

OPTIQUE 7 : Interférences lumineuses

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

1	Conditions d'obtention d'interférences à deux ondes	2
1.1	Interférences, terme d'interférences, ondes cohérentes	2
1.2	Modèle de l'onde lumineuse monochromatique	2
1.3	Onde quasi-monochromatique : modèle des trains d'ondes	3
1.4	Synthèse et formule des interférences à deux ondes	5
1.5	Vocabulaire	6

1 Conditions d'obtention d'interférences à deux ondes

1.1 Interférences, terme d'interférences, ondes cohérentes

Définition : On parle d'**interférences** lorsque, en présence de plusieurs faisceaux lumineux éclairant la même région de l'espace, l'éclairement $\mathcal{E}(M)$ (ou l'intensité lumineuse) n'est pas identique à la somme des éclairements correspondant à chaque faisceau, pris séparément :

$$\mathcal{E}(M) \neq \sum_i \mathcal{E}_i(M)$$

La différence $\mathcal{E}(M) - \sum_i \mathcal{E}_i(M)$, porte le nom de **terme d'interférences**.

Définition : Des ondes sont dites **cohérentes** lorsque leur superposition conduit à un terme d'interférences non nul. Au contraire, lorsque le terme d'interférences est nul, les deux ondes sont **incohérentes**.

1.2 Modèle de l'onde lumineuse monochromatique

1.2.1 Condition de cohérence de deux ondes monochromatiques

Théorème - Cohérence de deux ondes : Deux ondes **monochromatiques**

$s_1(M, t) = A_1(M) \cos(\omega_1 t - \varphi_1(M))$ et $s_2(M, t) = A_2(M) \cos(\omega_2 t - \varphi_2(M))$
sont cohérentes seulement si elles sont **synchrone**s c'est-à-dire $\omega_1 = \omega_2$.

Démonstration.

□

1.3 Onde quasi-monochromatique : modèle des trains d'ondes

Les sources de lumière réelles ne produisent pas une onde lumineuse monochromatique, mais **quasi-monochromatique**. En adoptant le modèle de la succession des trains d'ondes évoqué au chapitre précédent et que nous rappelons brièvement dans ce paragraphe, nous allons pouvoir rendre compte de ce fait expérimental.

1.3.1 Rappel du modèle des trains d'ondes

La lumière produite par un ensemble d'atomes (lampe spectrale ou LASER par exemple) émettant sur une seule transition atomique (de fréquence $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$) sera modélisée par une onde lumineuse quasi-monochromatique :

- d'amplitude $A(M)$: égale à l'amplitude moyenne des trains d'ondes ;
- de retard de phase en un point M : $\varphi(M) + \phi(t)$ où $\varphi(M)$ est le terme dû à la propagation de l'onde - identique à celui rencontré dans le cas d'une onde monochromatique- et $\phi(t)$ "la phase à l'émission". La valeur de cette dernière fonction est aléatoirement distribuée sur l'intervalle $[-\pi; \pi]$ en changeant de valeur tous les τ_c , durée appelée **temps de cohérence** ($\approx 10^{-11}$ s, pour la lumière quasi-monochromatique émise par une lampe spectrale).

On a représenté sur la figure 1, l'onde lumineuse $s(M, t)$ en un point M ainsi que la fonction $\phi(t)$.

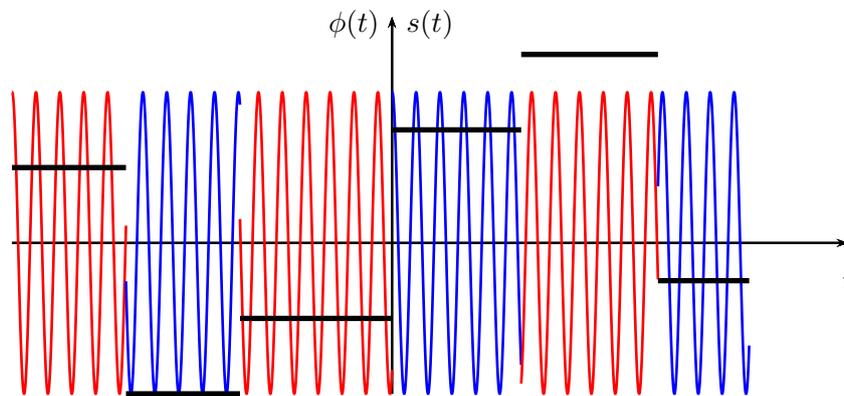


FIGURE 1 – Une succession de trains d'ondes avec $s(t)$ en rouge et bleu et $\phi(t)$ en gras et noir

