

OPTIQUE 6 :

Modèle ondulatoire de la lumière

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

1	Approximation scalaire de l'électromagnétisme : l'onde lumineuse	2
1.1	Les capteurs optiques usuels	2
1.2	Définition et propriétés l'onde lumineuse	3
1.3	Éclairement et intensité lumineuse	4
2	L'onde lumineuse monochromatique	5
2.1	Hypothèse d'étude	5
2.2	Expression(s) de l'onde lumineuse monochromatique	5
2.3	Chemin optique et retard de phase	6
2.4	Théorème de MALUS-DUPIN et différence de chemin optique	8
3	Sources lumineuses	9
3.1	Densité spectrale d'éclairement d'une source de lumière	9
3.2	Différents types de sources lumineuses	10

L'optique géométrique, fondée sur la seule notion de rayons lumineux, est un modèle qui ne peut pas rendre compte des phénomènes suivants : les interférences ainsi que la diffraction. Il nous faut perfectionner ce modèle en introduisant la notion d'**onde lumineuse**.

1 Approximation scalaire de l'électromagnétisme : l'onde lumineuse

1.1 Les capteurs optiques usuels

1.1.1 Temps de réponse

Les capteurs optiques sont caractérisés par leur **temps de réponse** τ qui est le temps minimum qui doit séparer deux signaux pour qu'ils soient perçus individuellement. Donnons quelques ordres de grandeur :

capteur	temps de réponse τ
l'œil	$\sim 0,1 \text{ s}$
une pellicule photographique	$\sim 10^{-4} - 10^{-2} \text{ s}$
une photodiode (cf. figure 1)	$\sim 10^{-6} \text{ s}$
un capteur CCD (cf. figure 2)	$\sim 10^{-2} \text{ s}$



FIGURE 1 – Photodiode

Principe du capteur CCD

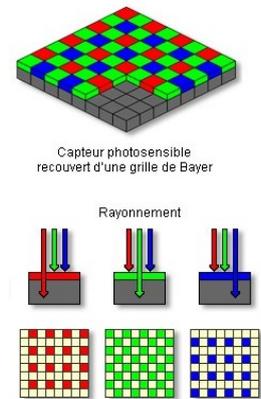


FIGURE 2 – Capteur CCD composé de photorécepteurs captant le rouge, le vert ou le bleu

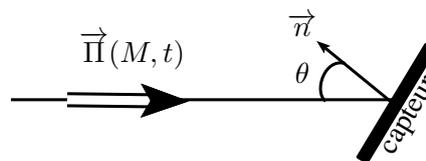
1.1.2 Puissance mesurée par le capteur

Les capteurs optiques ne sont sensibles qu'à la valeur moyenne sur leur temps de réponse τ de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent définie comme :

$$\left| \left\langle \underbrace{\vec{\Pi}(M, t)}_{=\varepsilon_0 c E^2(M, t) \vec{u}} \cdot \vec{n} \right\rangle_\tau \right| = \varepsilon_0 c \cos \theta \left| \langle E^2(M, t) \rangle_\tau \right|$$

avec :

- $\vec{\Pi}(M, t)$ le vecteur de Poynting : $\vec{\Pi}(M, t) = \varepsilon_0 c E^2(M, t) \vec{u}$ dans le modèle d'onde plane progressive ;
- \vec{n} une normale à la surface sensible du capteur (cf. figure ci-dessous).



C'est la raison pour laquelle le **temps de réponse** est aussi nommé **temps d'intégration** du capteur.

On fait le choix de $\theta = cste$ (généralement $\theta = 0$) de sorte que $\left| \langle \vec{\Pi}(M, t) \cdot \vec{n} \rangle_\tau \right| \propto \left| \langle E^2(M, t) \rangle_\tau \right|$.

