Travaux dirigés d'Optique 2 :
Lentilles minces et association

École Centrale Pékin

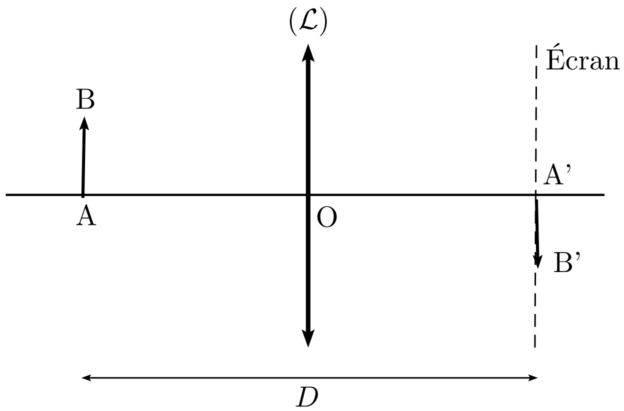
Année 3

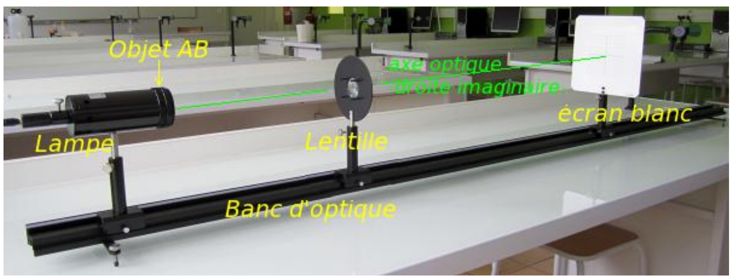
Application du cours

Exercice 1 : Condition de projection et méthode de Bessel

On cherche à faire l'image $A'B'$ d'un objet AB sur un écran à l'aide d'une lentille mince *convergente* $(\mathcal{L})$, de distance focale f' et dont la position est repérée par son centre optique O. L'objet et l'écran sont fixes et distants de D : seule la position de la lentille $(\mathcal{L})$ peut être modifiée.

1. Déterminer l'équation du second degré dont $x = \overline{AO}$ est solution.
2. En déduire qu'il existe une inégalité entre D et f' pour que l'on puisse conjuguer l'objet et l'écran avec la lentille. Cette inégalité se nomme *condition de projection*.
3. Lorsqu'il existe deux positions x_1 et x_2 de la lentille qui conjuguent l'objet et l'écran, montrer que la mesure de $d = |x_2 - x_1|$ et la connaissance de D permet d'en déduire f'.
4. Que se passe-t-il s'il n'y a qu'une seule position nette ?

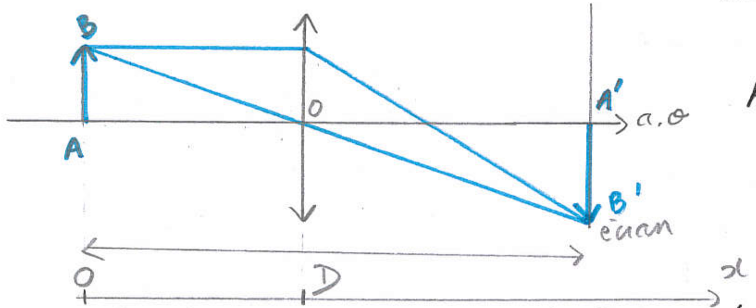




TD2 Optique

Exercice : Condition de projection et méthode de Bessel

①



on note
$\overline{AO} = x$
$\overline{AA'} = D$

D'après la relation de conjugaison de Descartes (origine au centre)
on a : $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ où $\overline{OA'} = \overline{OA} + \overline{AA'} = -x + D$
$\overline{OA} = -x$

ainsi on obtient : $\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{D}{(D-x)x} = \frac{1}{f'}$

$\Leftrightarrow \boxed{x^2 - Dx + Df' = 0}$

② on cherche des solutions réelles donc

$\Delta = D^2 - 4f'D = D(D-4f') \geq 0$

d'où $\boxed{D \geq 4f'}$ car $D > 0$

Pour avoir une image réelle, on doit avoir $D \geq 4f'$
=> condition de projection.

