

Procédés

Corrigé Exercice 4

Dimensionnement d'un réacteur de production de styrène

1) La vapeur d'eau joue le rôle de tampon thermique : elle apporte une partie de la chaleur nécessaire à la réaction endothermique. De plus elle déplace l'équilibre dans un sens favorable (loi de Le Châtelier) et permet d'éviter les réactions de polymérisation du styrène en abaissant la pression partielle de celui-ci (ces réactions produiraient des polymères solides qui boucheraient le réacteur).

2) Le nombre de moles de styrène produit par heure et par tube est $F_{EB}^0 \chi$, soit 0,8 kmol/h, ce qui correspond à 83,2 kg/h ou 2 t/jour (24h par jour, car l'installation fonctionne en continu).

On trouve donc $n_{\text{tubes}} = 6$ pour assurer la production souhaitée.

On fera tous les calculs pour un tube, sachant que les 6 tubes se comportent de la même façon.

REACTEUR ISOTHERME

1) La réaction est la suivante :



Entrée N_{EB}^0 **0** **0** N_W^0

Abscisse z $N_{EB}^0 (1-\chi)$ $N_{EB}^0 \chi$ $N_{EB}^0 \chi$ N_W^0

Le débit molaire total est donc : $N_t = N_{EB}^0 (1+\chi) + N_W^0$; ce nombre varie peu le long du réacteur de 52 kmol/h à l'entrée à 52,8 kmol/h à la sortie. On considérera que N_t est constant et égal à 52,4 kmol/h.

$$p_{EB} = P_t \frac{N_{EB}^0 (1-\chi)}{N_t} \quad p_S = p_H = P_t \frac{N_{EB}^0 \chi}{N_t}$$

$$r = \frac{k P_t N_{EB}^0}{N_t} \left(1 - \chi - \frac{P_t N_{EB}^0}{K N_t} \chi^2 \right)$$

avec P_t pression totale.

2) Bilan matière sur EB dans une tranche de tube d'épaisseur dz (par unité de temps):

$$N_{EB}^0 (1-\chi) = N_{EB}^0 (1-\chi - d\chi) + r dm$$

dm : masse de catalyseur dans la tranche d'épaisseur dz

$dm = \rho dV = \rho \sigma dz$ avec ρ densité de remplissage du catalyseur et σ section d'un tube.

r dépend uniquement de χ , car le réacteur est isotherme ; k et K sont constants le long du tube.
 On a $k = 0,114 \text{ mol.h}^{-1}.\text{atm}^{-1}.\text{(g catalyseur)}^{-1}$ et $K = 0,876 \text{ atm}$

Calcul précis

On peut faire un calcul analytique ou un calcul numérique tranche par tranche ($\Delta\chi = 0,01$) ; ceci permet d'estimer la longueur de réacteur nécessaire par la méthodologie suivante :

$$\chi \rightarrow p_{EB}, p_S \text{ et } p_H \rightarrow r \rightarrow 1/r \rightarrow \Delta z$$

On trouve $Z = 2,77 \text{ m}$ avec ce calcul.

Calcul avec approximation

r constante dans tout le réacteur et égal à la moyenne entre l'entrée et la sortie

A l'entrée $r(0) = 0,00524 \text{ mol.h}^{-1}.\text{atm}^{-1}.\text{(g catalyseur)}^{-1}$

A la sortie $r(0,4) = 0,00310 \text{ mol.h}^{-1}.\text{atm}^{-1}.\text{(g catalyseur)}^{-1}$

La vitesse moyenne r_{moy} est $0,00417 \text{ mol.h}^{-1}.\text{atm}^{-1}.\text{(g catalyseur)}^{-1}$.

$$m = \frac{N_{EB}^0 (\chi_f - \chi_0)}{r_{\text{moy}}} \quad Z = \frac{N_{EB}^0 (\chi_f - \chi_0)}{r_{\text{moy}} \rho \sigma}$$

Avec une section de tube égale à $490,6 \text{ cm}^2$, **on trouve $Z = 2,72 \text{ m}$** , valeur très proche de celle obtenue avec le calcul précis.

Le réacteur isotherme comportera 6 tubes de longueur 2,7 m et de diamètre 25 cm. La masse totale de catalyseur à prévoir est $195,9 \times 6 = 1175,4 \text{ kg}$

3) L'énergie totale à apporter est égale à $Q = n_{\text{tubes}} N_{EB}^0 \chi_f \Delta H = 670 \text{ 080 kJ/h}$

4) La circulation du fluide chauffant doit plutôt être à co-courant car c'est à l'entrée du réacteur que la vitesse de la réaction chimique est la plus grande, donc c'est là que le besoin de chaleur est le plus fort ; la quantité de chaleur par unité de longueur du réacteur n'est pas constante puisque r varie, il faut donc adapter la surface d'échange en fonction de la vitesse de la réaction.

