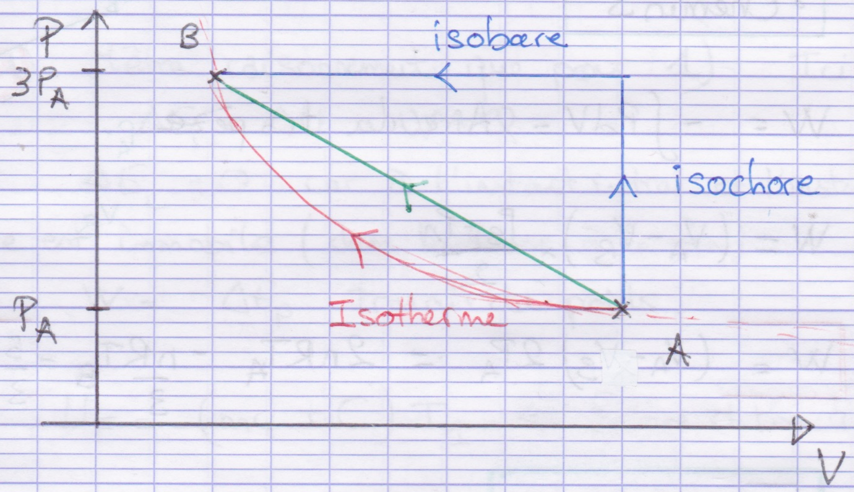
TD 3 : Bilans d'énergie

Exercice 1

1)



· Gaz Parfait donc la transformation isotherme est une courbe de la forme $y = \frac{a}{x}$ $\left(P = \frac{nRT}{V} \right)$

---

2)

· Chemin 1 : $W = \int_{V_A}^{V_B} -PdV$ (Évolution Quasi-Statique)

$$W = \int_{V_A}^{V_B} -\frac{nRT_A}{V}dV = -nRT_A \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

Or $V_B = \frac{nRT_B}{P_B}$ $\quad V_A = \frac{nRT_A}{P_A}$

et comme il existe une transformation isotherme qui relie A et B alors $T_A = T_B$

d'où : $\boxed{W = -nRT_A \ln\left(\frac{P_A}{P_B}\right) = nRT_A \ln(3)}$

· Chemin 2 :

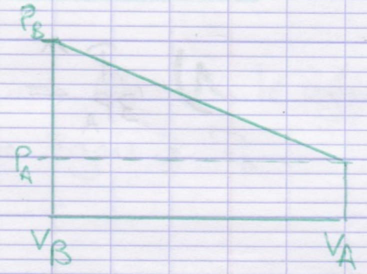
Première partie (isochore) $dV = 0$ donc $W = 0$

Deuxième partie $P = C^{te} = P_B$ donc

$$W = -\int P dV = -P_B \int_{V_A}^{V_B} dV = -P_B (V_B - V_A) = P_B(V_A - V_B)$$

$$\boxed{W = 3P_A V_A - P_B V_B = 3nRT_A - nRT_B = 2nRT_A}$$

• Chemin 3



$$W = -\int P dV = \text{Aire du trapèze}$$

$$W = (V_A - V_B) \times \frac{P_B + P_A}{2}$$

$$\boxed{W = (V_A - V_B)\, 2P_A = 2nRT_A - \frac{nRT_B}{3} = \frac{5}{3}nRT_A}$$

Exercice 2

1) $\Sigma = \{\text{la balle}\}$

Premier Principe : $\Delta E_c + \Delta U = W + Q$

- Mouvement horizontal $\rightarrow$ Pas de travail du poids
- Balle incompressible $\rightarrow$ $dV = 0$ pas de travail de pression
- On suppose que la transformation est rapide devant les transferts thermiques : $Q = 0$
- $\Delta E_c = -E_{c\,\text{initial}} + E_{c\,\text{final}} = -\frac{1}{2} m V_0^2 + 0$

- $\Delta U = \underbrace{mC}_{\text{Capacité thermique du solide (supposée constante).}} \Delta T$

Le premier principe donne alors $mC\Delta T = \frac{1}{2} m V_0^2$

$$\boxed{\Delta T = \frac{V_0^2}{2C} = 86\ K}$$

Si on attend suffisamment longtemps, la température de la balle redevient celle du mur car $C_{mur} \gg C_{balle}$, le mur peut être considéré comme un thermostat pour la balle.

2)

a) Même raisonnement que pour 1) Ici $\Sigma = \{sucre + thé\}$

$$\Delta E_c + \Delta U = W + Q$$

ici $\Delta E_c = 0$ car à l'instant initial et l'instant final, le sucre est immobile (dans la tasse à la fin).

$W = -\Delta E_p$ travail du poids.

$U_F = (mc + C) T_1$ ← Sucre et thé à la température T_1

Ici $U_I = C T_1 + mc T_0$

Le Premier principe donne

$$(mc + C) T_1 - (C T_1 + mc T_0) = + mgh$$

$\Rightarrow$ $\boxed{h = \frac{c(T_1 - T_0)}{g}}$ $h = 6{,}25$ Km.

b) Ici $\Delta E_p = 0$ $\Delta E_c = -\frac{1}{2} m V_0^2$

Le PP donne : $\Delta U + \Delta E_c = 0$

$mc(T_1 - T_0) = \frac{1}{2} m V_0^2 \Rightarrow$ $\boxed{V_0 = \sqrt{2c(T_1 - T_0)}}$

$\boxed{V_0 = 353 \text{ m.s}^{-1}}$

c) $\Delta U = 0$ $(mc + C) T_1 - (C T_2 + mc T_0) = 0$

$\boxed{T_2 = T_1 + \frac{mc}{C}(T_1 - T_0)}$ $\Rightarrow$ $\boxed{T_2 = 72{,}75°C}$

Exercice 3

1) • Dès qu'on diminue le volume, on augmente la pression dans le cylindre

$\Rightarrow$ la 阀门 S2 se ferme

$\Rightarrow$ la 阀门 S1 s'ouvre $\Rightarrow$ On vide le cylindre pour que la pression soit toujours égale à P_0.

