

# TD4 : Premier Principe de la thermodynamique

## Exercice 1

- 1)
- $A \rightarrow B$  : le volume est constant donc  $\underline{W_{A \rightarrow B} = 0}$
  - $B \rightarrow C$  : le volume augmente donc le système fournit du travail à l'extérieur donc  $\underline{W_{B \rightarrow C} < 0}$
  - $C \rightarrow A$  : le volume diminue donc  $\underline{W_{C \rightarrow A} > 0}$

On voit que l'aire sous la courbe BC est plus grande que l'aire sous la courbe CA donc  $|W_{B \rightarrow C}| > |W_{C \rightarrow A}|$   
 donc  $W_{tot} = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} + W_{C \rightarrow A} < 0$  le cycle est moteur

2)

a)  $\Delta U = W_{tot} + Q_{tot}$  Or U est une fonction d'état, donc sur le cycle  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$   $\Delta U = U(A) - U(A) = 0$

$$W_{tot} = W_{A \rightarrow B} + W_{B \rightarrow C} + W_{C \rightarrow A}$$

$$Q_{tot} = Q_{A \rightarrow B} + Q_{B \rightarrow C} + Q_{C \rightarrow A}$$

b)  $W_{A \rightarrow B} = 0$   $W_{B \rightarrow C} = -\frac{P_0(k+1)}{2} V_0$   $W_{C \rightarrow A} = V_0 P_0$

donc  $W_{tot} = -\frac{P_0 V_0}{2} (k-1)$  ou :  $W_{tot} = \text{Aire du triangle ABC} = -\frac{1}{2} (k-1) P_0 V_0$

$A \rightarrow B$  est isochore donc  $\Delta U_{AB} = \overset{\text{isochore}}{\underset{\text{def } C_V}{Q_{A \rightarrow B}}} = C_V \Delta T = C_V (T_B - T_A)$

De même  $C \rightarrow A$  est isobare

donc  $\Delta H = C_p \Delta T = \overset{\text{def } H = U + PV}{Q_{C \rightarrow A}} = C_p (T_A - T_C)$

↑  
definition  $C_p$   
+ isobare

↑  
def  $H = U + PV$

$$Q_{A \rightarrow B} = \frac{C_V}{nR} (kP_0V_0 - P_0V_0)$$

$$Q_{C \rightarrow A} = \frac{C_P}{nR} (P_0V_0 - 2P_0V_0)$$

$$Q_{C \rightarrow A} = -\frac{C_P}{nR} P_0V_0$$

2) En utilisant 2) a)  $\Delta U = 0$

$$Q_{B \rightarrow C} = -W_{\text{tot}} - (Q_{A \rightarrow B} - Q_{C \rightarrow A})$$

$$Q_{B \rightarrow C} = \frac{1}{2}(k-1)P_0V_0 + \frac{C_P}{nR}P_0V_0 + \frac{C_V}{nR}P_0V_0(1-k)$$

Or  $\left\{ \begin{array}{l} C_P = \frac{\gamma}{\gamma-1} nR \\ C_V = \frac{nR}{\gamma-1} \end{array} \right.$  donc  $Q_{B \rightarrow C} = P_0V_0 \left[ \frac{k-1}{2} + 1 + \frac{1}{\gamma-1} + (1-k) \frac{1}{\gamma-1} \right]$

$$Q_{B \rightarrow C} = P_0V_0 \left[ \frac{k+1}{2} + \frac{2}{\gamma-1} - \frac{k}{\gamma-1} \right]$$

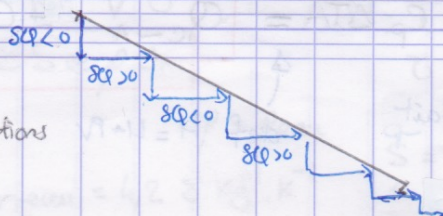
3)  $Q_{B \rightarrow C} = 0 \Rightarrow \frac{k[\gamma-1-2]}{2(\gamma-1)} = -\frac{1}{2} - \frac{2}{\gamma-1} = \frac{+1-\gamma-4}{2(\gamma-1)}$

$$\frac{k(\gamma-3)}{2(\gamma-1)} = \frac{-\gamma-3}{2(\gamma-1)} \quad \boxed{k = \frac{\gamma+3}{3-\gamma}}$$

Pour un gaz diatomique, on trouve  $k \approx 3$  donc  $P_B = 3P_0$

4) Une transformation adiabatique d'un gaz parfait est telle que  $PV^\gamma = C^e$ . Ici on a pas une telle forme de courbe donc la transformation n'est pas adiabatique "à tout temps"  
 $\delta Q \neq 0$  mais  $Q_{B \rightarrow C} = \int_B^C \delta Q = 0$

Ca veut dire que la transformation  $B \rightarrow C$  n'est pas "simple". C'est une succession de transformations infinitésimales