③ on a deux positions où l'image est nette
(solution de l'équation $x^2 - Dx + Df' = 0$ avec $D \geq 4f'$)

$x_1 = \frac{D}{2} + \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}$ et $x_2 = \frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}$

on définit $d = |x_2 - x_1| = x_1 - x_2 = \sqrt{D(D-4f')}$

$\Leftrightarrow d^2 = D(D-4f')$

$\Leftrightarrow \boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$

en connaissant d et D, on a f'

④ S'il n'y a plus qu'une seule position nette, alors
$\Delta = 0 \Leftrightarrow D = 4f'$ et $d = 0$

on a $\boxed{f' = \frac{D}{4}}$ c'est la méthode de Silbermann

S'entraîner

Exercice 2 : Autocollimation

AB est un objet, $\mathcal{L}$ une lentille mince convergente et $\mathcal{M}$ un miroir plan dont la normale est parallèle à l'axe optique de $\mathcal{L}$. La distance focale de $\mathcal{L}$ est égale à 2 unités de longueur du quadrillage. Soit A_1B_1 l'image donnée par la lentille $\mathcal{L}$ de AB, puis A_2B_2 l'image donnée par le miroir $\mathcal{M}$ de A_1B_1 et enfin $A'B'$ l'image finale que donne $\mathcal{L}$ de A_2B_2.