A priori, différents récepteurs pourraient capter une information différente pour une même onde car les valeurs de τ diffèrent. Cependant, pour la lumière visible, l'ordre de grandeur de la période de la vibration est $T = 10^{-14}$ s tandis que pour les détecteurs classiques, l'ordre de grandeur du temps d'intégration τ du récepteur est nettement supérieure. Il s'en suit que **la plupart des récepteurs sont sensibles à la valeur moyenne (sur la période de l'onde lumineuse) de la puissance lumineuse qu'ils reçoivent.**

1.2 Définition et propriétés l'onde lumineuse

1.2.1 La lumière non polarisée dite *lumière naturelle*

La plupart des sources lumineuses naturelles (en particulier, les sources thermiques et les lampes spectrales : cf. paragraphe 3) émettent des ondes électromagnétiques qui sont la superposition aléatoire d'un grand nombre d'O.P.H. indépendantes **de polarisations différentes**. Il n'est en général pas possible de suivre les évolutions de la direction du champ électrique $\vec{E}(M, t)$ dans le plan orthogonal à la direction de propagation de l'onde; la direction du champ électrique semble évoluer de manière aléatoire dans ce plan (cf. figure 3). Dans une telle situation, on parle de **lumière naturelle**; on dit encore que la lumière observée est **non polarisée**.

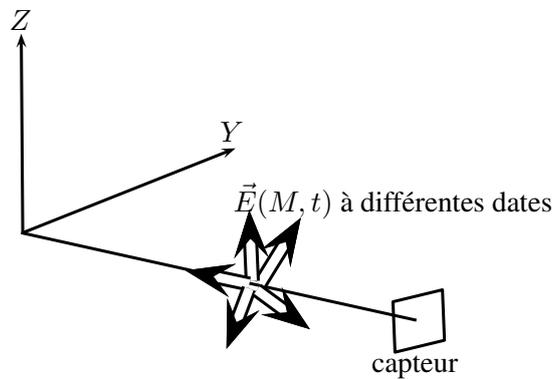


FIGURE 3 – Lumière naturelle se dirigeant selon l'axe X

1.2.2 Approximation scalaire : définition de l'onde lumineuse

Sans perte de généralité, **dans un milieu isotrope**, si l'on note \vec{u}_x la direction de propagation de la lumière au niveau du capteur alors puisque chaque O.P.H. est transverse :

$$\langle \|\vec{E}(M, t)\|^2 \rangle = \underbrace{\langle E_x(M, t)^2 \rangle}_{=0} + \langle E_y(M, t)^2 \rangle + \langle E_z(M, t)^2 \rangle$$

Les deux composantes $E_y(M, t)$ et $E_z(M, t)$ sont indépendantes mais vérifient les mêmes relations pour la propagation, l'atténuation, le déphasage, etc. de sorte que

$$\langle E_y(M, t)^2 \rangle = \langle E_z(M, t)^2 \rangle$$

Ainsi, lorsque le dispositif optique ne modifie pas l'état de polarisation naturelle de la lumière¹, tout se passe comme si on pouvait ne considérer qu'une seule de ces deux composantes, quitte à multiplier ensuite tous les résultats par deux : **c'est ce qu'on appelle l'approximation scalaire, dans laquelle on décrit la grandeur lumineuse par l'oscillation d'une seule onde, scalaire et non plus vectorielle.**

Approximation scalaire : Lorsqu'un dispositif optique n'introduit aucun effet de polarisation et est utilisé en lumière non polarisée, on remplace l'étude du champ électromagnétique $(\vec{E}(M, t); \vec{B}(M, t))$ par celle d'une grandeur vibrante unique : par exemple la projection selon sa direction actuelle du champ de polarisation, appelée **état vibratoire (ou onde lumineuse)** notée $s(M, t)$.

1. On n'observera donc d'effets liés à la polarisation de l'onde électromagnétique qu'en présence de dispositifs polarisants, ou en présence de sources particulières (certains lasers sont des sources de lumière polarisée).

