# ECOLE CENTRALE PEKIN
# Année universitaire 2018-2019

**Elèves Ingénieurs 2e année**

**TRAVAUX DIRIGES SUR LA RESOLUTION NUMERIQUE DES EQUATIONS DU MOUVEMENT AVEC LE CODE ELEMENTS FINIS CAST3M – CEA**

**Introduction**

L'évolution dans le temps de nombreux systèmes de la vie courante, qu'ils soient mécaniques ou autres, peut être modélisée par un système d'équations différentielles. L'intégration de ces équations du mouvement est un problème classique auquel l'ingénieur est couramment confronté.

La première partie de ce travail concerne la résolution dans le temps d'équations régissant les mouvements de structures à un ou plusieurs degrés de liberté, avec ou sans amortissement. Les simulations seront réalisées avec le code éléments finis Cast3M. Les solutions exactes seront comparées aux solutions numériques obtenues.

La deuxième partie de ce travail porte sur la résolution numérique de problèmes éléments finis pour des sollicitations statiques et dynamiques en programmant des algorithmes (Euler explicite, implicite, Newmark) ou en utilisant les fonctionnalités de Cast3M.

**Exercice 1 : Solution analytique d'un oscillateur**

1°) Etudier le fichier « oscillateur-ecpk.dgibi », rechercher dans la documentation la fonction des opérateurs suivants. <u>Opérateurs généraux :</u> OPTI, PROG, EVOL, DESS LIST, POIN. @excell, ET.

2°) Tracer sur le même graphe les solutions pour deux amortissements de 0.01 et 0.02.

3°) Déterminer et tracer les solutions pour un déplacement initial imposé de 0.1 et une vitesse initiale de 0.2.

**Exercice 2 : Barre en traction et fréquence propre**

1°) Etudier le fichier « barre-ecpk.dgibi », rechercher dans la documentation la fonction des opérateurs suivants. <u>Opérateurs généraux :</u> OPTI, EVOL, LIST, DROI, MODE, MATE, RIGI, MASS, BLOQ, DEPI, FORCE, RESO, DEFO, SIGMA, CHAN.

2) Remplacer le déplacement imposé par une force qui génère un état de contrainte dans la barre équivalent à celui dû au déplacement imposé. Comparer les résultats avec la solution analytique.

3°) Modifier votre fichier pour déterminer la fréquence propre de la barre (opérateur VIBR). Comparer le résultat avec la solution analytique.

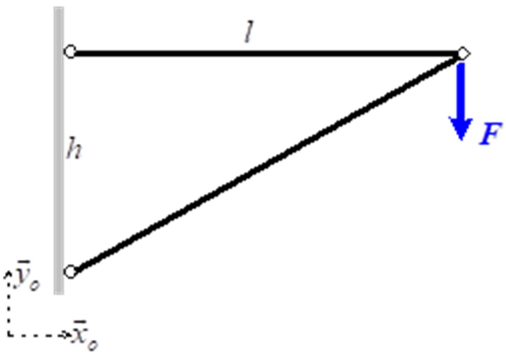
4°) Créer une barre de longueur L1 de section S1 attachée à une longueur L2 de section S2 (S2 = S1/2).

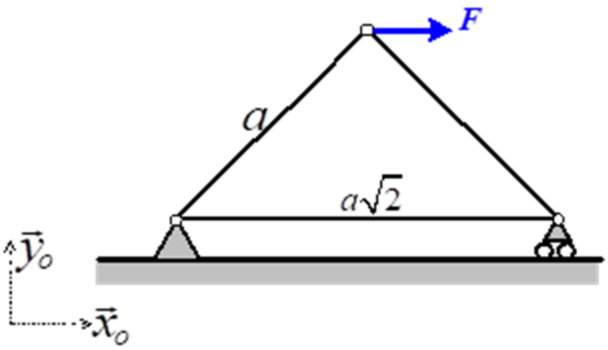
**Exercice 3 : Réponse statique d'une colonne soumise à son poids propre**

1°) Etudier le fichier « colonne-ecpk.dgibi », rechercher dans la documentation les opérateurs inconnus.