1.3.2 Condition de cohérence de deux ondes quasi-monochromatiques

Théorème - Cohérence de deux ondes quasi-monochromatiques : Deux ondes **quasi-monochromatiques** sont cohérentes si et seulement si :

- elles sont synchrones ;
- leur déphasage est constant ou varie très lentement de manière à être quasiment constant sur une durée égale au temps de réponse du détecteur utilisé.

En pratique, on ne peut observer d'interférences entre deux ondes quasi-monochromatiques que si elles sont issues du **même train d'onde** et donc de la **même source mère**.

Démonstration.

□

1.3.3 Modalité (1) : nécessité d'un diviseur d'ondes

Nous avons mis en évidence (partie 1.3.2) que seuls deux trains d'ondes identiques pouvaient donner naissance à des interférences. Ainsi, deux sources de lumière S_1 et S_2 ne pourront produire des interférences en un point M que si (condition nécessaire mais pas suffisante) elles sont obtenues à partir d'une unique "source-mère" S . Le dispositif qui permet de créer ces deux sources **secondaires** est nommé **diviseur d'ondes ou interféromètre**. L'usage distingue la division d'ondes par **division du front d'onde** de celle par **division d'amplitude**.

• Dispositif interférentiel à division du front d'onde

Un dispositif interférentiel est configuré en **division du front d'onde** pour le point M, lorsque les rayons lumineux qui interfèrent en M sont issus de deux rayons différents émis par la source S (cf. figure 2).

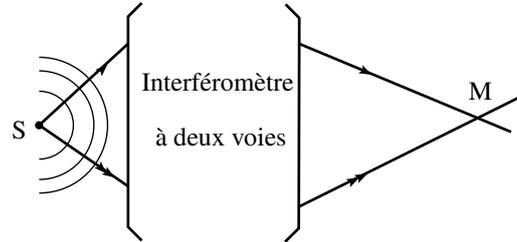


FIGURE 2 – Interféromètre fonctionnant en division du front d'onde

• Dispositif interférentiel à division d'amplitude

Un dispositif interférentiel est configuré en **division d'amplitude** pour le point M, lorsque les rayons lumineux qui interfèrent en M sont issus d'un même rayon émis par la source S (cf. figure 3). En pratique, il existe une lame semi-réfléchissante appelée **lame séparatrice** qui divise énergétiquement le faisceau incident en un faisceau *transmis* (issu de S) et un faisceau *réfléchi* (lui aussi issu de S mais qui semble provenir de S').

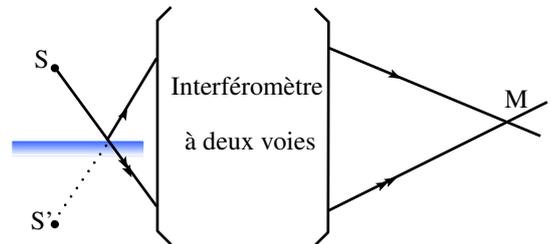


FIGURE 3 – Interféromètre fonctionnant en division d'amplitude

1.3.4 Modalité (2) : contrainte sur la différence de marche

Deux trains d'ondes fils être au même point M simultanément si

$$|(SM)_2 - (SM)_1| < \ell_c$$

où $(SM)_i$ désigne le chemin optique de l'onde ayant emprunté la voie i de l'interféromètre.

