Travaux dirigés de Thermodynamique 5 :
Second principe de la thermodynamique
Bilans d'entropie

École Centrale Pékin

2019-2020

Application du cours

Exercice 1 : Réversible ou irréversible ?

Pour toutes les situations suivantes, dire si la transformation est réversible ou non, en donnant une justification qualitative rapide.

1. Un bloc de métal de capacité C, sortant d'un four à 100°C, et placé dans une atmosphère à 20°C.
2. Un gaz parfait qui suit le cycle de Carnot de manière quasi-statique.
3. Un gaz parait qui suit un cycle quelconque de manière quasi-statique.
4. Un système masse-ressort qui évolue en présence de frottements solides. Même question si l'on supprime les frottements.
5. La détente de Joule et Gay-Lussac d'un gaz parfait.
6. La propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique.

S'entraîner

Exercice 2 : Transformations toujours irréversibles ou toujours réversible ?

On considère un système fermé qui vérifie une équation de la forme $f(P, V, T) = 0$ et qui évolue de manière quasi-statique. Seules les forces de pressions s'appliquent sur le système et, on considère que les capacités thermiques du gaz C_v et C_p sont indépendantes de la température. Pour chacun des cas suivants, calculer l'entropie créée.

1. Transformation isochore du système initialement à $T_0 > T_1$, en contact avec un thermostat de température T_1.
2. Transformation isobare du système initialement à $T_0 < T_1$ en contact avec un thermostat de température T_1.
3. Transformation isotherme à T_0 du système initialement de volume V_i vers V_f.
4. Transformation adiabatique du système de l'état (P_i,V_i,T_i) vers (P_f,V_f,T_f).

Exercice 3 : Détente de Joule Gay-Lussac réversible ?

On reprend l'exemple du cours de la détente de Joule et Gay-Lussac. Un gaz parfait est initialement contenu dans un récipient (C_0) de volume V_0, à la pression P_0 et la température T_0. On le met soudain en contact avec un autre récipient de volume V_0 contenant initialement du vide. L'ensemble des deux récipients est calorifugé.

1. Calculer l'entropie créée par la détente de Joule Gay-Lussac. Cette détente est-elle réversible ?

On cherche à rendre la transformation précédente réversible. Pour cela on considère le dispositif de la figure 1 : un récipient calorifugé est partagé en $N+1$ compartiments (C_k) $(0 \leq k \leq N)$ calorifugés. Le volume de (C_0) est V_0, et le volume de chaque autre compartiment est V_0/N.

On ouvre successivement les robinets en attendant que le gaz atteigne à chaque fois un état d'équilibre, à la température T_k, et la pression P_k.

Attention : Pour ces transformations, la pression extérieure n'est pas définie, on ne peut pas utiliser $\delta W = -PdV$, même si la transformation est quasi-statique.

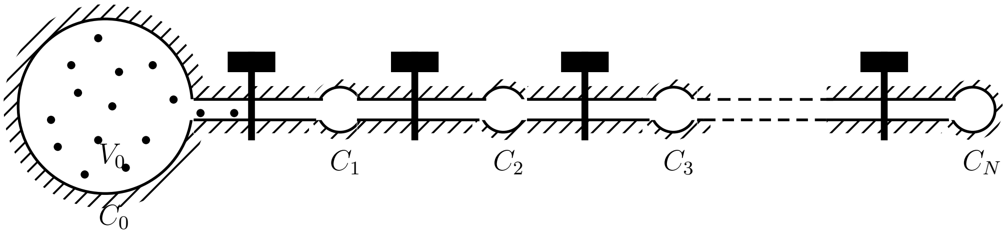

FIGURE 1 – Décomposition de la détente de Joule - Gay-Lussac

2. Quelle est le volume, la température et la pression du système dans chaque état d'équilibre E_k ? Placer les différents points d'équilibres sur un diagramme (P,V). La transformation est-elle quasi-statique ? Réversible ?
3. Calculer l'entropie créée lors de l'ouverture du $(k+1)$-ième robinet.
4. Calculer la variation totale d'entropie. Que devient cette valeur quand $N \to +\infty$?
5. Pourquoi ne peut-on pas rendre la transformation réversible de cette manière ? Proposer une solution pour rendre la transformation réversible.

Exercice 4 : Travail récupérable

Un système fermé Σ qui vérifie une équation de la forme $f(P, V, T) = 0$, évolue en recevant un transfert thermique algébrique Q provenant d'un thermostat de température T_0.

1. Trouver une inégalité sur le travail $\tilde{W}$ récupérable par l'extérieur.
2. Montrer que le travail $\tilde{W}$ est maximal lorsque l'évolution est réversible. Exprimer $\tilde{W}_{max}$ en fonction des variations d'une fonction d'état F^* qui s'exprime en fonction de U, S et T_0.
3. Que peut-on dire du travail si l'évolution est cyclique ? Faire le lien avec le cours sur les machines thermiques.
4. On considère le cas d'une transformation d'un gaz parfait où la température initiale et la température finale sont identiques. Exprimer le travail maximal récupérable.

Pour aller plus loin

Exercice 5 : Modèle du solide ferromagnétique

Le but de cet exercice est de retrouver des propriétés ferromagnétiques pour un modèle simple de solide unidimensionnel. Pour cela nous allons utiliser la définition de l'entropie de Boltzmann, qui utilise le nombre de configurations possibles Ω d'un système

$$S = k\log(\Omega)$$

On prend comme solide le modèle d'une chaîne unidimensionnelle de N atomes fixes.
Chaque atome possède un moment magnétique qui vaut $+m$ ou $-m$. L'énergie potentielle d'interaction vaut $-J$ si les deux moments magnétiques sont dans le même sens et $+J$ si il sont dans le sens opposés. On prendra $J > 0$.

On définit un paramètre sans dimension z tel que $N^+ = \frac{(1+z)N}{2}$. On note $p^+ = \frac{N^+}{N}$ la probabilité d'une particule d'avoir un moment magnétique $+m$ et $p^- = 1 - p^+$ la probabilité d'avoir un moment magnétique $-m$.

1. Calculer le moyen magnétique moyen $\langle m \rangle$ en fonction de z.
2. Exprimer l'entropie S du solide en fonction de N, k et z. En utilisant la formule de Stirling ($\ln(N!) \simeq N\ln(N) - N$) montrer que l'entropie s'écrit :
$$S = -\frac{Nk}{2}\left[(1+z)\ln(1+z) + (1-z)\ln(1-z) - 2\ln(2)\right]$$
3. Calculer l'énergie d'interaction moyenne $\langle e^+ \rangle$ d'un atome de moment magnétique égal à $+m$ avec son voisin de droite en fonction de J et z. Faire de même pour l'énergie $\langle e^- \rangle$ d'un atome de moment magnétique égal à $-m$
4. En déduire l'énergie interne totale du solide en fonction de N, J et z.
5. En vous aidant des expressions de U et S, calculer la température du solide en fonction de z. On fera intervenir la fonction suivante :
$$Arcth(z) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1+z}{1-z}\right)$$
6. On suppose la température T fixée. À l'aide d'une méthode graphique, résoudre cette équation sur z . A-t-on une solution quelque soit la température ? En déduire la température critique T_c à partir de laquelle le solide peut avoir une aimantation.