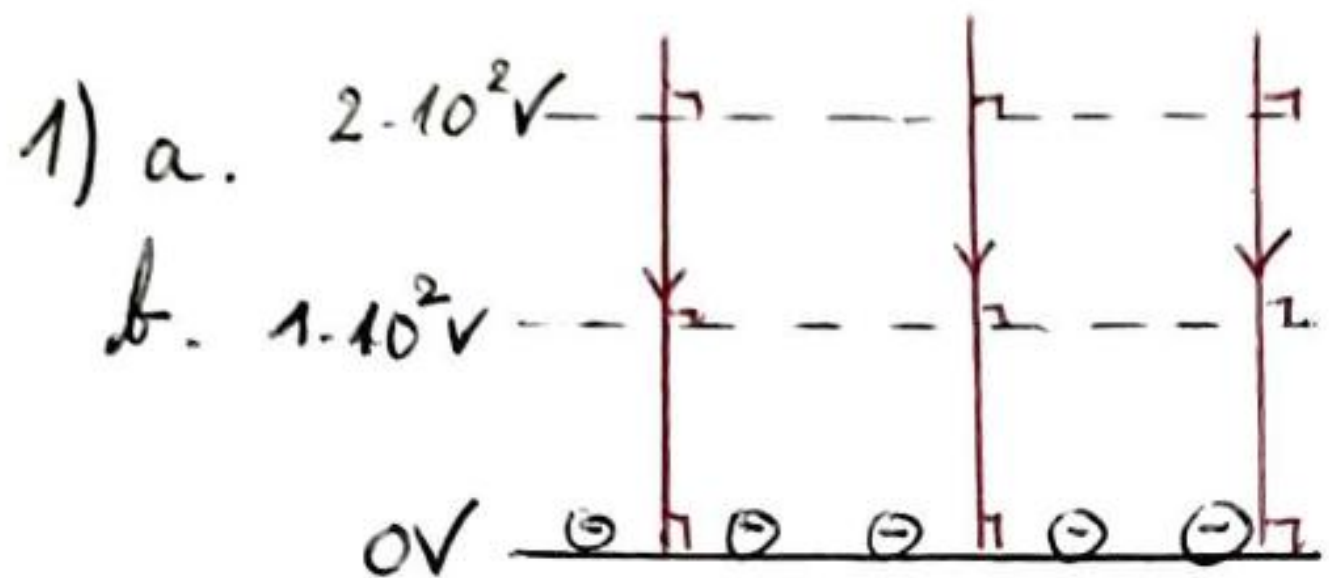