Le train d'ondes émis par la source primaire S est dédoublé (par division du front d'onde ou division d'amplitude) par l'interféromètre. Chaque train d'ondes fils emprunte alors une voie différente. S'ils ne se superposent pas, on n'observera pas au point M d'interférences (voir figure 5). En revanche, dans le cas de la figure 4, les trains d'ondes se superposent : on observe des interférences au point M. Cela suppose que le temps t_i mis par le train d'ondes pour aller de S à M par la voie i soit tel que $|t_2 - t_1| < \tau_c$ où τ_c désigne le temps de cohérence c'est-à-dire la durée du train d'ondes.

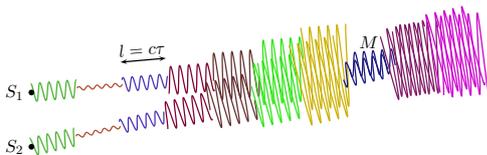


FIGURE 4 – Les trains d'ondes se superposent

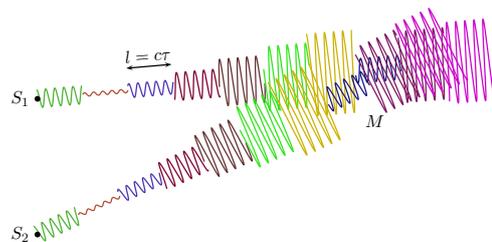


FIGURE 5 – Les trains d'ondes ne se superposent pas

Comme $(SM)_i = ct_i$, il vient $(SM)_2 - (SM)_1 = c(t_2 - t_1)$. Ainsi deux trains d'ondes fils se trouvent en M si $|t_2 - t_1| < \tau_c$ c'est-à-dire si $|(SM)_2 - (SM)_1| < \ell_c$.

1.4 Synthèse et formule des interférences à deux ondes

1.4.1 Synthèse et différence de marche

SYNTHÈSE SUR COHÉRENCE ET INTERFÉRENCES

• **Ondes cohérentes**

On dit que deux ondes quasi-monochromatiques sont **cohérentes lorsqu'elles peuvent interférer**. Les conditions sont les suivantes :

- les ondes sont synchrones ($\omega_1 = \omega_2$);
- les deux trains d'ondes fils se superposent au point M ($|(SM)_2 - (SM)_1| < \ell_c$).

Dans ces conditions, l'éclairement $\mathcal{E}(M)$ au point M est donné par **la formule des interférences à deux ondes**^a :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1(M) \cdot \mathcal{E}_2(M)} \cos(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)) \quad (1)$$

que l'on peut aussi écrire ainsi :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1(M) \cdot \mathcal{E}_2(M)} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \underbrace{(\pm\pi)}_{\text{si déphasage exceptionnel}}\right) \quad (2)$$

où l'on définit la différence de marche : $\delta(M) \triangleq (SM)_2 - (SM)_1$

• **Ondes incohérentes**

Lorsque les conditions de cohérence des ondes ne sont pas respectées, les ondes sont dites **incohérentes et ne peuvent pas interférer**. Les éclaircements s'ajoutent :

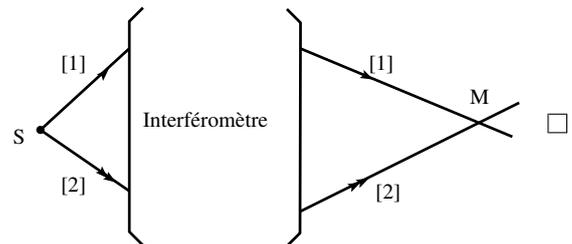
$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M)$$

a. appelée aussi «formule de Fresnel».

Démonstration. Montrons que les équations (1) = (2)

On a la différence de phase entre les deux chemin optique :

$$\begin{aligned} \varphi_2(M) - \varphi_1(M) &= \left[\varphi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM)_2 \right] - \left[\varphi(S) + \frac{2\pi}{\lambda_0} (SM)_1 \right] \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} [(SM)_2 - (SM)_1] \\ &= \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \end{aligned}$$



1.4.2 Notion de différence de marche optique

En présence du déphasage **exceptionnel** de π , on a $\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) \pm \pi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[\delta(M) \pm \frac{\lambda_0}{2} \right]$ de sorte que :

