OMPP 4
Les relations locales de la magnétostatique

École Centrale Pékin

2019-2020

Table des matières

1 Équation locale de conservation de la charge

Courant et charges sont intimement reliés par la loi de conservation de la charge

1.1 Cas d'un système unidimensionnel cartésien

- On se place dans le cadre d'un modèle *unidimensionnel* en géométrie *cartésienne* : c'est à dire que le seul paramètre d'espace intervenant dans les grandeurs sera noté x :

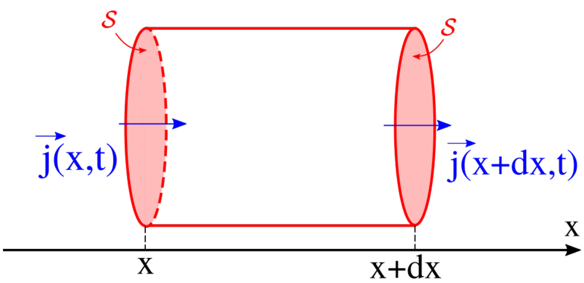
$$\rho(M,t) = \rho(x,t) \qquad et \qquad \vec{j}(M,t) = j_x(x,t)\vec{e}_x$$

- Dans le cadre de ces hypothèses, l'équation suivante :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0$$

traduit le caractère conservatif de la charge.

✎ Démontrer à l'aide du schéma suivant l'équation de conservation de la charge en 1 dimension

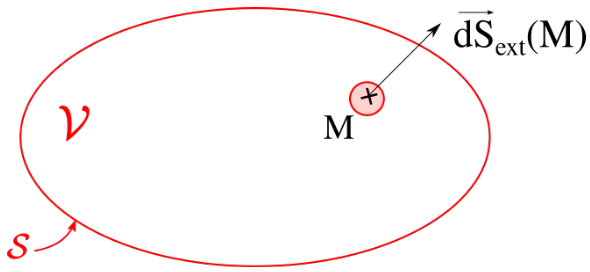


1.2 Cas général

***L'équation locale de conservation de la charge* traduit mathématiquement le caractère conservatif de la charge. :**

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t}(M,t) + div(\vec{j}(M,t)) = 0}$$

✎ Démontrer l'équation de conservation de la charge à l'aide du dessin suivant et de l'égalité $\frac{dQ}{dt} = I$



1.3 Cas particulier du régime stationnaire

1.3.1 Le vecteur densité de courant est à flux conservatif

En régime statique, le vecteur densité de courant est à flux conservatif :

$$\boxed{div\left(\overrightarrow{j}(M)\right) = 0}$$

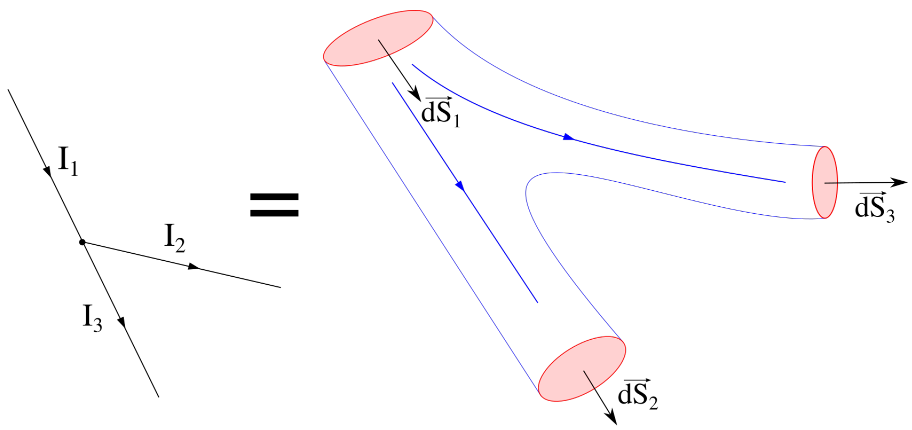
Preuve :

1.3.2 Intensité du courant traversant un contour orienté - loi des nœuds

- ❑ **On peut parler de *l'intensité I du courant traversant un contour orienté.***
- ❑ **On peut parler de *l'intensité I d'un tube de courant orienté.***
- ❑ **On peut démontrer la loi des nœuds.**

Les démonstrations des deux premiers points ont été effectuées avec le champ magnétique $\vec{B}$, elles sont identiques avec la densité volumique de courant $\vec{j}$.

✎ Démontrer la loi des noeuds en s'appuyant sur le schéma suivant d'un tube de courant de épousant la forme d'un noeud.



2 Equation de Maxwell-Flux - Champ magnétique à flux conservatif

2.1 Relation locale : équation de Maxwell-Flux

L'équation de Maxwell-Flux est le deuxième des quatre postulats fondamentaux de l'électromagnétisme, les équations de Maxwell. Elle postule [a] que la divergence du champ magnétique $\vec{B}$ est nulle :

$$\boxed{div\overrightarrow{B}(M) = 0}$$

a. Cette équation est valable en régime statique <u>et</u> en régime quelconque

2.2 Relation intégrale : Conservation du flux du champ magnétique (rappel)

Soit $(\mathcal{S})$ une surface fermée [a]. L'équation de Maxwell-Flux permet de montrer que le flux du champ magnétique à travers cette surface fermée est nul :

$$\boxed{\oiint_{P\in(\mathcal{S})} \overrightarrow{B}(P).d\overrightarrow{S}_{ext}(P) = 0}$$

On dit que $\vec{B}$ est à flux conservatif.

a. Rappelons qu'une surface fermée est une surface engendrant un volume.

✎ Démontrer la propriété précédente