1.2.3 Théorème de superposition

Théorème de superposition : Considérons un ensemble de N sources de lumière chacune émettant au point M une onde lumineuse $s_i(M, t)$. À condition que les directions de propagation des ondes lumineuses soient proches^a, l'onde résultante en M à l'instant t est la somme de chacune de ces ondes :

$$s(M, t) = \sum_{i=1}^{i=N} s_i(M, t)$$

a. Cette hypothèse est en particulier vérifiée si on travaille dans les conditions de GAUSS.

Cas $N = 2$: soient deux rayons lumineux se coupant en un point M. On définit :

- l'onde lumineuse $s_i(M, t)$ comme la composante du champ électrique orthogonale à chaque rayon située dans le plan des deux rayons
- le champ au point M : $\vec{E}_{i,\parallel}(M, t) = s_i(M, t)\vec{e}_i$

La linéarité des équations de Maxwell permet d'affirmer qu'au point M, la composante du champ électrique située dans le plan contenant les deux rayons est :

$$\vec{E}_{\parallel}(M, t) = \vec{E}_{1,\parallel}(M, t) + \vec{E}_{2,\parallel}(M, t) = s_1(M, t)\vec{e}_1 + s_2(M, t)\vec{e}_2$$

On peut affirmer que $\vec{E}_{\parallel}(M, t) = (s_1(M, t) + s_2(M, t))\vec{e}$ si et seulement si $\vec{e}_1 \approx \vec{e}_2 \approx \vec{e}$ c'est-à-dire si l'angle entre les deux rayons est faible. **Ce sera le cas dans les exemples que nous rencontrerons.** Sinon (si on ne peut pas confondre \vec{e}_1 et \vec{e}_2), on ne peut pas s'affranchir du caractère vectoriel des ondes électromagnétiques.

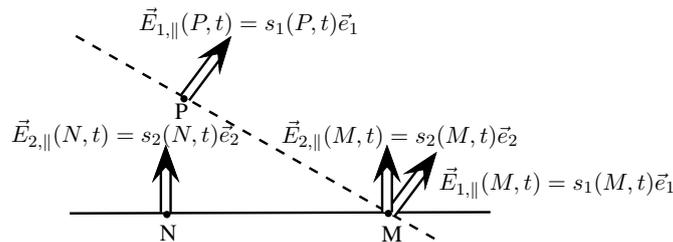


FIGURE 4 – Addition de deux ondes au point M.

1.3 Éclairement et intensité lumineuse

1.3.1 Éclairement

Définition : On appelle éclairement, noté $\mathcal{E}(M)$, la moyenne temporelle (sur le temps d'intégration τ du détecteur) de la puissance lumineuse surfacique reçue au point M à une constante multiplicative K près :

$$\mathcal{E}(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle_{\tau} \quad \text{unité : } \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Pour la plupart des capteurs $\tau \gg T$ de sorte que :

$$\mathcal{E}(M) = K \langle s^2(M, t) \rangle_T \quad \text{indépendant du capteur}$$

1.3.2 Intensité lumineuse

L'intensité lumineuse est une grandeur photométrique définie à l'aide d'un étalon de mesure. Sa définition précise ne relève pas du cours : elle se calcule comme l'éclairement en remplaçant K par une constante tabulée. Certains énoncés d'exercices parlent indifféremment d'intensité lumineuse ou d'éclairement.

2 L'onde lumineuse monochromatique

2.1 Hypothèse d'étude

Le milieu de propagation de la lumière est ici considéré comme un milieu **diélectrique, linéaire, isotrope et transparent** :

$$n(M) \in \mathbb{R}^a$$

a. On ne fait pas l'hypothèse d'homogénéité.

2.2 Expression(s) de l'onde lumineuse monochromatique

2.2.1 Équation de propagation de l'onde lumineuse

Dans un milieu transparent, la vibration lumineuse $s(M, t)$, lorsqu'elle est définie, est solution de l'**équation d'Alembert de propagation de l'onde lumineuse** :

$$\Delta s(M, t) - \frac{1}{v(M)^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}(M, t) = 0 \quad \text{où} \quad v(M) = \frac{c}{n(M)}$$

Suivant **la nature de la source et le milieu dans lequel la lumière se propage**, l'expression de l'onde lumineuse diffère.