REACTEUR ADIABATIQUE

1) Bilan enthalpique dans une tranche de tube :

Enthalpie entrante par unité de temps ($H_{\text{entrée}}$) = Enthalpie sortante par unité de temps (H_{sortie})
 car il n'y a pas d'échange à la paroi.

$$H_{\text{entrée}} = N_{EB}^0 (1 - \chi) h_{EB}(T) + N_{EB}^0 \chi h_S(T) + N_{EB}^0 \chi h_H(T) + N_W^0 h_W(T)$$

$$H_{\text{sortie}} = N_{EB}^0 (1 - \chi - d\chi) h_{EB}(T+dT) + N_{EB}^0 (\chi + d\chi) h_S(T+dT) + N_{EB}^0 (\chi + d\chi) h_H(T+dT) + N_W^0 h_W(T+dT)$$

Il vient donc :

$$N_{EB}^0 d\chi [h_S(T+dT) + h_H(T+dT) - h_{EB}(T+dT)]$$

$$\begin{aligned}
& + N_{EB}^0 (1 - \chi) [h_{EB}(T + dT) - h_{EB}(T)] \\
& + N_{EB}^0 \chi [h_s(T + dT) - h_s(T)] \\
& + N_{EB}^0 \chi [h_H(T + dT) - h_H(T)] \\
& + N_W^0 [h_W(T + dT) - h_W(T)] = 0 \\
N_{EB}^0 d\chi \cdot \Delta H(T + dT) + N_{EB}^0 (1 - \chi) C_{pEB} dT + N_{EB}^0 \chi C_{pS} dT \\
& + N_{EB}^0 \chi C_{pH} dT + N_W^0 C_{pW} dT = 0
\end{aligned}$$

$$dT = - \frac{N_{EB}^0 \cdot \Delta H(T + dT)}{N_t \cdot C_p} d\chi$$

Ce qui donne avec les valeurs numériques : $dT = -115,1 d\chi$

2) Le calcul se fait tranche par tranche en utilisant les deux relations $dz = f(d\chi)$ et $dT = -115,1 d\chi$. A chaque tranche pour χ , z et T connus, on calcule K , k , r , dz et dT . On en déduit pour la prochaine tranche le nouveau χ ($\chi = \chi + 0,005$ par exemple) et les nouvelles valeurs de z et T . On s'arrête pour $\chi = 0,4$. **On trouve une longueur de 3,88 m.**

Si on fait le calcul avec l'approximation proposée

Pour calculer T à 0,2 et 0,4 on utilise la relation $dT = -115,1 d\chi$

χ	T °K	$k \text{ mol.h}^{-1}.\text{atm}^{-1}.\text{(g catalyseur)}^{-1}$	K atm	$r \text{ mol/g catalyseur/h}$
0	948	0,1140	0,876	0,00524
0,2	925	0,0854	0,596	0,00313
0,4	902	0,0630	0,398	0,00169

Calcul avec le modèle proposé

1^{er} tube : vitesse $r_1 = 0,00419 \text{ mol/g catalyseur/h}$
masse de catalyseur $m_1 = N_{EB}^0 \Delta\chi / r_1 = 95,58 \text{ kg}$ $Z_1 = m_1 / \rho \sigma = 1,35 \text{ m}$

2^{ème} tube : vitesse $r_2 = 0,00241 \text{ mol/g catalyseur/h}$
masse de catalyseur $m_2 = N_{EB}^0 \Delta\chi / r_2 = 165,98 \text{ kg}$ $Z_2 = m_2 / \rho \sigma = 2,35 \text{ m}$

La longueur totale est de 3,70 m à comparer avec 3,88 pour le calcul précis. On a une erreur de 4,7 %.

Le réacteur adiabatique comportera 6 tubes de longueur 3,7 m. La masse de catalyseur totale est de $261,6 \cdot 6 = 1569,3 \text{ kg}$.

COMPARAISON DES DEUX MODES THERMIQUES

Le mode isotherme donne une longueur de tubes inférieure à celle du mode adiabatique car dans le réacteur isotherme la vitesse est partout de $0,00524 \text{ mol/g cat/h}$. Au contraire dans le réacteur adiabatique la vitesse n'est égale à cette valeur qu'à l'entrée. Dans le reste du tube puisque la température diminue, la vitesse est plus petite, d'où une masse de catalyseur plus importante et par suite une longueur plus importante.