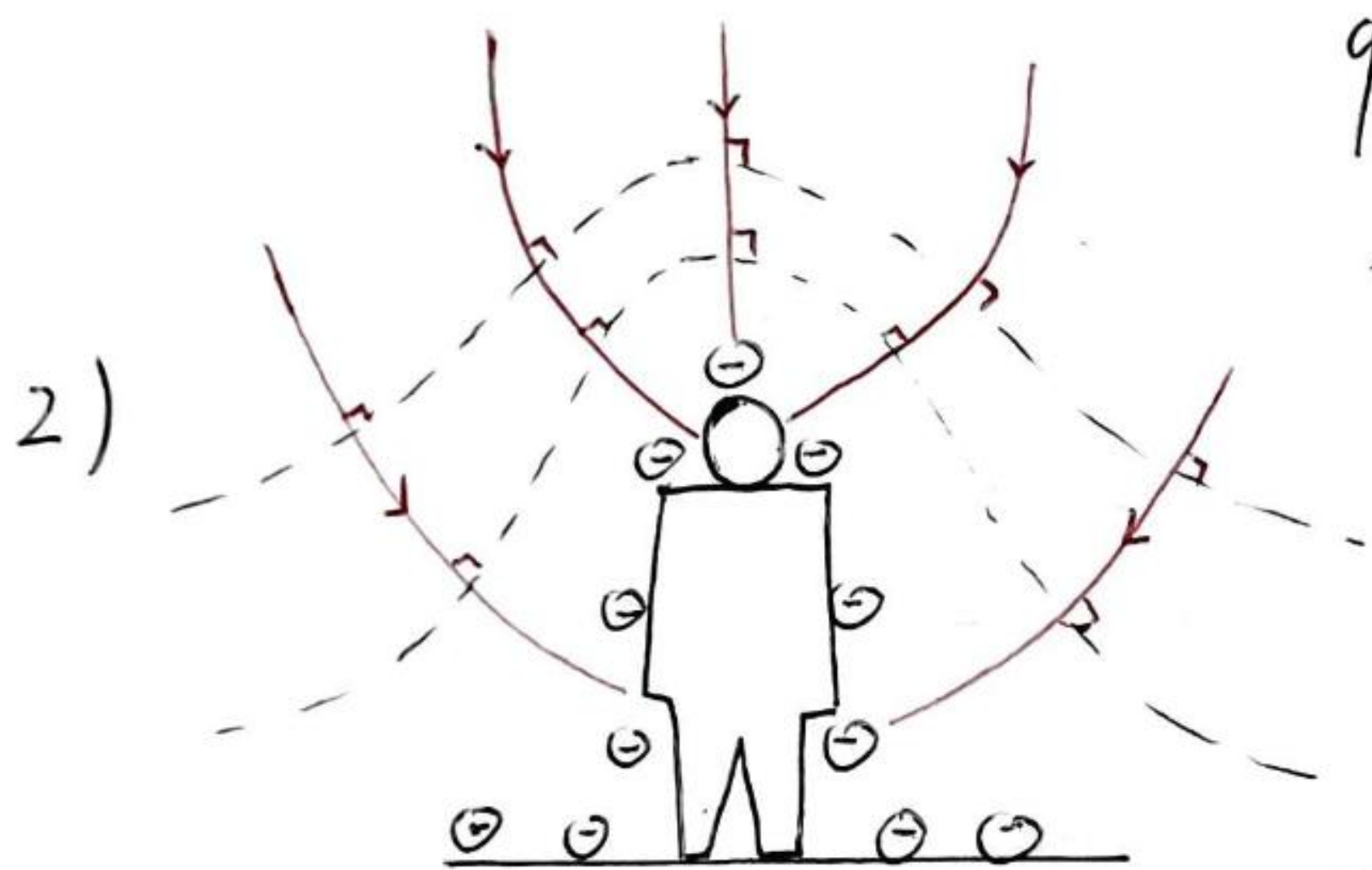