2.2.2 Forme des solutions

- L'onde lumineuse monochromatique définie ainsi :

$$s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

peut être solution de l'**équation de propagation de l'onde lumineuse** (cf. chapitre 1).

- On nomme :

- ω **la pulsation** (constante) ;
- $A(M)$ **l'amplitude** que l'on choisit positive ;
- $\varphi(M)$ **le retard de phase** au point M.

- Une **surface équiphasse** $(\mathcal{S})_{\varphi_0}$ est le lieu des points de l'espace tels que $\varphi(M) = \varphi_0$.

Le choix d'une amplitude positive $A(M)$ est toujours possible ; il suffit de remarquer que

$$-5 \cos(\omega t + \varphi(M)) = 5 \cos(\omega t + \varphi(M) + \pi)$$

2.2.3 Notation complexe

Comme la vibration réelle $s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$ est solution d'une équation d'onde linéaire à coefficients indépendants du temps, la vibration complexe suivante est solution de la même équation d'onde :

$$\underline{s}(M, t) = A(M) \exp[i(\omega t - \varphi(M))] = \underline{A}(M) \exp[i\omega t] \quad \text{où} \quad \underline{A}(M) = A(M) \exp[-i\varphi(M)]$$

L'amplitude complexe $\underline{A}(M)$ contient les deux informations transportées par l'onde lumineuse :

- l'amplitude $A(M) = |\underline{A}(M)|$;
- le retard de phase $\varphi(M) = -\arg[\underline{A}(M)]$.

2.2.4 Expression de l'éclairement

Pour une onde lumineuse monochromatique $s(M, t) = A(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$, lorsque le temps d'intégration τ du capteur est très supérieur à la période T de l'onde lumineuse^a, l'éclairement s'écrit :

$$\mathcal{E}(M) = \frac{KA^2(M)}{2} = \frac{K}{2} \underline{A}(M) \underline{A}^*(M) = \frac{K}{2} \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t)$$

a. Cela concerne la plupart des capteurs optiques à l'exception de quelques capteurs dits **capteurs ultra-rapides**

Démonstration. En effet, quand $\tau \gg T$ on a $\langle s^2(M, t) \rangle_\tau = \langle s^2(M, t) \rangle_T$ donc :

$$\mathcal{E}(M) = K \langle A^2(M) \cos^2(\omega t - \varphi(M)) \rangle_T = \frac{KA^2(M)}{2}$$

En adoptant la notation complexe, on remarque que :

$$\frac{1}{2} K \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t) = \frac{1}{2} K \underline{A}(M) \exp[i\omega t] \underline{A}^*(M) \exp[-i\omega t] = \frac{1}{2} K \underline{A}(M) \underline{A}^*(M) = \frac{K}{2} A^2(M)$$

d'où le résultat obtenu. □

Remarque 1 : on préférera l'écriture $\underline{A}(M) \underline{A}^*(M)$ plutôt que $|\underline{A}(M)|^2$ car elle simplifie généralement les calculs

Remarque 2 : Beaucoup d'auteurs considèrent $K = 2$ pour obtenir des expressions plus simples :

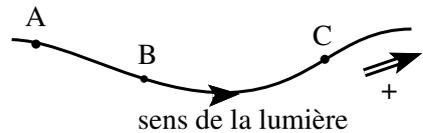
$$\mathcal{E}(M) = A^2(M) = \underline{A}(M) \underline{A}^*(M) = \underline{s}(M, t) \underline{s}^*(M, t)$$