Par exemple:  
 une succession de transformations  
 isochores et isobares

## Exercice 2

### 1. Première Évolution.

a) On a un gaz parfait donc  $dU = C_V dT$   
Ici  $C_V = \frac{nR}{\gamma-1} = \frac{2R}{\gamma-1}$   $U = C_V T + C^{te}$

(Par "définition"  $U(0 \text{ Kelvin}) = 0$  donc  $C^{te} = 0$ )

$$U(T_A) = \frac{2RT_A}{\gamma-1}$$

b) Énergie apportée par la résistance  $E_r = r I^2 \tau$

$$q = \frac{E_r}{U(T_A)} = \frac{r I^2 \tau (\gamma-1)}{2RT_A}$$

c) Inconnues  $\begin{matrix} P_{1B} & V_{1B} & T_{1B} \\ P_{2B} & V_{2B} & T_{2B} \end{matrix}$   $\rightarrow 6!$   
Il faut 6 équations  
pour résoudre le problème

À l'équilibre, le piston ne bouge plus donc  $P_{1B} = P_{2B}$  (1)

Le volume total est constant donc  $V_{1B} + V_{2B} = V_{\text{tot}} = 2V_A$  (2)

d) L'évolution dans le compartiment 2 est

- Quasi-Statique
- Adiabatique
- Gaz Parfait

$\Rightarrow PV^\gamma = C^{te}$  dans le compartiment (2)

$$P_{2B} V_{2B}^\gamma = P_A V_A^\gamma \quad (3)$$

$$e) \quad T_{B2} = \frac{P_{B2} V_{B2}}{R} \quad (4)$$

Il manque le premier principe dans le compartiment (1)

$$T_{B1} = \frac{P_{B1} V_{B1}}{R} \quad (5)$$

(On a déjà utilisé le premier principe dans le compartiment (2) avec la loi de Laplace).

f) le travail reçu par le système est compliqué à calculer. On peut éviter le problème en considérant le système (1+2)

$$\Sigma = \{(1)+(2)\} \quad W_{\Sigma} = 0$$

$$Q_{\Sigma} = r I^2 \tau$$

Donc le premier principe donne  $\Delta U_{\Sigma} = Q_{\Sigma}$   
 et  $\Delta U_{\Sigma} = \Delta U_{(1)} + \Delta U_{(2)}$   
 extensivité de l'énergie interne

$$\Delta U_{(1)} = \frac{R}{\gamma-1} (T_{B1} - T_A)$$

$$\Delta U_{(2)} = \frac{R}{\gamma-1} (T_{B2} - T_A)$$

$$\text{donc on obtient : } \frac{2RT_A}{\gamma-1} \left( -1 + \frac{T_{B1} + T_{B2}}{2T_A} \right) = r I^2 \tau$$

$$T_{B1} + T_{B2} = 2T_A (q+1) \quad (6)$$

$$g) \quad (4) + (5) : R (T_{B1} + T_{B2}) = P_{B2} V_{B2} + P_{B1} V_{B1}$$

$$(6) \downarrow \quad 2T_A R (q+1) = P_B \cdot 2V_A \quad \downarrow (1) \text{ et } (2)$$

$$P_{B1} = P_{B2} = \frac{RT_A}{V_A} (q+1) = P_A (q+1) \quad \text{avec } P_A V_A = RT_A$$

Un calcul long et sans intérêt donne :

$$T_{B1} = T_A (q+1) \left( 2 - (1+q)^{-1/\gamma} \right) \quad T_{B2} = T_A (1+q)^{\delta - 1/\gamma}$$

$$V_{B1} = V_A \left( 2 - (1+q)^{-1/\gamma} \right) \quad V_{B2} = V_A (1+q)^{-1/\gamma}$$

## 2. Équilibre Thermique

a) Pour chaque compartiment, l'évolution est isochore.

b)  $P_{1C}, V_{1C}, T_{1C}$  → Idem à avant : 6 inconnues.  
 $P_{2C}, V_{2C}, T_{2C}$

Évolution isochore

$$V_{1C} = V_{1B} \quad (1)$$

$$V_{2C} = V_{2B} \quad (2)$$

On sait aussi que la température finale est la même.  $T_{1C} = T_{2C}$  (3)

c)  $\Sigma = \{1+2\}$

$\Delta U_{\Sigma} = 0$  car pas de travail et pas de chaleur échangée.

$$C_V(T_C - T_{2B}) + C_V(T_C - T_{1B}) = 0$$

$$\Rightarrow T_C = \frac{T_{1B} + T_{2B}}{2} = T_A(1+q) \quad (4)$$

d) Il manque le fait que les 2 gaz sont considérés comme suivant le modèle du gaz parfait.

$$\text{Donc (5) } P_{1C} = \frac{RT_C}{V_{1C}} = \frac{RT_A(1+q)}{V_{1B}} = \frac{RT_A(1+q)}{V_A(2 - (1+q)^{-1/\gamma})}$$

$$(6) P_{2C} = \frac{RT_C}{V_{2C}} = \frac{RT_A(1+q)}{V_{2B}} = \frac{RT_A(1+q)}{V_A(1+q)^{-1/\gamma}}$$

