OPTIQUE 7 :
Interférences lumineuses

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

2 Interférences de deux sources ponctuelles cohérentes à distance finie (ondes sphériques)

2.1 Géométries des franges d'interférences

Théorème - Forme des franges d'interférences :

Lorsque les deux sources ponctuelles cohérentes S_1 et S_2 sont placées dans un milieu homogène d'indice optique n à distance finie l'une de l'autre, les franges d'interférences sont des **hyperboloïdes de révolution** (figure 1). Les interférences sont dites **délocalisées** car on peut les observer dans tout l'espace.

On observe les franges sur un écran :

- si l'écran d'observation est placé orthogonalement à l'axe (S_1S_2), les franges d'interférences sont des cercles (figure 1)
- si l'écran d'observation est placé parallèlement à l'axe (S_1S_2), les franges d'interférences sont des branches d'hyperbole localement assimilables à des segments de droite (figures 1 et 2).

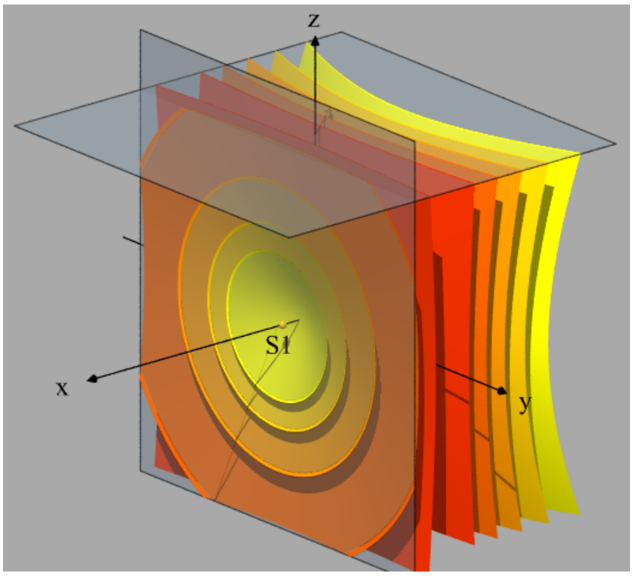


FIGURE 1 – Les franges d'interférence sont des hyperboloïdes de révolution

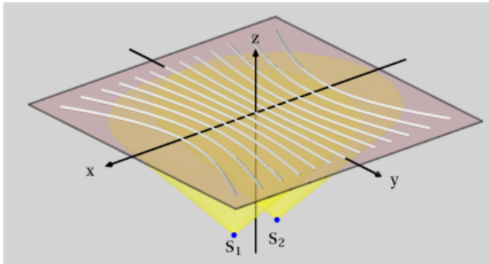


FIGURE 2 – Détail de la figure 1 dans un plan z constant.

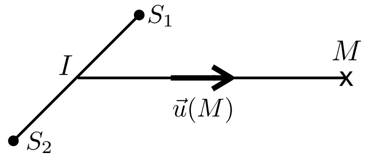
Démonstration. □

2.2 Lemme géométrique

Lemme géométrique : Pour un point M situé loin de S_1 et S_2 (autrement dit $S_1M \gg S_1S_2$ et $S_2M \gg S_1S_2$) et en notant I le milieu de $[S_1S_2]$, il vient :

$$\boxed{S_2M - S_1M = \overrightarrow{S_2S_1} \cdot \vec{u}(M)}$$

où $\vec{u}(M) \triangleq \dfrac{\overrightarrow{IM}}{IM}$



Démonstration.

$$S_2M^2 - S_1M^2 = \vec{S_2M}^2 - \vec{S_1M}^2 = \underbrace{\left(\vec{S_2M} + \vec{S_1M}\right)}_{2\vec{IM}} . \underbrace{\left(\vec{S_2M} - \vec{S_1M}\right)}_{\vec{S_2S_1}} \quad [1]$$

D'autre part :

$$S_2M^2 - S_1M^2 = (S_2M - S_1M) . \underbrace{(S_2M + S_1M)}_{\approx 2IM} \quad [2]$$

Comme $[1] = [2]$ on a : $2IM\,(S_2M - S_1M) = 2\vec{IM}.\vec{S_2S_1}$, donc :

$$S_2M - S_1M = \vec{S_2S_1}.\vec{u} \quad \text{avec } \vec{u} = \frac{\vec{IM}}{IM}$$

□

2.3 Étude du cas où les franges d'interférences sont des branches d'hyperbole assimilées à des franges rectilignes

Théorème - Franges d'interférences rectilignes : Lorsque l'écran est placé parallèlement à (S_1S_2), les franges d'interférences sont des branches d'hyperbole (cf figure 2). D désigne la distance de l'écran aux sources secondaires, lorsque $D \gg a$, la différence de marche s'écrit :

$$\boxed{(S_2M) - (S_1M) = n\frac{ay}{D}}$$

Les franges, au voisinage de O, sont donc assimilables à des segments de droite parallèles à l'axe x : on parle de **franges rectilignes** (cf. figure 4).