Ems - Correction

Ex 1 : La Foudre

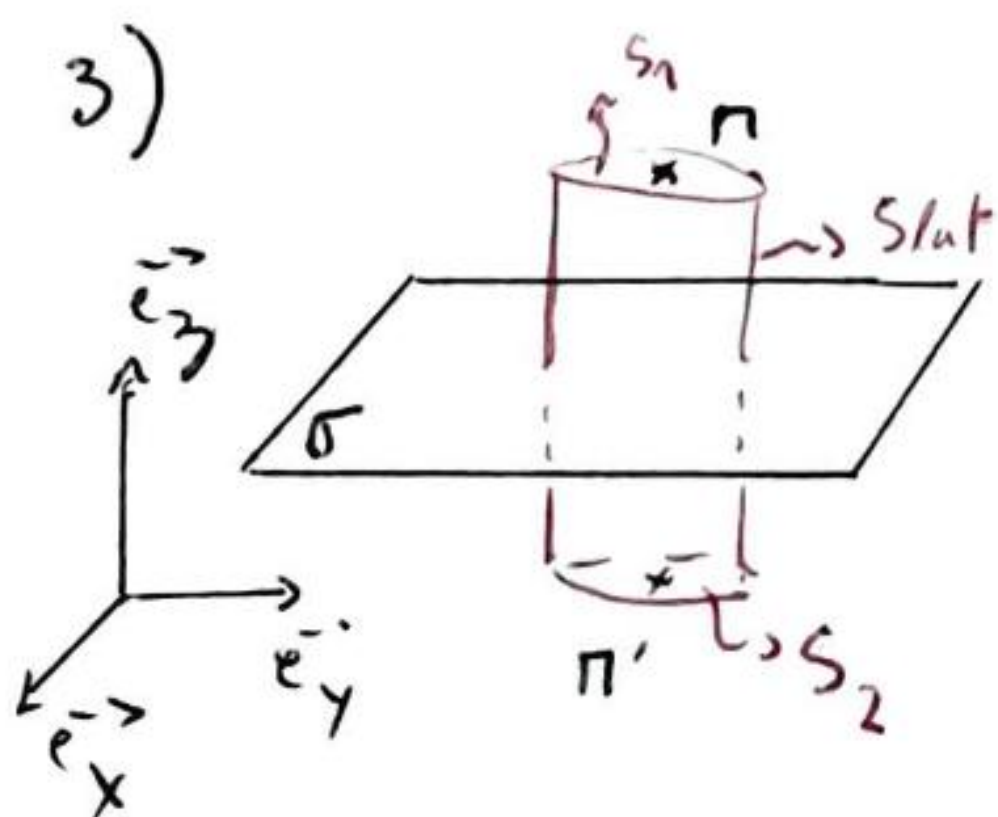


Le champ électrique $E = -\frac{dV}{dz}$ est de $10^2 \text{V} \cdot \text{m}^{-1}$ c'est à dire que le potentiel augmente de 10^2V à chaque mètre.



L'homme est en contact avec le sol donc au même potentiel que celui-ci.

En l'absence de charges $\text{div} \vec{E} = 0$ donc \vec{E} est à flux conservatif. Si un tube de champ se resserit la norme du champ augmente. Ici le champ est plus fort au niveau de la tête.



le champ en π et celui en π' sont opposés car le plan chargé est un plan de symétrie de la distribution de charge

• Le plan étant infini, les plans perpendiculaires au plan chargé sont des plans de symétrie donc \vec{E} leur appartient. Ainsi $\vec{E} \propto \vec{e}_z$

• D'après les invariances par translation selon \vec{e}_x et \vec{e}_y on a $\vec{E}(\pi) = E(z) \vec{e}_z$

• On utilise le théorème de Gauss sur la surface rouge.

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_{\text{lat}}} \vec{E} \cdot d\vec{S} \quad \vec{E} \perp d\vec{S}$$

$$\vec{E}(\pi) = -\vec{E}(\pi') \text{ et } d\vec{S}_1 = -d\vec{S}_2 \text{ donc } \oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = 2 \iint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$\rightarrow \text{De plus } Q_{\text{int}} = \sigma S_1 \text{ donc } 2 \cdot E \cdot S_1 = \frac{\sigma S_1}{\epsilon_0}$$