2.3 Chemin optique et retard de phase

2.3.1 Rappel sur le chemin optique

On rappelle (voir chapitre 1) que le chemin optique (BC) parcouru par la lumière entre B et C le long du rayon lumineux dans un milieu transparent d'indice n est l'intégrale curviligne suivante (en mètre) :

$$(BC) = \int_{B, M \in \text{rayon lumineux}}^C n(M) ds$$



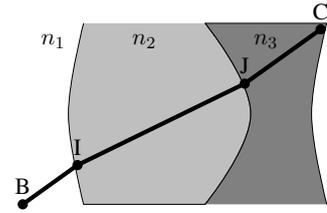
2.3.2 Exemples classiques

• **Cas où la lumière traverse un milieu homogène** Dans un milieu homogène et isotrope d'indice n , la lumière se propage en ligne droite de B à C. On calcule immédiatement :

$$(BC) \triangleq \int_{BC} n(M) dl = n \int_{BC} dl = nBC$$

• **Cas où la lumière traverse une succession de milieux homogènes**

Les points B et C peuvent être dans des milieux transparents homogènes différents. Sur la figure ci-contre, la lumière traverse des milieux d'indices respectifs n_1, n_2 et n_3 ; le rayon lumineux est une succession de segments de droite.



$$(BC) = (BI) + (IJ) + (JC) = n_1 BI + n_2 IJ + n_3 JC$$

2.3.3 Surface d'onde

Définition : Une **surface d'onde** relative à une source ponctuelle S est la surface formée par les points M tels que $(SM) = cste$.

2.3.4 Lien entre le chemin optique et la variation du retard de phase

Le long d'un rayon lumineux allant de B à C, les retards de phases sont liés par la relation :

$$\varphi(C) = \varphi(B) - \frac{2\pi}{\lambda_0} (BC) \quad \underbrace{(\pm\pi)}_{\text{si exception}}$$

où λ_0 désigne la longueur d'onde de la lumière **dans le vide**.

Démonstration. Considérons un rayon lumineux allant de B à C. L'onde lumineuse en C à la date t se déduit de celle qui se trouvait en B à la date $t - t_{BC}$ avec t_{BC} le temps de propagation de l'onde entre B et C :

$$\begin{aligned} \forall t \quad s(C, t) &\propto s(B, t - t_{BC}) \\ \Rightarrow \forall t \quad A(C) \cos(\omega t - \varphi(C)) &\propto A(B) \cos(\omega(t - t_{BC}) - \varphi(B)) \\ \Rightarrow \varphi(C) = \varphi(B) - \omega t_{BC} &= \varphi(B) - \frac{2\pi}{\lambda_0} \underbrace{ct_{BC}}_{=(BC)} = \varphi(B) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (BC) \end{aligned}$$

□

On en déduit qu'une **surface d'onde relative au point S** peut aussi être définie comme le lieu des points M tels que $\varphi_S(M) = \varphi(M) - \varphi(S) = cste'$ (surface équi-phase).

Liste des exceptions : Les exceptions évoquées dans les retards de phases sont quand le rayon lumineux entre B et C :

- subit une réflexion sur une surface métallique (cf. figure 5).
- subit une réflexion sur un milieu plus réfringent (cf. figure 6).
- passe par un point de convergence^a (cf. figure 7).

a. Cette exception est connue sous le nom «d'inversion de phase de Gouy».

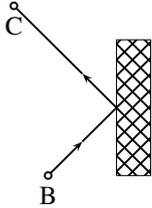


FIGURE 5 – Réflexion métallique

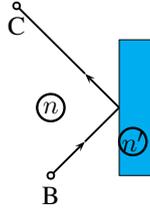


FIGURE 6 – Réflexion sur milieu plus réfringent $n' > n$

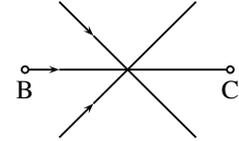


FIGURE 7 – Inversion de phase de Gouy

Dans les situations "exceptionnelles" citées ci-dessus, le calcul de $A(C)$ à partir de $A(B)$ mène à une valeur négative que l'on peut éviter en ajoutant ou enlevant π au retard de phase car :

$$A(M) \cos(\omega t - \varphi(M) \pm \pi) = -A(M) \cos(\omega t - \varphi(M))$$

2.4 Théorème de MALUS-DUPIN et différence de chemin optique

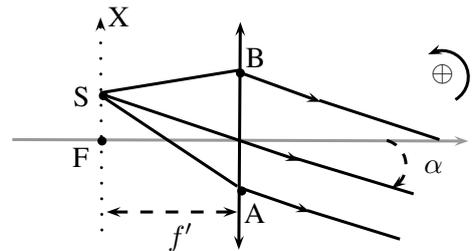
2.4.1 Rappel sur le théorème de MALUS-DUPIN