2°) Peut-on discrétiser la colonne (faire évoluer le maillage) ? Vérifier la convergence de la solution éléments finis vers la solution analytique.

**Exercice 4 : Résolution d'un treillis de barres**




1°) Créer les modèles éléments finis Cast3M en vous inspirant du fichier « barre-ecpk.dgibi ».

2°) Tracer les contraintes sur le treillis. Donner le déplacement du point d'application de la force F.

**Exercice 5 : Réponse dynamique d'une fusée (modèle barre)**

1°) Etudier le fichier « dyna-ecpk.dgibi », rechercher dans la documentation les opérateurs inconnus. Etudier les entrées et sorties de l'opérateur DYNAMIC.

**Exercice 6 : Réponse dynamique d'une fusée (modèle poutre)**

1°) Etudier le fichier « vibr-poutre-ecpk.dgibi », rechercher dans la documentation les opérateurs inconnus.

2°) Créer un fichier de données pour calculer la réponse de la fusée avec un modèle poutre d'Euler Bernoulli. Afficher les fréquences propres de la fusée et les modes propres associés.

**Exercice 7 : Résolution d'un système**

1°) Etudier le fichier « matrice-ecpk.dgibi », rechercher dans la documentation les opérateurs inconnus.

2°) Vérifier la solution du système avec MATLAB.

**Exercice 8 : Modes propres**

1°) Etudier le fichier « oscillateur1ddl-ecpk.dgibi », rechercher dans la documentation les opérateurs inconnus.

2°) Créer un oscillateur constitué de deux masses et deux ressorts. Déterminer les deux fréquences propres.

**Exercice 9 : Programmation Euler Explicite et Euler Implicite**

1°) Etudier le fichier « Newmark2LGDef2-ecpk.dgibi», rechercher dans la documentation les opérateurs inconnus.

2°) Etudier le schéma numérique de Newmark programmé en langage Cast3M.

3°) Programmer les schémas de Newmark, Euler implicite et Euler explicite sur l'exemple de la fusée « vibr-poutre-ecpk.dgibi ».

4°) Comparer vos résultats avec ceux issus de l'opérateur DYNAMIC.

**Exercice 10 : Comportement élastique contraintes planes/déformations planes**

1°) Etudier le fichier « Force-Cont-Plan.dgibi » et préciser la nature du problème traité. Réaliser des simulations avec des éléments TRI3, TRI6, QUA4, QUA8. Justifier les résultats obtenus.

2°) Déterminer la solution analytique (contrainte, déformation, déplacement) en petites perturbations et vérifier les résultats donnés par la simulation éléments finis en contraintes planes et déformations planes.

3°) Réaliser les simulations en contraintes imposées afin de retrouver les propriétés mécaniques homogénéisées (module d'Young, coefficient de Poisson, module de cisaillement).

**Exercice 11 : Traction à déplacement imposé**

1°) Reprendre l'exercice 1 en introduisant un déplacement imposé (operateur DEPI) à la place du chargement en effort. Quelle valeur doit-on donner au déplacement imposé pour obtenir le même état de contrainte que dans l'exercice 1 ?

2°) Réaliser les simulations en déformations moyennes imposées afin de retrouver les propriétés mécaniques homogénéisées. Quels sont le module d'Young et le coefficient de Poisson obtenus ?

3°) A partir de l'exemple « Force-Cont-Plan.dgibi », réaliser une simulation de traction sur un cylindre en utilisant l'option axisymétrique. Il convient de remarquer que l'axe X correspond à R et l'axe Y à Z. Les composantes des vecteurs sont (UR, UZ, FR, FZ). Les composantes des contraintes sont nommées SMRR, SMZZ, SMTT, SMRZ.

**Exercice 12 : Flexion d'une poutre**

Réaliser sous l'hypothèse des contraintes planes le maillage d'une poutre console de 100 mm par 10 mm avec 10 mm d'épaisseur. Effectuer les simulations avec des éléments TRI3, TRI6, QUA4, QUA8. Comparer la solution analytique poutre d'Euler Bernoulli (contrainte, déformation, déplacement) avec les résultats issus des simulations éléments finis. Justifier l'évolution des résultats avec la discrétisation du maillage.