Définition : Pour simplifier l'écriture tout en tenant compte des déphasages **exceptionnels**, on peut introduire la **différence de marche optique** notée $\delta_{opt}(M)$ et définie ainsi :

- en l'absence de déphasage exceptionnel $\delta_{opt}(M) \triangleq \delta(M)$;
- en présence de déphasage exceptionnel $\delta_{opt}(M) \triangleq \delta(M) \pm \frac{\lambda_0}{2}$;

La **formule des interférences à deux ondes** s'écrit alors simplement :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1(M) \cdot \mathcal{E}_2(M)} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \delta_{opt}(M)\right)$$

1.4.3 Utilisation de la notation complexe pour les ondes cohérentes

L'utilisation de la notation complexe pour deux sources secondaires cohérentes permet de retrouver rapidement la formule des interférences à deux ondes.

À partir de l'onde lumineuse, on définit la grandeur complexe correspondante :

$$s_i(M, t) = A_i(M) \cos(\omega t - \varphi_i(M)) \longleftrightarrow \underline{s}_i(M, t) = \underbrace{A_i(M)}_{=A_i(M)} e^{-i\varphi(M)} e^{i\omega t}$$

Ainsi, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(M) &= \frac{K}{2} \underline{s} \underline{s}^* \quad \text{où } \underline{s}(M, t) = \underline{s}_1(M, t) + \underline{s}_2(M, t) \\ &= \frac{K}{2} \underbrace{(\underline{s}_1 \underline{s}_1^*)}_{=\mathcal{E}_1(M)} + \frac{K}{2} \underbrace{(\underline{s}_2 \underline{s}_2^*)}_{=\mathcal{E}_2(M)} + \frac{K}{2} \underbrace{(\underline{s}_1 \underline{s}_2^* + \underline{s}_2 \underline{s}_1^*)}_{=2\Re e(\underline{s}_1 \underline{s}_2^*)} \\ &= \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + K \Re e \left(A_1(M) A_2(M) e^{-i\varphi_1(M)} e^{-i\varphi_2(M)} e^{i\omega t} e^{-i\omega t} \right) \\ &= \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + \frac{K A_1(M) A_2(M)}{2\sqrt{\frac{K}{2} A_1^2(M)} \sqrt{\frac{K}{2} A_2^2(M)}} \cos(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)) \\ &= \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1(M) \mathcal{E}_2(M)} \cos(\varphi_2(M) - \varphi_1(M)) \end{aligned}$$

1.5 Vocabulaire

1.5.1 Hypothèses d'étude

• On considère deux sources secondaires cohérentes S_1 et S_2 placées dans un milieu homogène d'indice n . On note λ_0 la longueur d'onde dans le vide de l'onde émise. On est donc dans les conditions d'utilisation de la formule des interférences à deux ondes :

$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1(M) + \mathcal{E}_2(M) + 2\sqrt{\mathcal{E}_1(M) \cdot \mathcal{E}_2(M)} \cos(\varphi_2(M) - \varphi_1(M))$$

• **Les variations de $\mathcal{E}_1(M)$ et $\mathcal{E}_2(M)$ sont négligeables à l'échelle du détecteur. On notera donc $\mathcal{E}_1(M) = \mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2(M) = \mathcal{E}_2$.** Ainsi :

