Travaux dirigés d'Optique 1 :
Bases de l'optique géométrique

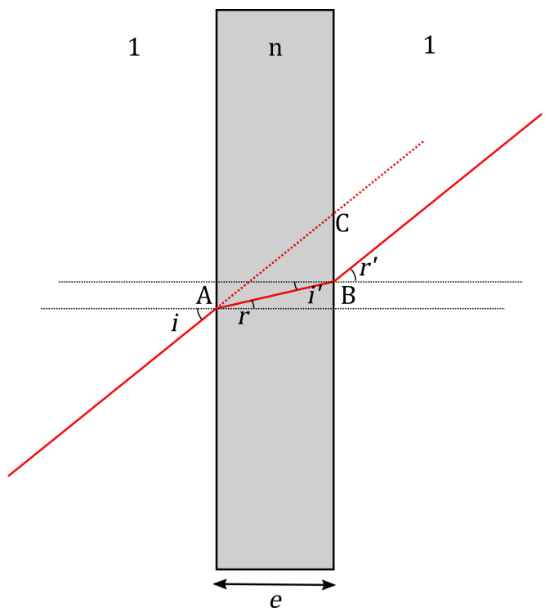
École Centrale Pékin

Année 3

Application du cours

Exercice 1 : Lame à faces parallèles

Une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice optique n est placée dans l'air.



1.

2. Dans l'air l'indice optique est environ 1. Dans la lame l'indice optique est n.
   Soit i et i' les angles d'incidence sur la première et la deuxième face et r et r' les angles de réfraction. Les dioptres étant parallèles et normales sont donc parallèles, r et i' sont des angles alterne internes égaux. Donc $r = i'$.
   D'après la troisième loi de Snell-Descartes $\sin i = n \cdot \sin r$ et $\sin r' = n \cdot \sin i'$ Donc $\sin i = \sin r'$.
   De plus :
   $d = BC \cos r' = BC \cos i = e\left(\tan i - \tan r\right) \cos i = e(\sin i - \frac{n \sin i \cos i}{\cos r}) = e(\sin i - \frac{\sin i \cos i}{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}$.

S'entraîner

Exercice 2 : Le prisme

1. a) Le triangle ABC est isocèle en A. La somme des angles d'un triangle est π donc $\widehat{A} = \pi - \widehat{AIJ} - \widehat{AJI}$. En introduisant r et r' on a alors : $\widehat{A} = \pi - (\pi/2 - r) - (\pi/2 - r') = r + r'$. Donc $\widehat{A} = r + r'$.
   b) L'angle entre les deux normales est $\pi - \widehat{A}$ L'angle entre le rayon incident et le rayon émergeant est donc $\pi - \widehat{A} + i + i'$. En prolongeant le rayon incident on obtient alors l'angle $D = \pi - \widehat{A} + i + i' - \pi = i + i' - \widehat{A}$.
   c)
$$\sin i = n \sin r$$
$$\sin i' = n \sin r'$$
2. a) Le rayon émergent uniquement si $sini' < 1$ donc pour $r' < \arcsin 1/n$.
   Or, $r = \widehat{A} - r'$ donc $r > \widehat{A} - \arcsin 1/n$. On prend alors le sinus de cette inéquation et à l'aide de la loi de Snell-Descartes on obtient : $\sin i > n \sin(a - \arcsin 1/n)$ et donc $i > \arcsin(n \sin(a - \arcsin 1/n)) = i_0$.
   b) En utilisant le principe de retour inverse de la lumière, $sini < 1$, donc $r < \arcsin(1/n)$.
   c) $\widehat{A} = r + r'$ or $r < \arcsin(1/n)$ et $r' < \arcsin(1/n)$ donc $\widehat{A} < 2 \arcsin 1/n)$.
   d) $\arcsin(1/n) = 41.8°$ donc $\widehat{A} < 83.6^{\$}circ$ et $i_0 > 27.9°$
3. a) $i = i'$ donc $D_m = 2i - \widehat{A}$ et ainsi $i = \frac{\widehat{A}+D_m}{2}$. Et $r = r' = \widehat{A}/2$. D'après la loi de Snell-Descartes $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin \frac{\widehat{A}+D_m}{2}}{\sin \widehat{A}/2}$.
   b) L'équation précédente est une fonction croissante de l'angle de déviation. Donc si n augmente D augmente or d'après la loi de Cauchy n est une fonction décroissante de la longueur d'onde λ. Donc la déviation est moins importante pour les grandes longueurs d'onde.

Exercice 3 : Fibre optique à saut d'indice

1. a) Il doit y avoir réflexion totale en J. Donc $\theta_2 > \arcsin \frac{n_2}{n_1}$.
   b) Or $\theta_1 = \pi/2 - \theta_2$ donc $\theta_1 < \pi/2 - \arcsin \frac{n_2}{n_1}$. En prenant le sinus en prévision de la loi de Snell on obtient : $\sin \theta_1 = \cos \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \sqrt{1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}}$.
   c)
$$\theta_{2,m} = 81,9°$$
$$\theta_{0,m} = 12,2°$$
   d) $O.N. = n_0 \sin \theta_{0m}$ donc $O.N. = n_1 \sin \theta_{1m} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$.
   e) — Pour la fibre silice-silicone, on trouve $O.N. = 0,36$ et $\theta_{0,m} = 21,1°$.
   — Pour la fibre à base d'arséniure de Gallium $O.N. = 2,5$ et $\theta_{0,m}$ n'est pas défini ! Tous les rayons entrent, quel que soit l'angle.
   Plus les indices sont différents plus l'ouverture numérique est grande.
   f)
$$A = \frac{10}{50} \log \frac{1}{0.1} = 0,005\,\mathrm{dB/km}$$
$$A = \frac{10}{\ell} \log \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)$$

où ϕ_1 et ϕ_2 désignent les flux du vecteur de Poynting à travers deux plans successifs (ϕ_1 :entrée et ϕ_2 :sortie) distants de ℓ, donnée en km.
Déterminez l'atténuation pour une fibre pour laquelle le flux après $50km$ est 10% du flux en entrée.

2. a) Le temps de trajet le plus court correspond à la distance la plus courte car la lumière ne voyage que dans le cœur de la fibre où l'indice est homogène. C'est donc la ligne droite pour un angle d'incidence nulle. $t_{min} = \frac{n_1 L}{c}$. Les rayons qui mettent le plus de temps sont ceux qui on voyagé avec l'angle le plus grand : $\theta_{2,m} = \arcsin n_2/n_1$. Le temps de trajet est alors $t_{max} = \frac{n_1 L}{\cos\theta_{0,m} c} = \frac{n_1 L}{C\sqrt{1-(n_1/n_2)^2}}$. Ainsi $\Delta\tau_{max} = \frac{n_1 L}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-(n_1/n_2)^2}} - 1\right)$.

   b) Avec les valeurs demandé on trouve : $\Delta\tau_{max} = 1,6 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s}$.

   c) Pour que les impulsions ne se mélange pas, il faut que l'étalement $\Delta\tau_{max}$ soit inférieur à l'écart entre deux impulsion. On peut négliger la durée des impulsion, on a donc $T > \Delta\tau_{max}$.

   d) On peut transmettre un bit par période T donc on transmet $1/T$ bit par seconde. En faisant l'approximation $1\,k\mathrm{b} = 1000\,\mathrm{b}$ et non pas 1024, on obtient alors un débit de $6300\,k\mathrm{b}/s$. On peut augmenter ce débit en diminuant T, donc en diminuant $\Delta\tau$. Il faut donc diminuer l'écart d'indice optique. On peut aussi contrôler les angles d'entrée.