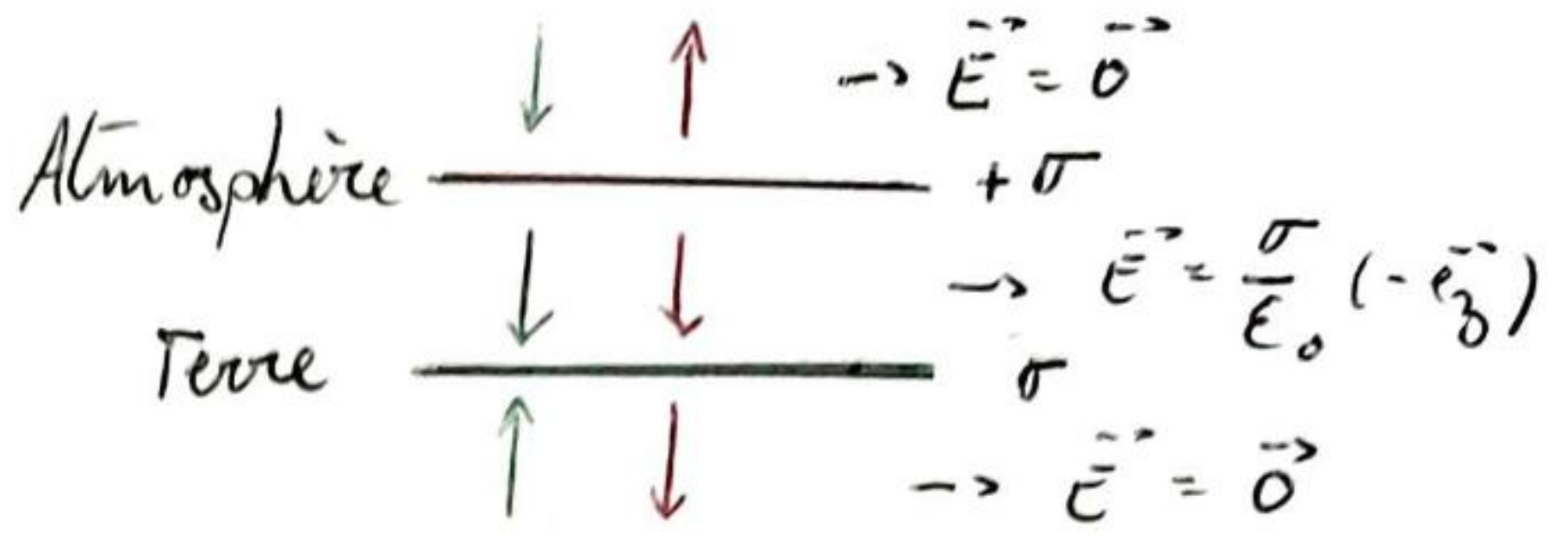
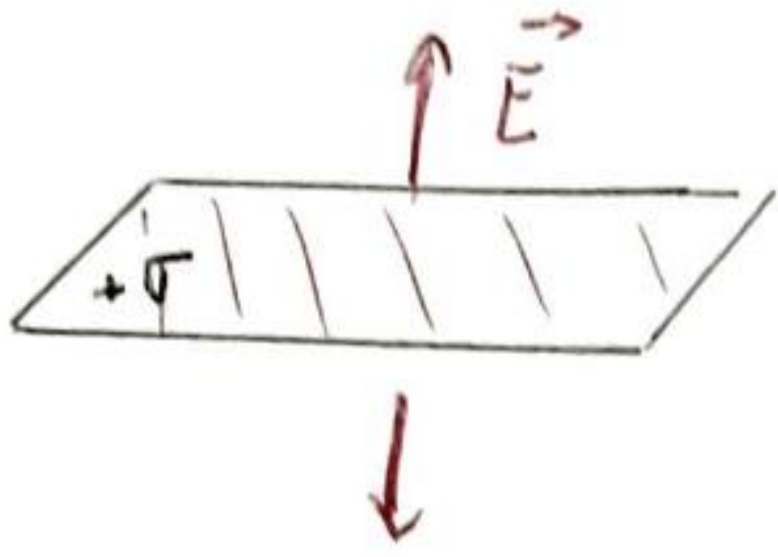
$$\text{puis } \vec{E}(\pi) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{e}_z$$

$$b) \vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r, \quad [E] = \frac{[q]}{[\epsilon_0][L^2]}$$

$$\text{On } [E(\pi)] = \frac{[\sigma]}{[\epsilon_0]} = \frac{[q]/L^2}{[\epsilon_0]} = \frac{[q]}{[\epsilon_0]L^2}$$