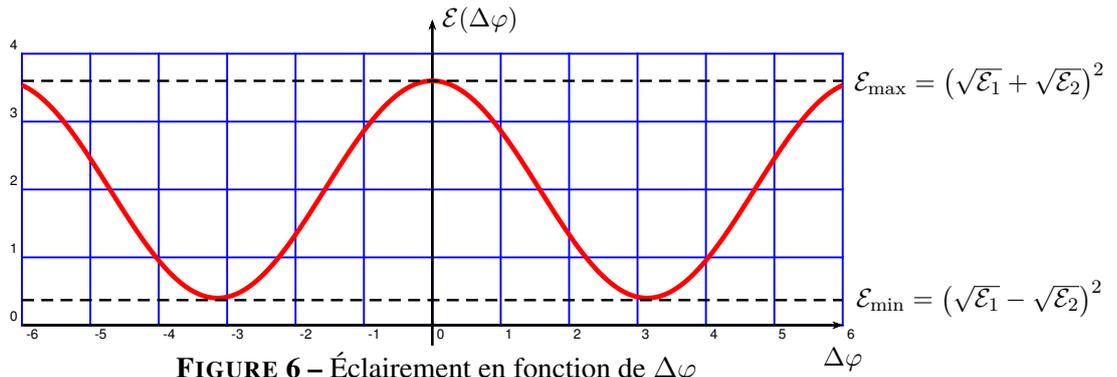
$$\mathcal{E}(M) = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + 2\sqrt{\mathcal{E}_1 \cdot \mathcal{E}_2} \cos(\Delta\varphi(M)) \quad \text{où} \quad \Delta\varphi(M) = \varphi_2(M) - \varphi_1(M)$$

1.5.2 Tracé de la fonction $\mathcal{E}(\Delta\varphi)$

La fonction $\mathcal{E}(\Delta\varphi)$ est 2π -périodique. Elle présente :

- des maximums locaux lorsque $\Delta\varphi \equiv 0 [2\pi]$ et prend alors la valeur $\mathcal{E}_{\max} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} + \sqrt{\mathcal{E}_2})^2$;
- des minimums locaux lorsque $\Delta\varphi \equiv \pi [2\pi]$ et prend alors la valeur $\mathcal{E}_{\min} = (\sqrt{\mathcal{E}_1} - \sqrt{\mathcal{E}_2})^2$.

L'allure de la fonction $\mathcal{E}(\Delta\varphi)$ est donnée sur la figure 6.



Définition : On nomme **frange d'interférences**, une ligne d'égal éclairement : $\mathcal{E}(M) = cste$, quelle que soit la géométrie de la ligne.

On constate une alternance de franges d'**éclairement minimal** dites **franges sombres** et de franges d'**éclairement maximal** dites **franges claires** ;

1.5.3 Ordre d'interférence ; franges sombres et claires

Définition : On appelle **ordre d'interférence** au point M le paramètre $p(M)$ défini par :

$$p(M) \triangleq \frac{\Delta\varphi(M)}{2\pi} = \frac{\delta_{opt}(M)}{\lambda_0}$$

Théorème - Ordres d'interférences pour les franges claires et sombres :

- Les franges **claires** sont le lieu des points M tels que :

$$\Delta\varphi(M) = m2\pi \Leftrightarrow p(M) = m \Leftrightarrow \delta_{opt}(M) = m\lambda_0 \text{ où } m \in \mathbb{Z}$$

- Les franges **sombres** sont le lieu des points M tels que :

$$\Delta\varphi(M) = (2m + 1)\pi \Leftrightarrow p(M) = m + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \delta_{opt}(M) = (m + \frac{1}{2})\lambda_0 \text{ où } m \in \mathbb{Z}$$

1.5.4 Contraste

Définition : On appelle **contraste** Γ d'une figure d'interférences, le réel sans dimension compris entre 0 et 1 :

$$\Gamma \triangleq \frac{\mathcal{E}_{\max} - \mathcal{E}_{\min}}{\mathcal{E}_{\max} + \mathcal{E}_{\min}}$$

Théorème - Contraste de l'interférences de deux ondes : Lors d'interférences entre deux ondes cohérentes, le contraste devient :

$$\Gamma = \frac{2\sqrt{\mathcal{E}_1}\sqrt{\mathcal{E}_2}}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2} \text{ ce qui implique } \mathcal{E}(\Delta\varphi) = (\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2) \left(1 + \underbrace{\frac{2\sqrt{\mathcal{E}_1}\sqrt{\mathcal{E}_2}}{\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2}}_{\Gamma} \cos(\Delta\varphi) \right)$$

Remarque : À $\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 = cste$, les interférences sont donc d'autant plus contrastées que Γ est grand.

