

1.8 Séance de TD sur le filtrage des fonctions aléatoires

Questions de cours

- 1/ Rappelez la définition de la stationnarité au sens des moments à l'ordre 2.
- 2/ Rappelez la définition de l'ergodicité au sens des moments à l'ordre 2.
- 3/ Rappelez la définition de la densité spectrale de puissance.
- 4/ Rappelez le théorème de Wiener-Kintchine.

Exercice 1 : Puissance de bruit

Soit $x_\lambda(t)$ un bruit centré, stationnaire et ergodique au sens des moments à l'ordre deux. On suppose que sa densité spectrale de puissance est

$$\Gamma_{xx}(\nu) = \Gamma_0 \exp\left(-\frac{|\nu|}{\nu_0}\right) \quad \text{avec } \nu_0 > 0.$$

- 1/ Calculez la fonction de covariance du bruit. On rappelle que la transformée de Fourier de $e^{-|t|}$ est $\frac{2}{1+4\pi^2\nu^2}$.
- 2/ Déduisez-en la puissance du bruit.

Exercice 2 : Identification d'un système de convolution

On considère un système de convolution caractérisé par sa réponse impulsionnelle h inconnue.

- 1/ Quel signal proposez-vous de mettre en entrée de ce système pour estimer la réponse impulsionnelle h ?
- 2/ Calculez la sortie du système $y(t)$ quand vous mettez en entrée $x(t) = \alpha e^{2i\pi\nu_0 t}$ (où $\alpha \in \mathbb{R}$).
En déduire une solution pour estimer h .
- 3/ Soit $\beta(t) = \alpha(1 - \theta(t))$ où $\theta(t)$ est la fonction d'Heaviside et $\alpha \in \mathbb{R}$.
Calculez la sortie du système $y(t)$ quand vous mettez en entrée $x(t) = \beta(t)$.
En déduire une solution pour estimer h .
- 4/ Pour des signaux à énergie infinie, la fonction d'inter-corrélation entre la sortie y et l'entrée x est définie par

$$c_{xy}(\tau) = \lim_{\substack{T_1 \mapsto -\infty \\ T_2 \mapsto +\infty}} \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} y(t)x(t - \tau) dt$$

Calculer c_{xy} quand vous mettez en entrée un bruit blanc stationnaire et ergodique avec une densité spectrale de puissance égale à σ_B^2 . En déduire une solution pour estimer h .

- 5/ Comparez les avantages et inconvénients des différentes méthodes d'estimation de h .