On rappelle (voir chapitre 1) que si on considère un rayon lumineux issu d'une source ponctuelle S, quel que soit ce qui arrive à ce rayon (réflexion et réfraction), sa direction $\vec{u}(M)$ en un point M est orthogonale à la surface équi-phase passant par M. On peut dire de manière équivalente que la direction de ce rayon $\vec{u}(M)$ en un point M est orthogonale à la surface d'onde relative au point S passant par M.

2.4.2 Application importante du théorème de Malus

• Objet dans le plan focal objet d'une lentille convergente

A et B désignent les points situés juste à la sortie de la lentille convergente. On veut calculer la différence de chemin optique $(SA) - (SB)$ en fonction de f' , X_S et la distance AB . L'indice optique de l'air sera pris égal à 1.



2.4.3 Théorème de Malus et discontinuité du faisceau : une subtilité !

Lorsque le faisceau n'est pas continu, le théorème de Malus persiste mais la surface d'onde n'est pas continue ce qui peut induire des résultats paradoxaux si l'on n'a jamais rencontré cette situation.

La figure 8 illustre une situation de discontinuité du faisceau de rayons : une onde plane est séparée en deux parties, l'une continuant dans l'air (milieu d'indice optique 1), l'autre traversant une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e (l'indice du verre est noté $n > 1$ pour la longueur d'onde utilisée). Le plan en tiret passant par M est un plan d'onde : déterminer l'ensemble des points N tels que $(MN) = ne$.

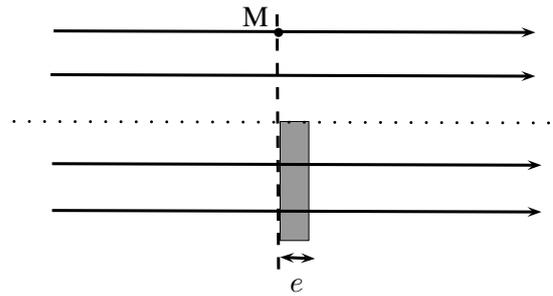


FIGURE 8 – Discontinuité du faisceau : discontinuité des plans d'onde

- Pour la portion de faisceau passant au-dessus de la lame : $(MN) = MN = ne$ donc l'ensemble des points N est situés sur la portion de plan II.

- Pour la portion de faisceau traversant la lame : $(MN) = nMN = ne$ d'où $MN = e$, l'ensemble des points N est situés sur le plan coïncidant avec la face arrière de la lame.

⇒ Ainsi, le plan d'onde après la lame est discontinu !

3 Sources lumineuses

3.1 Densité spectrale d'éclairement d'une source de lumière

La source parfaitement monochromatique (émettant l'onde lumineuse $s(M, t) = A(M) \cos(2\pi\nu t - \varphi(M))$) est un modèle commode pour les calculs mais qui ne suffit pas à rendre compte de tous les phénomènes expérimentaux. En fait, toute onde lumineuse *réelle* peut être décomposée en une somme continue de signaux monochromatiques :

$$s(M, t) = \int_{\nu=0}^{\nu=+\infty} a(M, \nu) \cos(2\pi\nu t - \varphi(M, \nu)) d\nu$$

L'éclairement émis par une source en un point M est alors la somme des éclairements au point M dus aux différentes composantes monochromatiques.

