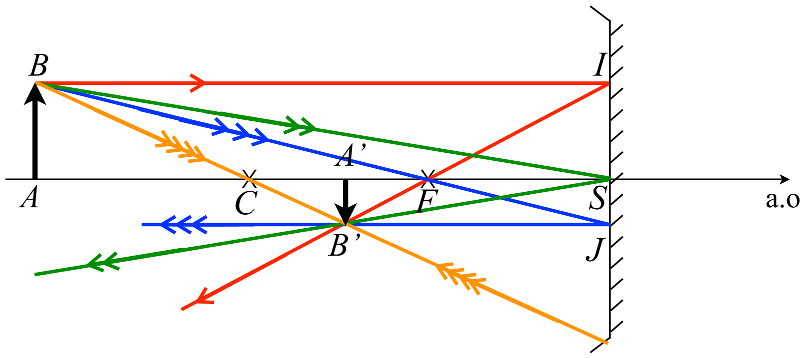
Pour construire l'image $A'B'$ après réflexion sur un miroir convexe, on utilise une méthode similaire à celle pour le miroir concave (attention : C et F sont à droite du miroir).



→ **Pour d'autres constructions d'images après réflexion sur un miroir, voir les feuilles annexes *Construction pour les miroirs sphériques concaves* et *Construction pour les miroirs sphériques convexes***

2 Relations de conjugaison et grandissement

Comme pour les lentilles, il existe des relations de conjugaisons reliant les positions de l'objet et de l'image aux caractéristiques du miroir.



2.1 Origine au foyer

Théorème - Relation de conjugaison et grandissement avec origine au foyer : Les distances algébriques $\overline{FA}$ et $\overline{FA'}$ sont liées à la distance focale f du miroir par la relation :

$$\overline{FA}.\overline{FA'} = f^2$$

Le grandissement transversal γ s'écrit alors :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f}{\overline{FA}} = -\frac{\overline{FA'}}{f}$$

Démonstration. Les triangles FAB et FSJ sont semblables donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{\overline{FA}}{\overline{FS}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{SJ}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

d'où $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FS}}{\overline{FA}} = -\frac{f}{\overline{FA}}$

Les triangles $FA'B'$ et FSI sont semblables donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{\overline{FS}}{\overline{FA'}} = \frac{\overline{SI}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$

d'où $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}} = -\frac{\overline{FA'}}{f}$

On obtient : $\frac{\overline{FA'}}{f} = \frac{f}{\overline{FA}}$ donc $\overline{FA}.\overline{FA'} = f^2$ □

2.2 Origine au sommet

Théorème - Relation de conjugaison et grandissement avec origine au sommet : Les distances algébriques $\overline{SA}$ et $\overline{SA'}$ sont liées à la distance focale f du miroir par la relation :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{f} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Le grandissement transversal γ s'écrit alors :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Démonstration.

$$f^2 = \overline{FA}.\overline{FA'} = (\overline{FS} + \overline{SA}).(\overline{FS} + \overline{SA'}) = (-f + \overline{SA}).(-f + \overline{SA'})$$

$$\Leftrightarrow -f.\overline{SA} - f.\overline{SA'} + \overline{SA}.\overline{SA'} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{f} = \frac{2}{\overline{SC}}$$

Les triangles ABS et $A'B'S$ sont semblables donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$ □

2.3 Origine au centre

Théorème - Relation de conjugaison et grandissement avec origine au centre : Les distances algébriques $\overline{CA}$ et $\overline{CA'}$ sont liées à la distance focale f du miroir par la relation :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = -\frac{1}{f} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

Le grandissement transversal γ s'écrit alors :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

Démonstration.

$$f^2 = \overline{FA}.\overline{FA'} = (\overline{FC} + \overline{CA}).(\overline{FC} + \overline{CA'}) = (f + \overline{CA}).(f + \overline{CA'})$$

$$\Leftrightarrow f.\overline{CA} + f.\overline{CA'} + \overline{CA}.\overline{CA'} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\overline{CA'}} + \frac{1}{\overline{CA}} = -\frac{1}{f} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

Les triangles ABC et $A'B'C$ sont semblables donc d'après le théorème de Thalès : $\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \gamma = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$ □

3 Le miroir plan

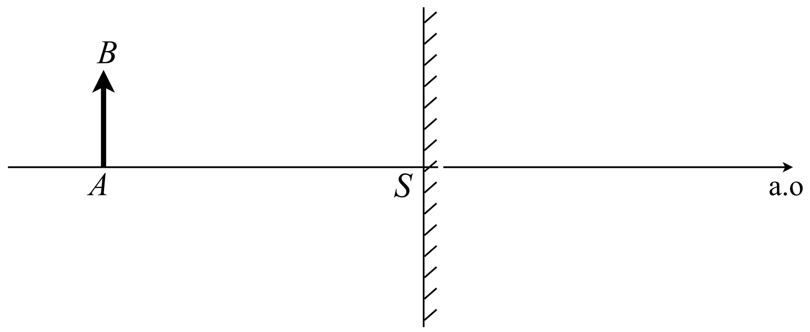
Définition : Le **miroir plan** peut être considéré comme un miroir sphérique de rayon $R \to \infty$: C et F sont rejetés à l'infini, c'est un système afocal.

On ne considère alors plus que la relation de conjugaison avec origine au sommet qui devient :

$$\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = 0 \quad \text{soit} \quad \overline{SA'} = -\overline{SA}$$

L'image après réflexion sur un miroir plan est symétrique à l'objet par rapport au plan du miroir.

N'importe quel axe perpendiculaire au plan du miroir est un axe optique. De plus, $\overline{SA'} = -\overline{SA}$. Ainsi la construction d'une image après réflexion sur le miroir plan est facile à réaliser :



Ainsi, un objet réel (respectivement virtuel) donne une image virtuelle (respectivement réelle) droite de même taille après réflexion.

Pour le miroir plan, les grandeurs deviennent :
- pour le **grandissement** : $\gamma = 1$
- pour le grossissement : $G = -1$