1. Pour chaque figure 1, 2 et 3, construire les images $A'B'$ à partir des deux rayons partant de B.

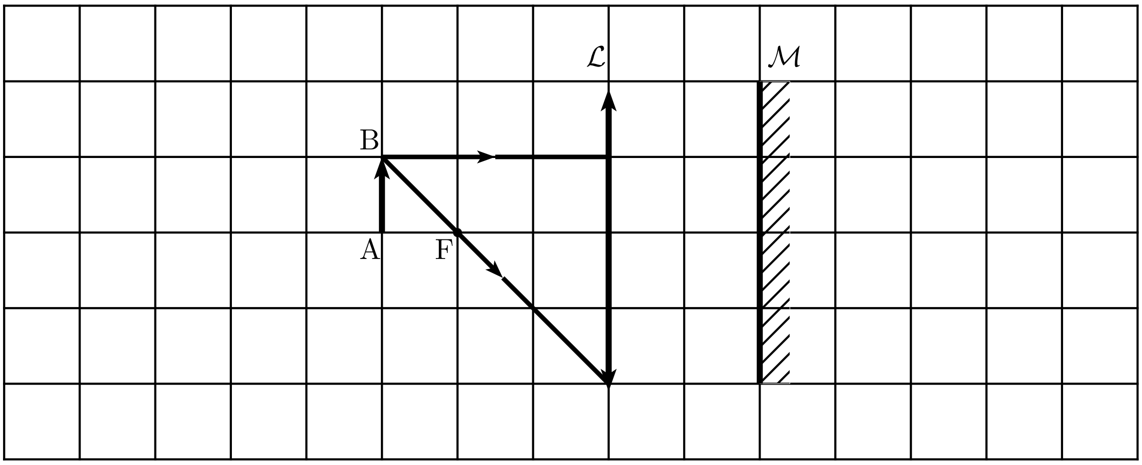


Figure 1

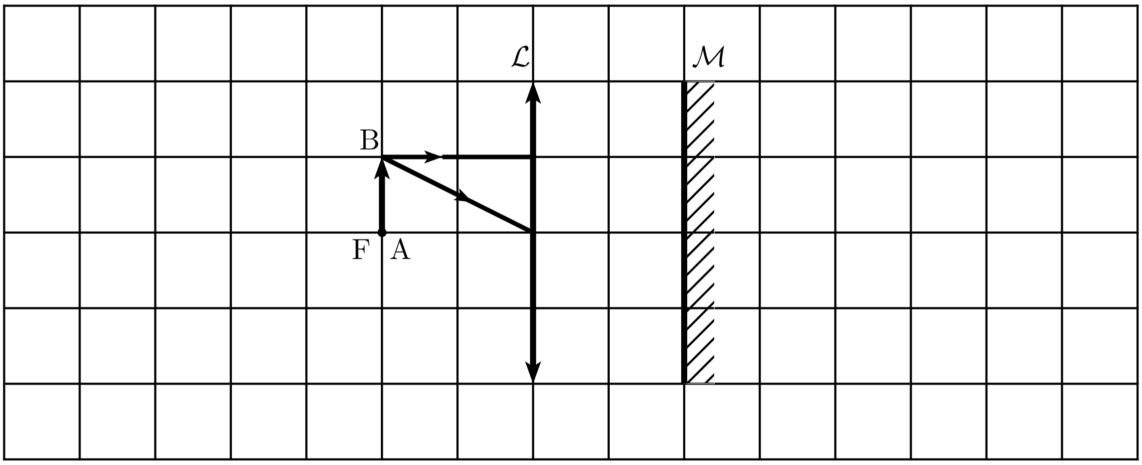


Figure 2

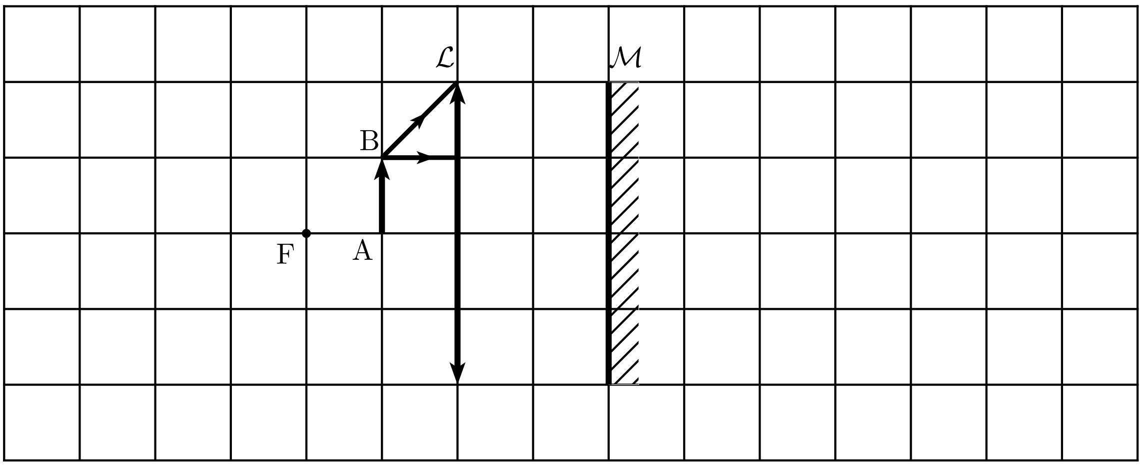


Figure 3

2. Retrouver dans le cas de la figure 1, par le calcul en utilisant les relations de conjugaison et le grandissement, la position des points images A' et B' ; on prendra le centre optique de la lentille comme origine : le point B est donc en $(-3, +1)$.

   Indication : *on déterminera les positions des points des images intermédiaires.*

3. Donner un argument simple permettant de déterminer le grandissement transversal du système sans faire de calcul dans les trois cas de figure. On donnera la valeur algébrique de ce grandissement.

4. Dans la configuration de la figure 2, l'image et l'objet sont dans le même plan. Que se passerait-il si on déplaçait le miroir, en conservant son plan perpendiculaire à l'axe optique de la lentille ?

5. Toujours dans la configuration de la figure 2, que se passerait-il si on inclinait le miroir (c'est-à-dire, si on écartait sa normale de l'axe optique de la lentille) ?

6. Conclusion : pourquoi dit-on que l'ensemble des 2 éléments (objet AB et lentille $\mathcal{L}$) dans la configuration de la figure 2 constitue un collimateur (un collimateur est un dispositif qui réalise un objet à l'infini) ?

7. Comment procéder pratiquement pour déterminer la distance focale d'une lentille mince convergente avec cette méthode ?