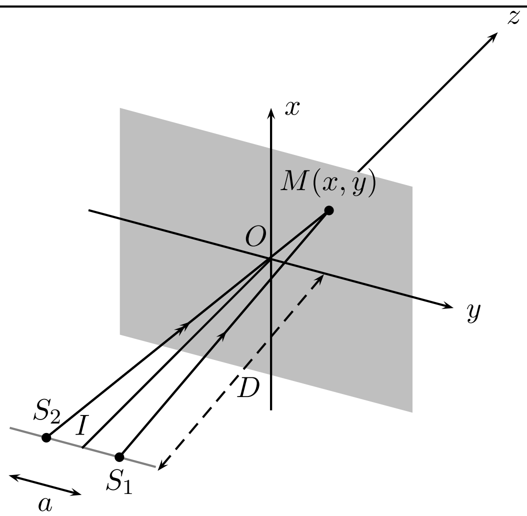


FIGURE 3 – L'écran est parallèle à (S_1S_2) : approximation des franges rectilignes

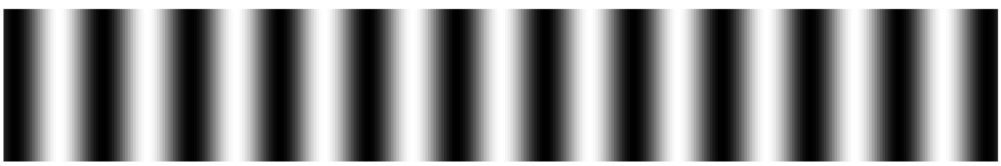


FIGURE 4 – Allure de la figure d'interférences au voisinage de O

Définition : On peut, dans cette configuration, définir l'**interfrange** i comme la distance entre les franges de même éclairement puisque cette grandeur est constante. On calcule :

$$\boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{na} = \frac{\lambda D}{a}}$$

Démonstration. • **différence de marche :**

d'après le lemme de la partie 2.2 :

$$S_2M - S_1M = \vec{S_2S_1}.\vec{u}(M) = \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} u_x \\ u_y = \dfrac{y}{IM} \\ u_z \end{pmatrix} = \frac{ay}{IM} \approx \frac{ay}{D}$$

d'où $(S_2M) - (S_1M) = n\dfrac{ay}{D}$

• **forme des franges :**

Les franges claires sont le lieu des points M tels que :

$$p(M) = \frac{\delta_{opt(M)}}{\lambda_0} \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad \frac{nay_m}{\lambda_0 D} = m \in \mathbb{Z}$$
$$\Rightarrow \quad y_m = m\frac{D\lambda_0}{na} \quad \text{où } m \in \mathbb{Z}$$

Les franges claires sont des segments de droites orthogonales à la direction S_1S_2.

• **interfrange :** l'interfrange i est telle que :

$$i = y_{m+1} - y_m = \frac{D\lambda_0}{na} = \frac{D\lambda}{a}$$

□

2.4 Étude du cas où les franges d'interférences sont circulaires

Théorème - Franges d'interférences circulaires : Lorsque l'écran est placé perpendiculairement à (S_1S_2), les franges d'interférences sont des cercles concentriques. Lorsque $D = OI \gg a = S_1S_2$ (cf. figure 5), la différence de marche s'écrit :

$$\boxed{(S_2M) - (S_1M) = na\cos i \underbrace{=}_{i \text{ petit}} na\left(1 - \frac{1}{2}\frac{r^2}{D^2}\right)}$$