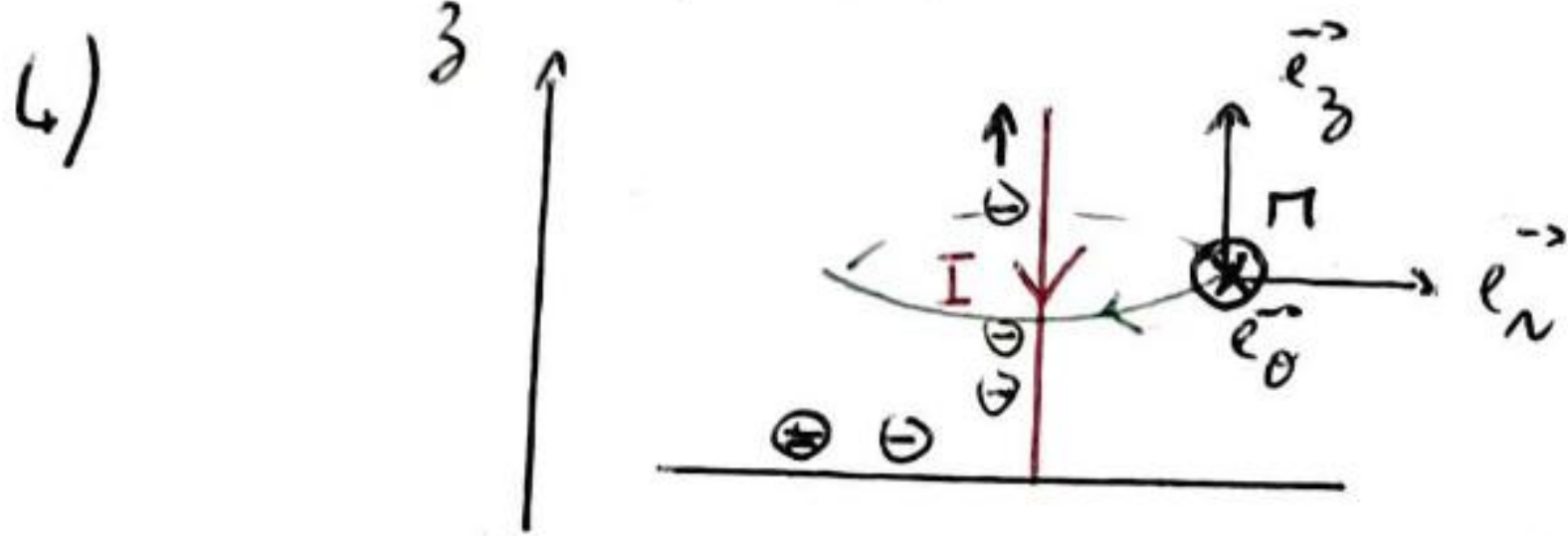
Le resultat est bien homogène.

c.



d.
$$A.N : \vec{E} = \frac{1,1 \cdot 10^9}{8,9 \cdot 10^{-12}} = 1,2 \cdot 10^2 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

On retrouve le champ donné dans l'énoncé



5) les charges négatives du sol vont vers l'atmosphère donc le courant va de l'atmosphère au sol.

6) le plan du schéma est un plan de symétrie donc \vec{B} est selon \vec{e}_θ

Il y a invariance par rotation autour de Oz donc

$$\vec{B}(\pi) = B(\rho, z) \vec{e}_\theta$$

On applique le théorème d'Ampère sur un cercle de rayon r

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad \text{d'où} \quad -2\pi r B = \mu_0 I \quad \text{puis} \quad \vec{B}(\pi) = \frac{-\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

7) a. pour un électron $\vec{F}_B = -e \vec{v} \wedge \vec{B} = -e v B (\vec{e}_z \wedge \vec{e}_\theta)$

$$\boxed{\vec{F}_B = -e v B \vec{e}_r}$$

la force tend à rapprocher les électrons le long de l'axe Oz .

Pour les ions positifs qui descendent $\vec{F}'_B = e \vec{v} \wedge \vec{B} = e v B (-\vec{e}_z \wedge \vec{e}_\theta)$

$$\boxed{\vec{F}'_B = -e v B \vec{e}_r}$$

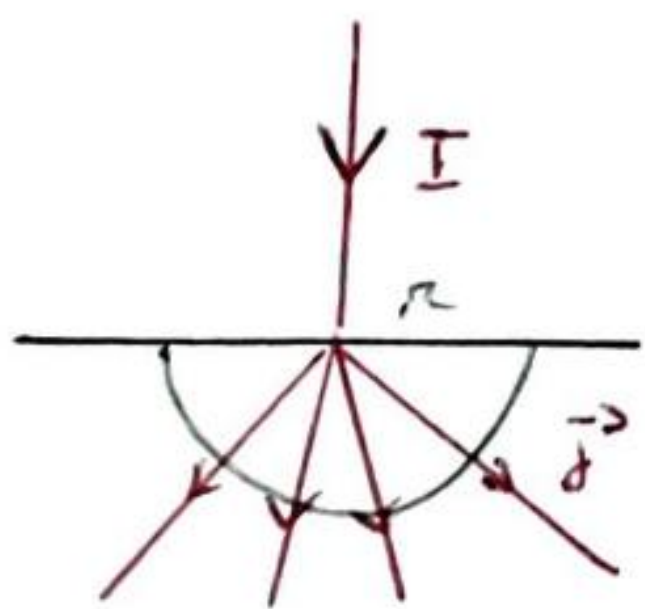
ils sont aussi rapprochés de l'axe Oz .

