Symboles

Français des sciences

Mathématiques

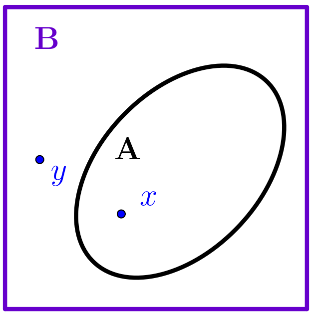
En mathématiques, on utilise des symboles, par exemple :

$$<,\ =,\ \subset,\ \cup,\ |,\ -,\ *,\ +,\ \perp,\ \in,\ /,\ \leq,\ //,\ \cdot,\ \wedge,\ \cap,\ \backslash$$

Certains symboles sont des **opérations** : $\cup$, $-$, $*$, $+$, $/$, $\cdot$, $\wedge$, $\cap$, $\backslash$
D'autres symboles sont des **relations** : $<$, $=$, $\subset$,$|$, $\perp$, $\in$, $\leq$, $//$

- $+$ est une opération car $2+3$ est un nombre $(2+3=5)$;
- $\leq$ est une relation car $3 \leq 2$ est une propriété fausse (une **propriété** peut être vraie ou fausse).

1 Relations



Soient A et B deux ensembles, x et y deux éléments :

- $$x \in A$$
  « x appartient à A » ou « x est dans A » \x属于A或x在A里\
- $$y \notin A$$
  « y n'appartient pas à A » ou « y n'est pas dans A »
  \y不属于A或y不在A里\

- Voici une « **définition** » \ 定义\ :

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x, x \in A \Rightarrow x \in B)$$

« A est une partie de B si, et seulement si, pour chaque x, si x est dans A, alors x est dans B »

ou « A est inclus dans B, est équivalent à, pour tout x, si x est dans A, alors x est dans B »

\ 当且仅当， 对于任意的 x 若 x属于A蕴含着 x属于B时， A是包含于B的或者当且仅当对于任意的 x 若 x属于A蕴含着 x属于B时， A是B的一部分\

- Si A est une partie de B ou si A est inclus dans B, le **complémentaire** \对立\ de A dans B, que l'on note C_A ou $\overline{A}$ est l'ensemble des éléments de B qui ne sont pas dans A.

Voici un ensemble particulier :

$$A = \emptyset \Leftrightarrow \forall x \in A, x \notin A.$$

« A est égal à **l'ensemble vide** si, et seulement si, pour tout x dans A, x n'est pas dans A. »

\当且仅当对于任意的x属于A，x不属于A时，A是空集\

L'ensemble vide est l'ensemble qui ne contient aucun élément.

1. Si E est un ensemble, alors $\emptyset \subset E$. Que vaut le complémentaire de $\emptyset$, $C_\emptyset = \overline{\emptyset}$?
2. Si $A \subset E$, que vaut $\overline{\overline{A}}$?

Voici trois autres symboles :

- $>$ « strictement supérieur à » « strictement plus grand que »
- $\leq$« inférieur ou égal à » « plus petit que »
- $<$ « strictement inférieur à » « strictement plus petit que ».

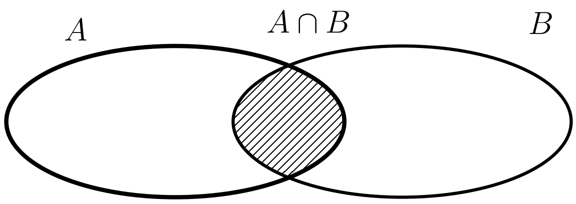
Les propriétés $1,5 \leq 3$ et $3 \leq 3$ sont vraies, mais la propriété $3 < 3$ est fausse.

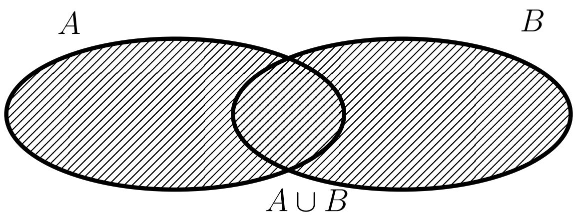
Un intervalle fermé (resp. ouvert) $[a, b] \subset \mathbb{R}$ (resp $]a, b[\subset \mathbb{R}$ est l'ensemble

$$\{x \in \mathbb{R},\ a \leq x \leq b\} \quad \textit{resp.}\ \{x \in \mathbb{R},\ a < x < b\}.$$

2 Opérations

2.1 Opérations sur les ensembles





- **L'intersection** \交集\

$$x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \text{ et } x \in B$$

« x est dans A inter B si, et seulement si, x est dans A et x est dans B »
\当且仅当x既属于A也属于B时，x属于A和B的交集\

- **L'union** \并集\

$$x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \text{ ou } x \in B$$

« x est dans A union B si, et seulement si, x est dans A ou x est dans B »
\当且仅当x属于A或B时，x属于A和B的并集\

- **La soustraction** \差集\

$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A \text{ et } x \notin B$$

« x est dans A moins B si, et seulement si, x est dans A et x n'est pas dans B »
\当且仅当x属于A，且x不属于B时，x在A减B的差集中\

2.2 $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ et $\mathbb{Q}$

$\mathbb{N}$ est l'ensemble des **entiers naturels** : $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \cdots\}$. C'est un ensemble infini car il contient une infinité d'éléments. L'opération $+$ (l'**addition**) est **interne** dans $\mathbb{N}$ car

$$\forall x \in \mathbb{N},\ \forall y \in \mathbb{N}, \quad x + y \in \mathbb{N}.$$

Mais l'opération $-$ (la **soustraction**) n'est pas interne dans $\mathbb{N}$ car $2 - 5 \notin \mathbb{N}$.

$\mathbb{Z}$ est l'ensemble des **entiers relatifs** : $\mathbb{Z} = \{\cdots; -2; -1; 0; 1; 2; \cdots\}$. L'opération $-$ est interne dans $\mathbb{Z}$ car

$$\forall x \in \mathbb{Z},\ \forall y \in \mathbb{Z}, \quad x - y \in \mathbb{Z}.$$

Mais l'opération / (la **division**) n'est pas interne dans $\mathbb{Z}$ car $\dfrac{2}{5} \notin \mathbb{Z}$.

$\mathbb{Q}$ est l'ensemble des **nombres rationnels** : $\mathbb{Q} = \left\{\dfrac{p}{q}, \quad p \in \mathbb{Z} \text{ et } q \in \mathbb{Z}^*\right\}$. L'opération / est interne dans $\mathbb{Q}$ car

$$\forall x \in \mathbb{Q},\ \forall y \in \mathbb{Q}^*, \quad \frac{x}{y} \in \mathbb{Q}.$$

La **multiplication** $\times$ est interne dans $\mathbb{N}$, dans $\mathbb{Z}$ et dans $\mathbb{Q}$.