## 3. Déblocage du piston.

a) On ne peut rien dire pour ces 2 évolutions séparément.

par centre comme : les échanges de chaleur sont possible

$$(1) T_{10} = T_{20} = T_D$$

• les échanges de volume sont possible

$$(2) P_{10} = P_{20} = P_D$$

b) Volume total constant :  $V_{10} + V_{20} = 2V_A$  (3)

Gas Parfait :  $P_D V_D = RT_D$  (4)

$$P_D V_{20} = RT_D$$
 (5)

1<sup>er</sup> Principe sur  $\Sigma = \{1+2\}$   $\Delta U_\Sigma = 0$  donc  $T_D = T_C$  (6)

$$T_D = T_C = T_A(1+q)$$

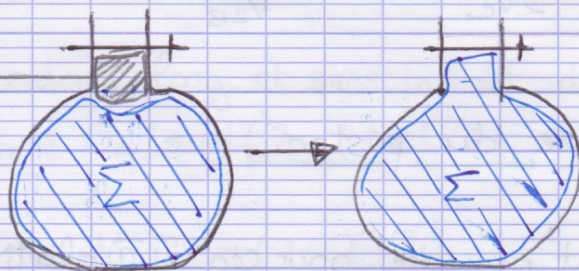
4) Pour le système  $\Sigma$ , l'évolution  $A \rightarrow D$  est isochore  
 $\Delta U = W + Q = Q$   
et le seul apport de chaleur est  $rI^2\tau$

D'après la question 1)  $\Delta U = \frac{2R}{\gamma-1} (T_D - T_A)$

donc  $T_D = \frac{(\gamma-1)rI^2\tau}{2R} + T_A = T_A(1+q)$

### Exercice 3

1) Volume qui va partir pendant la transformation 1



$\Sigma$  est le gaz qui reste dans le ballon pendant la transformation 1.

2) 1: Adiabatique (les échanges de chaleur n'ont pas le temps de se faire  $\Rightarrow \delta Q = 0$ )

2: Isochore

3) 1: On a une détente du gaz, donc il se refroidit

2: Les échanges de chaleur sont possibles et on est en contact avec un thermostat donc  $T_f = T_{\text{ext}} = T_0$

4) Transformation Adiabatique Quasi Statique d'un Gaz

Parfait  $\Rightarrow PV^\gamma = \text{cte}$

qu'on peut écrire  $P \left( \frac{nRT}{P} \right)^\gamma = \text{cte} \Leftrightarrow P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cte}'$

$$\Rightarrow (T_0 + \Delta P_{\text{ini}})^{1-\gamma} T_0^\gamma = P_0^{1-\gamma} (T_0 - \Delta T_1)^\gamma$$

$$\left( \frac{T_0 + \Delta P_{\text{ini}}}{P_0} \right)^{1-\gamma} = \left( \frac{T_0 - \Delta T_1}{T_0} \right)^\gamma$$

Etat final de la transformation  
1  $\oplus$  froid.

$$DL: 1 + (1-\gamma) \frac{\Delta P_{\text{ini}}}{P_0} \approx 1 - \frac{\Delta T_1}{T_0} \gamma$$

$$(1-\gamma) \frac{\Delta P_{\text{ini}}}{P_0} \approx -\gamma \frac{\Delta T_1}{T_0} \quad (1)$$

5) Evolution isochore:  $V_I = V_F$   $\frac{P_I}{T_I} = \frac{P_F}{T_F} (*)$

Etat initial (Transformation 2):  $P_0, T_0 - \Delta T_1$

Etat final ( " ) :  $P_0 + \Delta P_{\text{fin}}, T_0$

$$\text{donc } (*) : \frac{T_0}{T_0 - \Delta T_1} = \frac{P_0 + \Delta P_{\text{fin}}}{P_0}$$

$$DL : 1 + \frac{\Delta T_1}{T_0} \approx 1 + \frac{\Delta P_{\text{fin}}}{P_0} \quad (2)$$

6) On élimine  $\Delta T$ , des 2 relations (1) & (2)

$$(1-\gamma) \frac{\Delta P_{ini}}{P_0} = -\gamma \frac{\Delta P_{fin}}{P_0}$$

$$\Rightarrow \gamma = \frac{\Delta P_{ini}}{\Delta P_{ini} - \Delta P_{fin}}$$

7)

Pression dans la ballon = Pression dans le tube d'eau à la profondeur  $h$ .

$$\text{d'où } P_{ballon} = P_0 + \rho g h. \quad \text{donc } P_1 = P_0 + \rho g \Delta h_{ini}$$

$$P_2 = P_0 + \rho g \Delta h_{fin}$$

$$\text{donc } \gamma = \frac{\Delta h_{ini}}{\Delta h_{ini} - \Delta h_{fin}}$$

C'est une expérience très facile pour mesurer  $\gamma$ .