b. les particules dans l'air se rapprochent de l'axe Oz ce qui tend à comprimer l'air autour de l'éclair

c. l'air comprimé s'échauffe et donc émet de la lumière visible (rayonnement du corps noir).

La dilatation de l'air puis son retour à la normale crée une onde sonore.

8)



En intégrant sur une demi-sphère de rayon r on a :

$$I = \iint \vec{j} \cdot d\vec{S} = j 2\pi r^2$$

Ainsi $\boxed{\vec{j} = \frac{I}{2\pi r^2} \vec{e}_r}$

3) a. $\vec{E} = \vec{j} = \frac{I}{2\pi r l^2} \vec{e}_r$

b. On a $\vec{E} = -\text{grad } V = -\frac{dV}{dr} \vec{e}_r$

Donc $\int_r^\infty dV = \int_r^\infty -E dr \Rightarrow -V(r) = \int_r^\infty \frac{-I}{2\pi \gamma r^2} dr$

Ainsi $V(r) = \frac{I}{2\pi \gamma r}$ (Avec $V(\infty) = 0$)

c. les pattes sont situées en $d - \frac{P}{2}$ et $d + \frac{P}{2}$

la différence de potentiel entre les pattes est donc :

$$U_p = V(d - \frac{P}{2}) - V(d + \frac{P}{2})$$

$$= \frac{I}{2\pi \gamma} \left(\frac{1}{d - \frac{P}{2}} - \frac{1}{d + \frac{P}{2}} \right)$$

$$= \frac{I}{2\pi \gamma} \frac{P}{d^2 - (\frac{P}{2})^2}$$

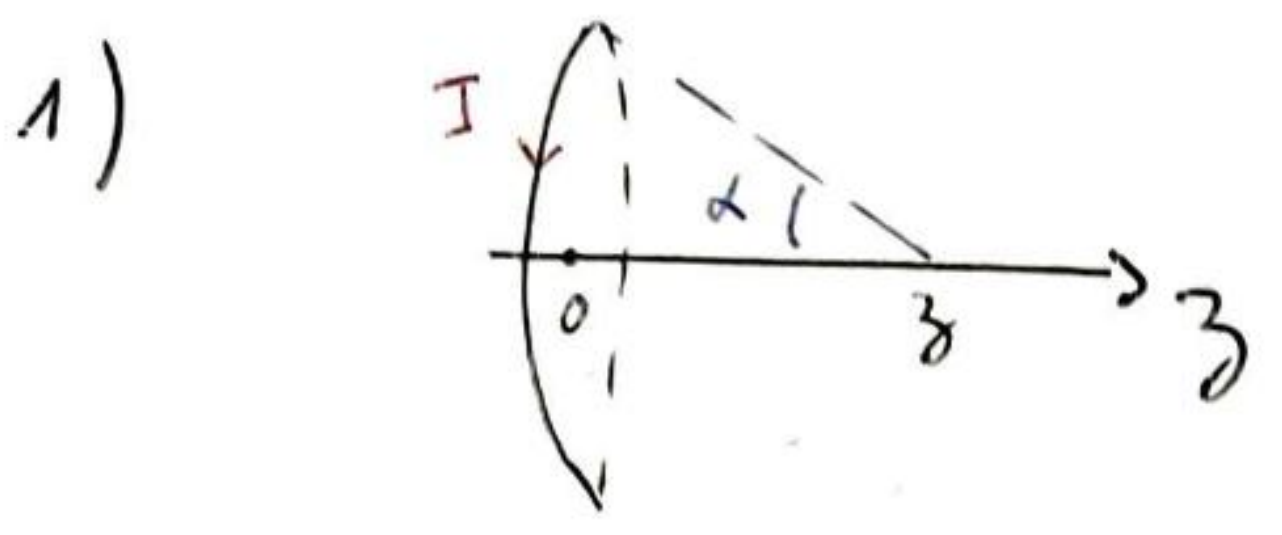
Ainsi $V_p \sim \frac{I_p}{2\pi \gamma d^2}$