Définition : On définit la **densité spectrale d'éclairement en fréquence** notée $e_\nu(\nu)$ de sorte que la contribution à l'éclairement des composantes monochromatiques dont la fréquence se trouve dans l'intervalle infinitésimal $[\nu; \nu + d\nu]$ noté $d\mathcal{E}(\nu)$ soit :

$$d\mathcal{E} = e_\nu(\nu) d\nu$$

L'éclairement total de la source est donc $\mathcal{E}_0 = \int_{\nu=0}^{+\infty} e_\nu(\nu) d\nu$.

Remarque : On peut définir de la même manière la **densité spectrale d'éclairement en longueur d'onde** $e_\lambda(\lambda)$ ou encore la **densité spectrale d'éclairement en nombre d'onde** $e_\sigma(\sigma)$ en remplaçant ν par λ ou σ dans la définition ci-dessus

Relation entre les densités spectrales d'éclairement : sachant que $\lambda = \frac{1}{\sigma} = \frac{c}{\nu}$, on peut écrire :

$$e_\lambda(\lambda) = \sigma^2 e_\sigma(\sigma) = \frac{\nu^2}{c} e_\nu(\nu)$$

Démonstration. En effet, on a en valeur absolue (car si $d\lambda > 0$ alors $d\sigma < 0$) :

$$|d\mathcal{E}| = e_\lambda(\lambda)|d\lambda| = e_\sigma(\sigma)|d\sigma| \Leftrightarrow e_\lambda(\lambda) = e_\sigma(\sigma) \left| \frac{d\sigma}{d\lambda} \right|$$

Or comme $\sigma = \frac{1}{\lambda}$ on a $\frac{d\sigma}{d\lambda} = -\frac{1}{\lambda^2} = -\sigma^2$. On obtient donc bien : $e_\lambda(\lambda) = \sigma^2 e_\sigma(\sigma)$ □

3.2 Différents types de sources lumineuses

La densité spectrale d'éclairement dépend du type de source utilisée : chaque type de source lumineuse a un profil spectral différent.

3.2.1 Les sources thermiques

Il existe des sources lumineuses thermiques basée sur le principe d'incandescence : tout corps chauffé émet un rayonnement lumineux. Ce sont des sources polychromatiques qui émettent un spectre continu. La densité spectrale d'éclairement d'une telle source modélisée par un corps noir à la température T est alors :

$$e_\lambda(\lambda) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{k_B \lambda T}\right) - 1}$$

où h désigne la constante de Planck, c la célérité des ondes dans le vide et k_B la constante de Boltzmann.

3.2.2 Les sources quasi-monochromatiques à émission atomique

• Train d'onde et temps de cohérence :

Ce type de source repose sur l'émission spontanée ou stimulée de photon d'énergie $h\nu$ lors de la désexcitation d'un atome. Cette émission est de durée finie, dont la durée moyenne τ_c est nommée **temps de cohérence**. L'onde lumineuse émise est alors une sinusoïde tronquée de durée τ_c : on la nomme **train d'ondes** (cf. figure 9). L'atome désexcité subit, à une date non prévisible, une nouvelle excitation et émet un nouveau train d'ondes, etc. L'allure de la vibration lumineuse est alors présentée figure 10.