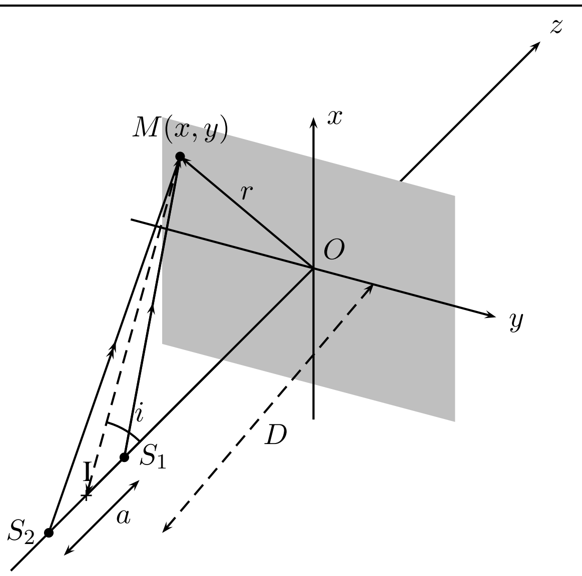


FIGURE 5 – L'écran est orthogonal à (S_1S_2) : franges circulaires

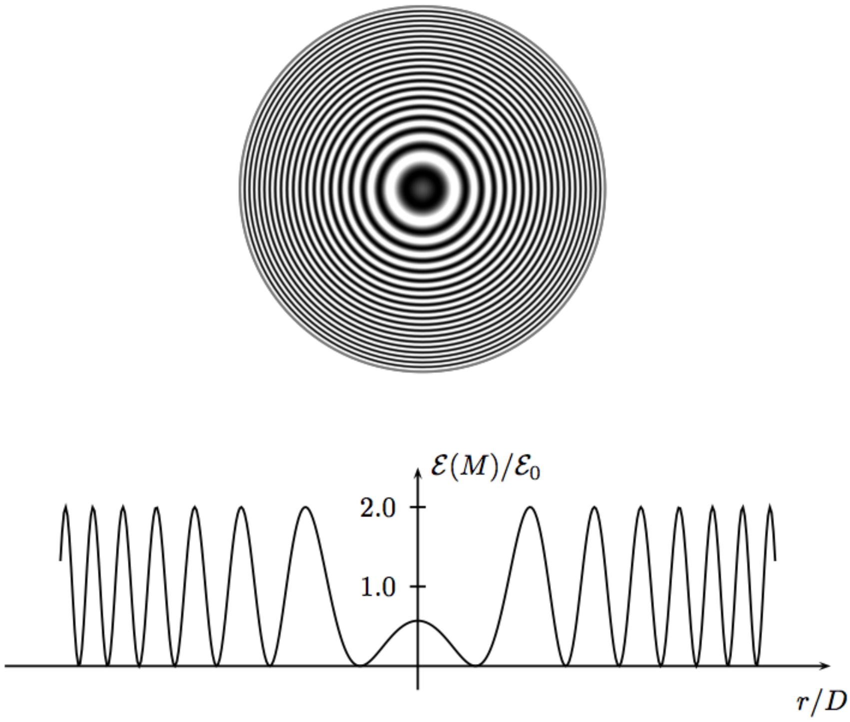


FIGURE 6 – Allure de la figure d'interférences

Dans cette configuration, les franges de même éclairement ne sont pas équidistantes : **on ne peut pas définir d'interfrange** (cf. figure 6). Les anneaux sont de plus en plus resserrés à mesure que l'on s'éloigne du centre de la figure.

Démonstration. **• différence de marche :**

d'après le lemme de la partie 2.2 :

$$S_2M - S_1M = \vec{S_2S_1}.\vec{u}(M) = a\vec{e}_z.\vec{u} = a\cos i$$

d'où $(S_2M) - (S_1M) = n\,[S_2M - S_1M] = na\cos i$
D'après la figure 5, on obtient :

$$\cos i = \frac{D}{\sqrt{D^2 + r^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{D^2}}} \approx 1 - \frac{r^2}{2D^2} \quad \text{avec } r \ll D \text{ car } i \text{ petit}$$

Ainsi on obtient : $(S_2M) - (S_1M) = na\left(1 - -\frac{r^2}{2D^2}\right)$

• forme des franges :

Les franges claires sont le lieu des points M tels que :

$$p(M) = \frac{\delta_{opt(M)}}{\lambda_0} \in \mathbb{Z} \quad \Rightarrow \quad na\left(1 - \frac{r_m^2}{2D^2}\right) = m\lambda_0$$

$$\Rightarrow \quad r_m = D\sqrt{2\left(1 - m\frac{\lambda_0}{na}\right)} \quad \text{où } m \in \mathbb{Z} \text{ et } 1 - m\frac{\lambda_0}{na} > 0$$

C'est une famille de cercle concentriques de rayon r_m. L'ordre croît à mesure que le rayon diminue.

• interfrange : on constate que $r_m - r_{m+1}$ n'est pas constant : on ne peut pas définir l'interfrange (certains auteurs disent que l'interfrange n'est pas constant)

□