• Quand on remonte le piston, on crée un vide dans C

$\Rightarrow$ la 阀门 S1 se ferme

$\Rightarrow$ la 阀门 S2 s'ouvre car la pression dans R est + grande que dans C $\Rightarrow$ On vide R dans C.

La quantité de matière initiale dans R est $n_R = n_0 = \frac{P_0 V_0}{R T_0}$

À la fin de la transformation B $\rightarrow$ A $\rightarrow$ B, on a

$$P_C = P_1 = \frac{n_C R T_0}{V_B}$$

ression dans
après la
ransformation

Par conservation de la matière $P_1 V_0 = (n_0 - n_C) R T_0$

et $P_C V_B = n_C R T_0$

$$P_1 V_0 = n_0 R T_0 - n_C R T_0$$
$$= P_0 V_0 - P_C V_B$$ et $P_C = P_1$ (Égalité des pressions à cause de la 阀门)

$$\Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{P_0 V_0}{V_0 + V_B}}$$

---

2) Même raisonnement P_2 = Pression de R après 2 Aller Retour

$$P_2 V_0 = (n_1 - n_{C_2}) R T_0$$
$$P_{C_2} V_B = n_{C_2} R T_0$$ et $P_2 = P_{C_2}$

d'où $P_2 V_0 = P_1 V_0 - n_{C2} R T_0 = P_1 V_0 - P_2 V_B$

$$\Rightarrow \boxed{P_2 = P_1 \frac{V_0}{V_0+V_B} = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0+V_B}\right)^2}$$

---

3) Par récurrence : $\boxed{P_n = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0+V_B}\right)^n}$

$$P_n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

---

4) 2 Méthodes :

① ~~Faire~~ comme les questions 1), 2), 3) en essayant de trouver une relation de récurrence

⚠ [vérifier la récurrence sur 2 Aller-Retours avant de faire la généralisation

② La limite de la pompe se situe lorsqu'on ne peut plus enlever de particules, c'est-à-dire quand la [illegible] S2 ne s'ouvre plus lors de la remontée $A \to B$.

C'est à dire que : $P_C \geq P_R$, ~~volume~~ en B

le nombre de moles dans le réservoir est $n_C = \frac{P_0 V_A}{R T_0}$

la pression est donc, en B, $\boxed{P_C = \frac{n_C R T_0}{V_B} = \frac{P_0 V_A}{V_B}}$

lorsque $P_R = P_0 \frac{V_A}{V_B}$, on ne peut plus enlever de matière dans le réservoir, c'est la limite de la pompe.

---

5) Pendant l'aller, le gaz dans R ne bouge pas, donc $W = 0$

Pendant le retour $A \to B$, on a une détente isotherme.

Σ = { gaz contenu dans R lorsque le piston est en A }
C'est un système fermé ! Une partie du gaz va se déplacer, mais tout le gaz va rester dans R+C.

$$W_n = -\int_{V_0}^{V_0+V_B} P_n \, dV = -\int_{V_0}^{V_0+V_B} \frac{nRT_0}{V} dV = -nRT_0 \ln\left(1+\frac{V_B}{V_0}\right)$$

$$\boxed{W_n = -P_n V_0 \ln\left(1+\frac{V_B}{V_0}\right)} = \boxed{-P_0\left(\frac{V_0}{V_0+V_B}\right)^n V_0 \ln\left(1+\frac{V_B}{V_0}\right)}$$

$\boxed{W_n < 0}$ donc le gaz fournit du travail ??!

Oui ! Mais, on doit fournir un travail pour faire le vide dans le réservoir (étape B→A)...

Exercice 4

Idée : Premier principe sur les mains : $\Delta U + \Delta E_c = W + Q$

- On suppose que sur quelques secondes, les mains ne transmettent pas par transferts thermique $\Rightarrow Q = 0$

- On peut raisonner sur une main fixe (et l'autre mobile qui frotte). $\Rightarrow \Delta E_c = 0$ $\quad \Sigma = \{\text{Une main}\}$

- Force d'une main sur l'autre ?

Force de frottement ! Loi de Coulomb $T = \mu F$

$\mu \sim 0{,}3$
T : Force tangentielle
N : Force Normale

Puissance dissipée $\mathcal{P} = T \times$ vitesse d'une main / à l'autre

$\Rightarrow \Delta U = W = \mathcal{P} . \tau$ et $\Delta U = \underset{S}{\text{Surface}} \times \underset{e}{\text{épaisseur}} \times \rho . c_m \Delta T$

$\Rightarrow \boxed{\Delta T = \dfrac{\mu F v \tau}{2 S e \rho c_m}}$ A.N : $\mu = 0{,}3$, $F = 10\,N$, $\tau = 10\,s$, $v = 50\,cm.s^{-1}$, $S = 100\,cm^2$, $e = 2\,cm$

$\rho = \rho_{eau}$
$c_m = c_{m\,eau} = 4{,}2\ J.kg^{-1}.K^{-1}$

$\boxed{\Delta T = 9°C}$
C'est plausible