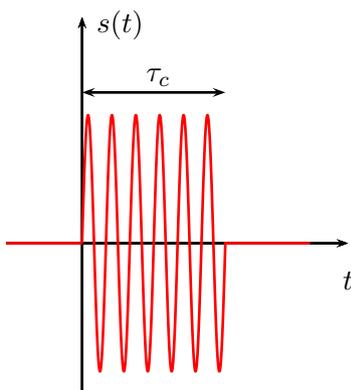


FIGURE 9 – Un train d'ondes

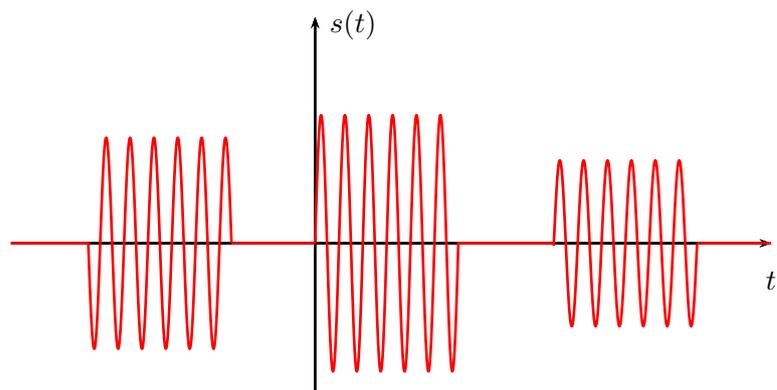


FIGURE 10 – Une succession de trains d'ondes

On peut alors résumer la situation ainsi :

- un atome émet une onde lumineuse sous forme d'une succession de **trains d'ondes**.
- en première approximation, les trains d'ondes sont des sinusoïdes tronquées de durée moyenne τ_c nommée **temps de cohérence**.
- la phase à l'origine de chaque train d'ondes est aléatoire.

• Spectre du train d'onde :

Le spectre de l'onde lumineuse $s(t)$ est de largeur finie $\Delta\nu$ car l'émission est de durée finie. On peut conclure que l'atome n'est pas la source d'une onde monochromatique : il produit une onde **quasi-monochromatique** c'est-à-dire une onde dont le spectre en fréquence prend des valeurs non négligeables dans un intervalle de fréquence $\Delta\nu \ll \nu_0$ centré sur ν_0 (ou dans un intervalle de longueur d'onde $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ centré sur λ_0) : on parle d'une **raie** (cf. figure 11).

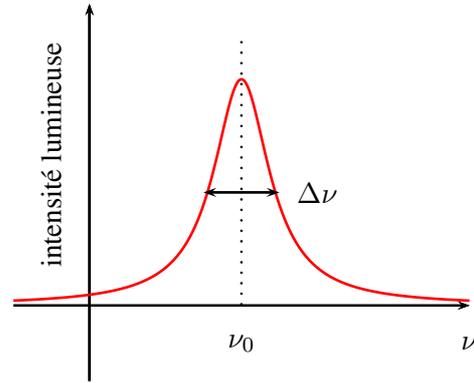


FIGURE 11 – Raie spectrale de largeur $\Delta\nu$

On peut décrire la situation ainsi :

- le spectre d'un atome est constitué de raies de largeur $\Delta\nu$ centrée en ν_0 .
- la largeur de la raie est reliée au temps de cohérence : $\tau_c \cdot \Delta\nu \approx 1$ ^a
- on a alors :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta\nu}{\nu_0} = \frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \ll 1$$

a. la démonstration est hors programme et repose sur la transformée de Fourier

• Longueur de cohérence :

Définition : La **longueur de cohérence** l_c est la distance parcourue par l'onde à la célérité c de la lumière dans le vide pendant la durée de cohérence τ_c .

$$l_c \triangleq c\tau_c$$

Pour l'onde lumineuse quasi-monochromatique, il vient :

$$l_c = \frac{c}{\Delta\nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$$

On remarque que plus la raie est "large" (c'est-à-dire plus $\Delta\lambda$ est grand), plus la longueur de cohérence diminue.

• Exemples de sources quasi-monochromatiques :

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1, les sources qui reposent sur l'émission atomique sont :

- les lampes spectrales basées sur l'émission spontanée. Avec un filtre on peut sélectionner une seule raie et considérer la source comme quasi-monochromatique. La largeur des raies est alors typiquement de $10^{-2} \text{ nm} < \Delta\lambda < 10^{-1} \text{ nm}$ et la longueur de cohérence est $1 \text{ mm} < l_c < 1 \text{ cm}$
- les LASER basées sur l'émission stimulée. Cette source ne possède qu'une seule raie et est donc directement quasi-monochromatique. Cette raie est fine et la longueur de cohérence est grande : $l_c \approx 30 \text{ cm}$ pour le LASER du laboratoire d'optique pouvant aller jusqu'à $l_c \approx 30 \text{ km}$ en laboratoire de recherche.