Exercice : Autocollimation

① Voir feuille réponse :

- A_1B_1 est l'image de AB par la lentille (1er passage)
- A_2B_2 est l'image de A_1B_1 par le miroir
- $\boxed{A'B'}$ est l'image de A_2B_2 par la lentille (2e passage)

↳ image finale par le système optique {lentille + miroir}

② on a pour les images successives :

=> A

$$A \xrightarrow[\mathcal{L}]{} A_1 \xrightarrow[\mathcal{M}]{} A_2 \xrightarrow[-\mathcal{L}]{} A'$$

• 1re traversée de $\mathcal{L}$

d'après la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \qquad \text{on a } \overline{OA} = -3, \quad f' = +2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{-3} + \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

d'où $\boxed{\overline{OA_1} = 6}$ $\boxed{A_1(6;0)}$

• Reflexion sur $\mathcal{M}$

on a $\overline{MA_1} = \overline{MO} + \overline{OA_1}$ avec $\overline{MO} = -2$, $\overline{OA_1} = 6$

d'où $\overline{MA_1} = 4$

après réflexion on a $\overline{MA_2} = -4$

d'où $\boxed{\overline{OA_2} = -2}$ $\boxed{A_2(-2;0)}$

• 2e traversée de $\mathcal{L}$ en sens inverse ← comme si $-\mathcal{L}$ de distance focale $-f'$

d'après la relation de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_2}} = \frac{1}{-f'} \qquad \text{on a } \overline{OA_2} = -2, \quad f' = +2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA_2}} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{-2} - \frac{1}{2} = -1$$

d'où $\boxed{\overline{OA'} = -1}$ $\boxed{A'(-1;0)}$

=> B

$$B \xrightarrow[\mathcal{L}]{} B_1 \xrightarrow[\mathcal{M}]{} B_2 \xrightarrow[-\mathcal{L}]{} B'$$

• 1re traversée de $\mathcal{L}$

grandissement linéaire : $\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$

avec $\overline{OA_1} = 6$

$\overline{OA} = -3$

$\overline{AB} = 1$

d'où $\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{6}{-3} = -2$ d'où $\overline{A_1B_1} = -2$

l'image est transverse donc $\boxed{B_1(6;-2)}$

• Réflexion sur $\mathcal{M}$

Par réflexion sur le miroir on a $\overline{A_2B_2} = \overline{A_1B_1}$

avec $\overline{A_1B_1} = -2$

d'où $\overline{A_2B_2} = -2$ donc $\boxed{B_2(-2;-2)}$

car l'image est transverse

• 2e traversée de $\mathcal{L}$ en sens inverse

grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_2}}$

avec $\left.\begin{array}{l} \overline{OA'} = -1 \\ \overline{OA_2} = -2 \\ \overline{A_2B_2} = -2 \end{array}\right\}$ donc $\overline{A'B'} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA_2}} \overline{A_2B_2} = \frac{-1}{-2} \times (-2) = -1$