d. On a d'après la loi d'Ohm $V_p = RI_{max} = \frac{I_p}{2\pi \gamma d_m^2}$

donc $d_m = \sqrt{\frac{I}{I_{max}} \frac{P}{2\pi \gamma R}}$ A.N. : $d_m = 8m$

e. pour l'homme $P_h \ll P_{vache}$ donc $d_{m_h} \ll d_{m_{vache}}$

Ex 2 : Bobines de Helmholtz



Le plan de la spire est un plan de symétrie donc $\vec{B} \propto \vec{e}_z$

D'après la loi de Biot et Savart : $\vec{B}_{coz}(0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2}$

Au point 0, $r = R$, $\vec{u} = -\vec{u}_r$ donc $d\vec{l} \wedge \vec{u} = dl \vec{u}_z$

Ainsi $\vec{B}_{coz}(0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int dl \vec{u}_z = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{u}_z$

2) Les plans contenant l'axe Oz sont des plans d'antisymétrie donc $\vec{B} \propto \vec{e}_z$

Seule la composante selon z nous intéresse :

$$\vec{B}_{coz} \cdot \vec{u}_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{l} \wedge \vec{u}}{r^2} \cdot \vec{u}_z$$

On a $r^2 = R^2 + z^2$ et $\vec{u} = (-R\vec{u}_r + z\vec{u}_z) \frac{1}{r}$, $d\vec{l} = dl \vec{u}_\theta$

Ainsi $(d\vec{l} \wedge \vec{u}) \cdot \vec{u}_z = dl \frac{R}{r}$ et :

$$\vec{B}_{coz} \cdot \vec{u}_z = \frac{\mu_0 I R}{4\pi r^3} 2\pi R = \frac{\mu_0 I R^2}{2r^3} = \frac{\mu_0 I}{2R} \left(\frac{R}{r}\right)^3 = \frac{\mu_0 I}{2R} \frac{1}{(1+u^2)^{3/2}}$$

Par conséquent : $\boxed{\vec{B}_{coz} = \frac{\vec{B}_{coz}(0)}{(1+u^2)^{3/2}}}$

5) le plan $z=0$ est un plan de symétrie de la distribution de courant donc $g(u)$ est paire (7)

6)

$$g(u) = \gamma \left(1 - \frac{144}{125} u^4 + o(u^4) \right)$$

Soit $\tilde{g}(u) = \gamma \left(1 - \frac{144}{125} u^4 \right)$

7) $\tilde{g}(u)$ est extrémale en $u=0$

$$\frac{\tilde{g}(0) - \tilde{g}(u)}{\tilde{g}(0)} = \frac{144}{125} u^4$$

La variation relative est inférieure à 2% si $\frac{144}{125} u^4 \leq 0,02$

$$\text{Soit } |u| \leq \left(\frac{0,02 \cdot 125}{144} \right)^{1/4} = 0,363$$

$\tilde{g}(u)$ ne varie pas de plus de 2% dans l'intervalle $[-0,363; 0,363]$

8) le système est invariant par rotation autour de l'axe Oz

donc $B_{hr} = B_{hr}(r, z)$ et $B_{hz} = B_{hz}(r, z)$

Tout plan perpendiculaire aux deux bobines est un plan d'antisymétrie donc \vec{B} leur appartient.