Démonstration. □

On peut représenter la courbe $\mathcal{E}(\Delta\varphi)$ pour différentes valeurs du contraste comme illustré sur la figure 7 (pour trois valeurs du contraste $\Gamma = 0,1$, $\Gamma = 0,5$ et $\Gamma = 0,7$). Cela illustre bien que la différence d'éclairement entre les franges sombres et claires est d'autant plus importante que le contraste Γ est grand.

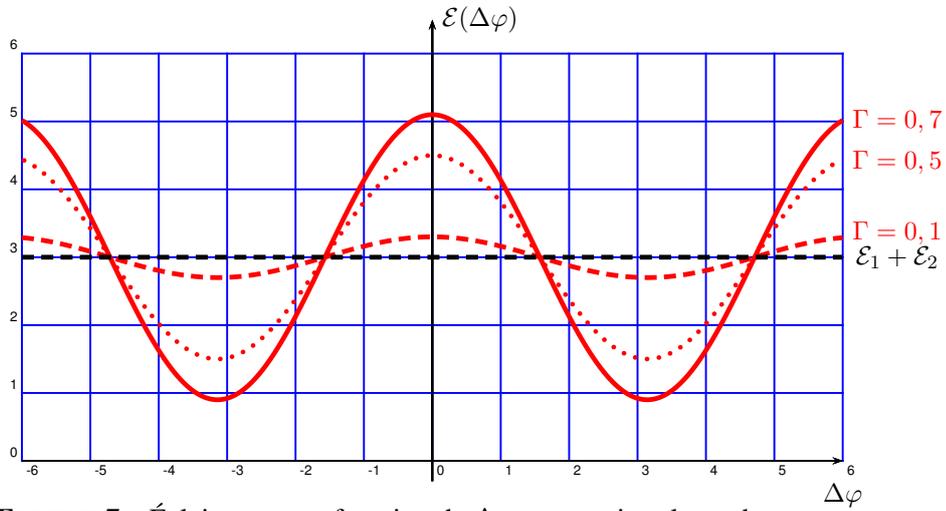


FIGURE 7 – Éclairement en fonction de $\Delta\varphi$ pour trois valeurs du contraste

De nombreux livres concluent hâtivement qu'il faut des éclairements \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 similaires pour obtenir des interférences suffisamment contrastées pour être visibles. L'étude de la fonction $\Gamma\left(\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1}\right)$ (voir figure 8) révèle que pour un rapport $\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{1}{100}$, le contraste est de 0,2 soit 20% ce qui est suffisant pour voir des interférences.

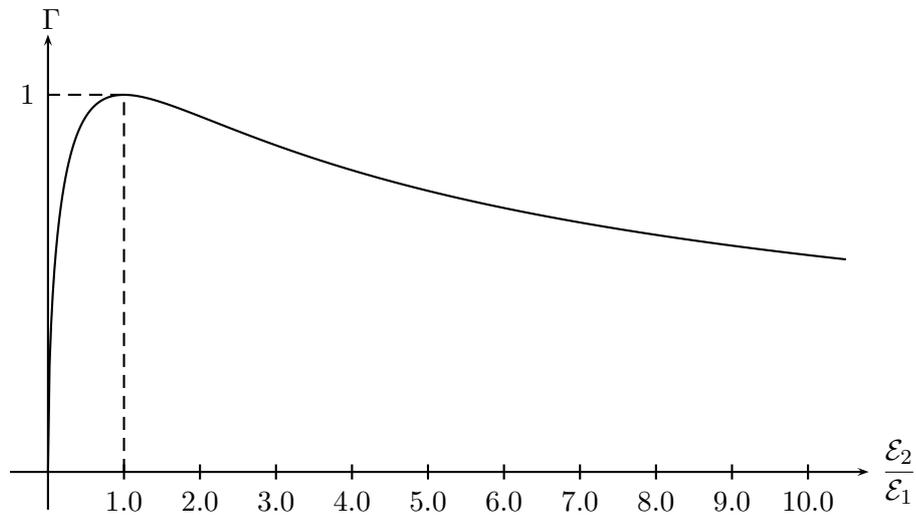


FIGURE 8 – Γ en fonction de $\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1}$