$\boxed{B'(-1;-1)}$

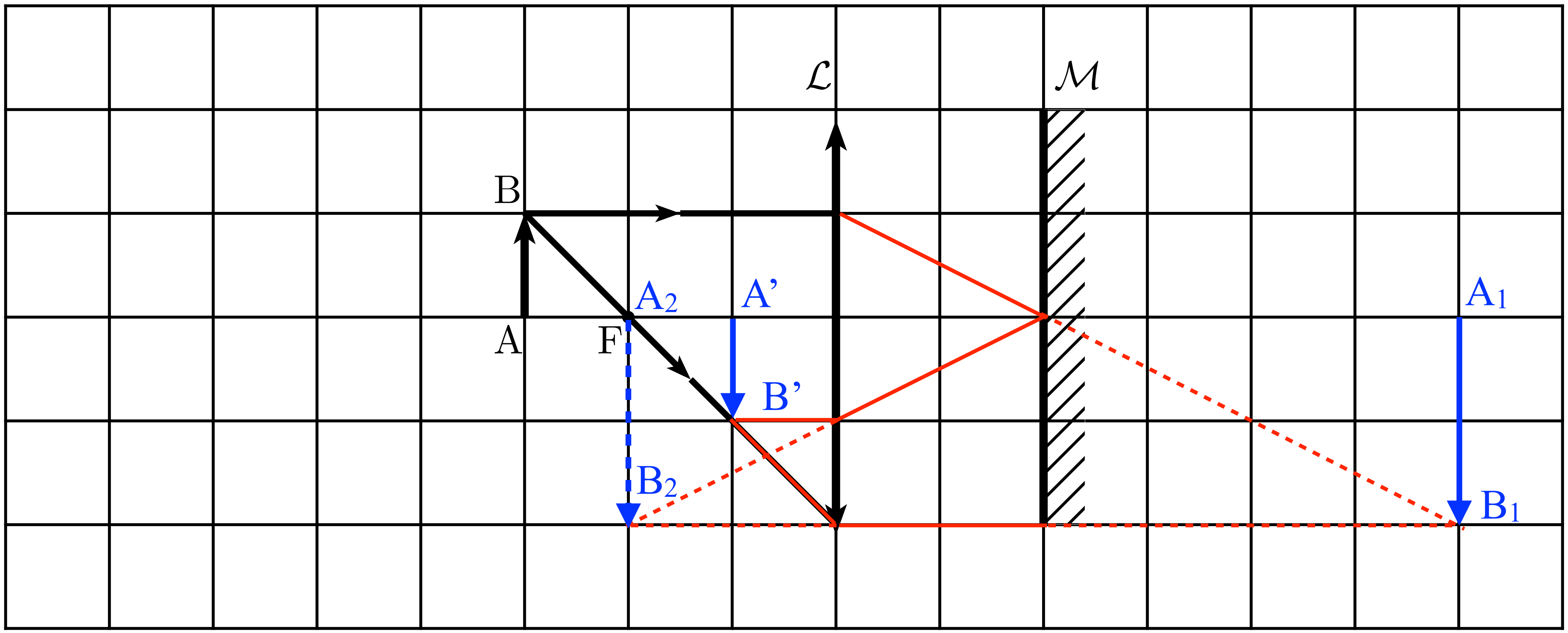


Figure 1

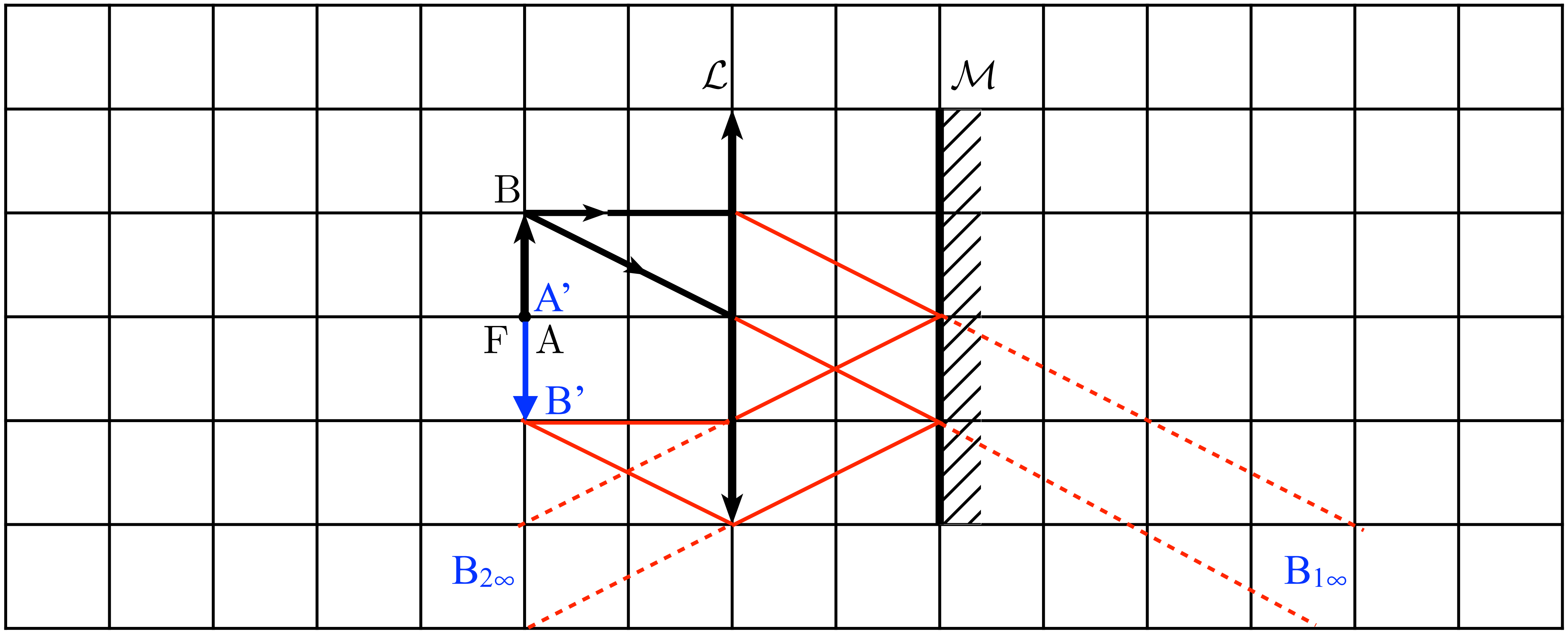


Figure 2

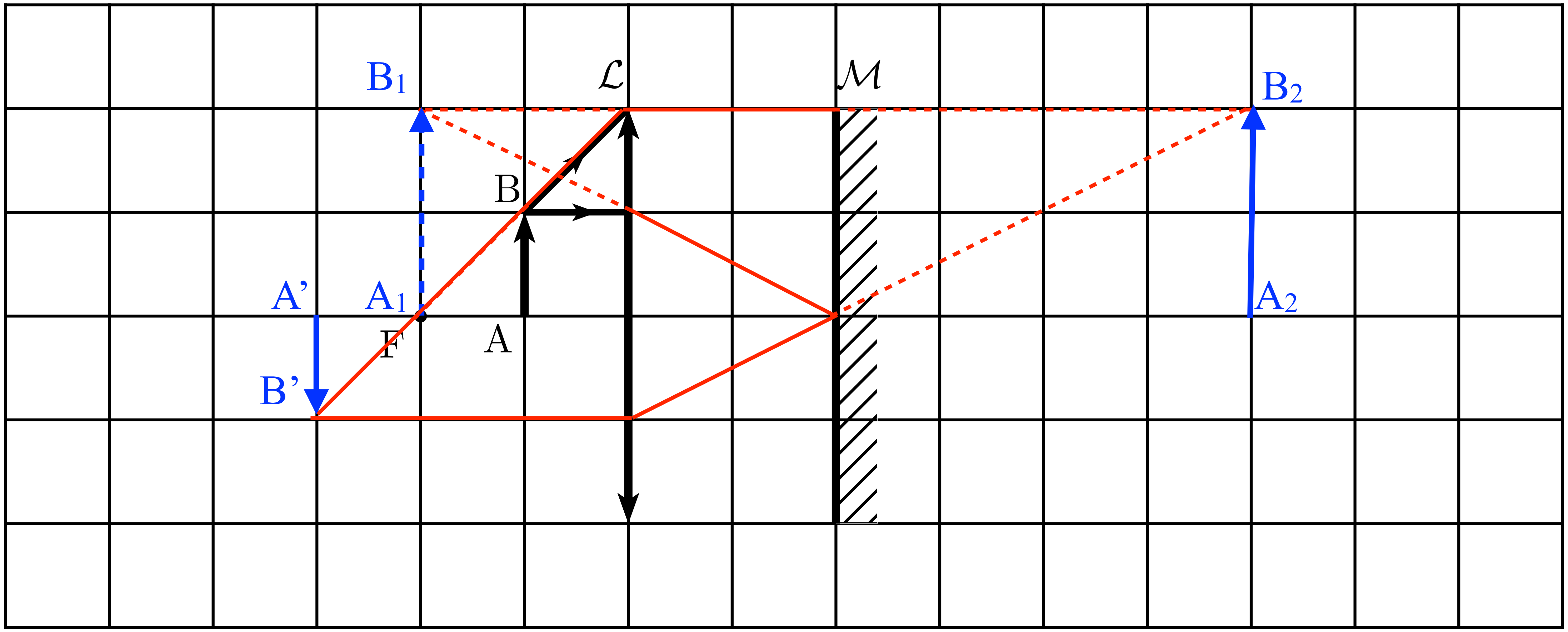


FIGURE 3

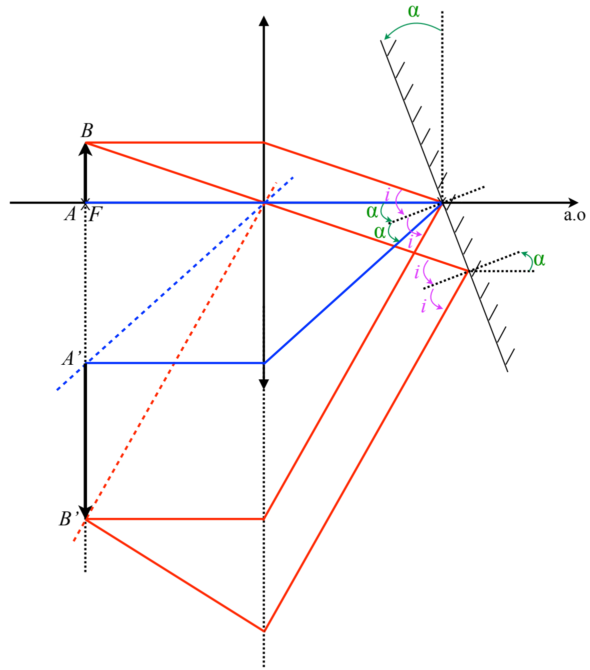
③ Dans chaque cas, le miroir est placé dans le plan focal image de la lentille donc le rayon incident passant par B et parallèle à l'axe optique sort de la lentille en passant par le centre du miroir. Il est donc réfléchi symétriquement par rapport à l'axe optique et ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique à une distance égale à la hauteur de l'objet. Le grandissement γ est donc égal à -1 dans chacun des cas étudiés.

④ Dans le cas (b) l'objet est placé dans le plan focal objet de la lentille, tous les rayons incidents passant par B sortent donc de la lentille parallèles entre eux. Quelle que soit la position du miroir le long de l'axe optique, ils sont réfléchis symétriquement et repartent parallèles entre eux (autrement dit, l'image B_1 est à l'infini donc l'image B_2 aussi). Alors leur image par la lentille traversée à l'envers est dans le plan focal, symétrique de B par rapport à l'axe.

=> déplacer le miroir le long de l'axe ne change rien pour l'image

⑤ Si on incline le miroir en gardant le centre en F' :

- le rayon passant par A n'est pas dévié par la lentille mais est réfléchi par le miroir dans une direction qui n'est plus celle de l'axe optique : A' ne sera plus sur l'axe optique.
- les rayons passant par B sortent // entre eux de la lentille et sont donc toujours // après réflexion sur le miroir, quelque soit son angle α : B' est donc toujours dans le plan focal objet de $\mathcal{L}$