Ainsi $B_{ho} = 0$ et $\vec{B} = B_{hr}(r, z) \vec{u}_r + B_{hz}(r, z) \vec{u}_z$

3) D'après le théorème de superposition et le résultat précédent :

(8)

$$\vec{B}_{\text{hoz}} = \vec{B}_{1,\text{hoz}} + \vec{B}_{2,\text{hoz}} = N \vec{B}_{\text{coz}}(0) \left(\frac{1}{(1+\mu_1^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1+\mu_2^2)^{3/2}} \right)$$

où $\mu_1 = \frac{z + \frac{R}{2}}{R}$ et $\mu_2 = \frac{z - \frac{R}{2}}{R}$

On a $\mu_1 = \mu + \frac{1}{2}$ et $\mu_2 = \mu - \frac{1}{2}$ donc :

$$\vec{B}_{\text{hoz}} = \frac{\mu_0 N I}{2R} \left(\frac{1}{(1+(\mu+\frac{1}{2})^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1+(\mu-\frac{1}{2})^2)^{3/2}} \right) \vec{u}_z$$

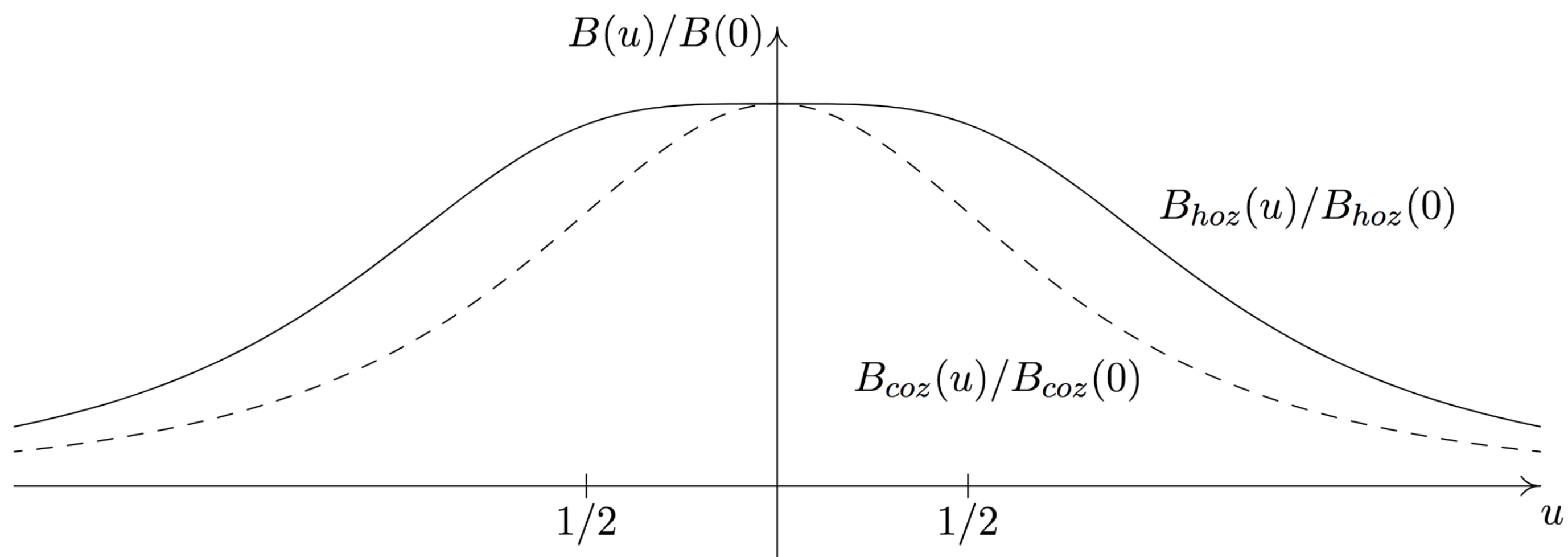
Au point 0, $z=0$ donc $\mu=0$, on a donc :

$$\vec{B}_{\text{hoz}}(0) = \frac{\mu_0 N I}{R} \frac{8}{5\sqrt{5}}$$

Ainsi

$$\vec{B}_{\text{hoz}} = \frac{5\sqrt{5}}{16} \vec{B}_{\text{hoz}}(0) \left(\frac{1}{(1+(\mu+\frac{1}{2})^2)^{3/2}} + \frac{1}{(1+(\mu-\frac{1}{2})^2)^{3/2}} \right)$$

4)



Au voisinage de $\mu=0$, le champ varie peu avec les bobines de Helmholtz