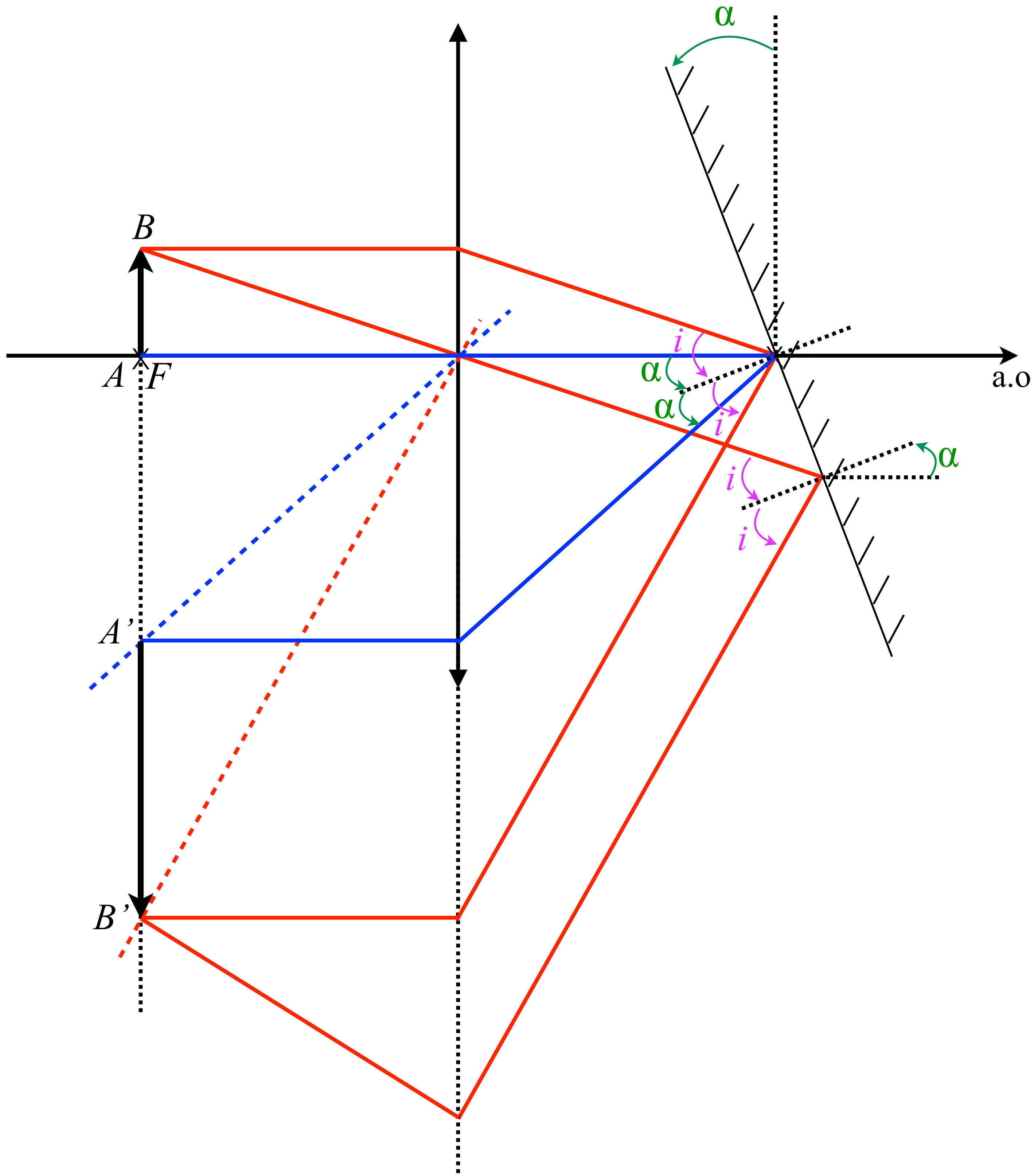
=> A'B' est donc translatée dans son plan et s'écarte de l'axe optique.

Si l'inclinaison du miroir est trop grande, les rayons ne retraverseraient pas la lentille et l'image disparaît.

Remarque : on constate sur le schéma que γ est différent de -1

⑥ Tous les rayons passant par B ressortent parallèles entre eux : on a une image à l'infini.
Ainsi l'ensemble {objet AB + lentille $\mathcal{L}$} forme un collimateur.

⑦ Méthode d'autocollimation : on déplace un ensemble {lentille + miroir} par rapport à l'objet jusqu'à observer une image nette inversée de même taille dans le plan de l'objet. La distance objet-lentille est alors la distance focale (situation b)



α
B
A
F
a.o
i
α
α
i
i
α
i
A'
B'