TD 6 Thermo : Machines Thermique 1

Exercice 1

1) Le rendement maximum $r_c = 1 - \frac{T_F}{T_C} < 1$

vient directement du second principe de la thermodynamique. Cette inégalité vient donc du fait qu'il existe un sens spontané de circulation de la chaleur, du chaud vers le froid. On doit donc payer une quantité d'énergie pour s'opposer à ce transfert.

Avec la conversion électrique - mécanique de l'induction, il n'y a pas à s'opposer à une évolution naturelle, spontanée, donc théoriquement tout peut être transféré.

---

2) Par définition $e = \left|\frac{Q_C}{W}\right| = \frac{-Q_C}{W}$

- Inégalité de Clausius $\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0$
- 1er Principe $W + Q_F + Q_C = 0$

d'où : $\frac{-(W+Q_C)}{T_F} + \frac{Q_C}{T_C} \leq 0 \Rightarrow Q_C\left(\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_F}\right) \leq \frac{W}{T_F}$

d'où : $\boxed{e \leq \frac{T_C}{T_C - T_F} = e_C}$

Si $T_C \to T_F$, $e_C \to \infty$

Les échanges de chaleur sont facile à réaliser car les 2 sources ont la même température. Donc il est facile de s'opposer au sens naturel des transferts de chaleur.

3) Lors du fonctionnement d'un moteur ditherme

$Q_C > 0$ On prend de la chaleur à la source chaude

$Q_F < 0$ On chauffe la source froide.

Donc si rien ne maintient les températures T_F et T_C, lorsque le moteur fonctionne, on a avoir $T_F \nearrow$

$T_C \searrow$

donc $r = \left|\frac{W}{Q_C}\right| \leqslant 1 - \frac{T_F}{T_C} = r_C$ va diminuer au cours du temps

À l'infini, on va avoir $T_F = T_C$ et donc le moteur ne fonctionnera plus.

Exercice 2

1) On veut réaliser un réfrigérateur donc on veut

$\boxed{Q_F \geqslant 0}$ (la source froide se refroidit pour chauffer le système)

- Inégalité de Clausius : $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_F}{T_F} \leqslant 0$ (1)

- 1^er Principe : $Q_F + Q_2 + Q_C = 0$ ($= \Delta U_{cycle}$) (2)

- On supprime Q_C de (1) avec (2).

$$Q_2\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_C}\right) + Q_F\left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_C}\right) \leqslant 0$$

$$\underbrace{Q_2\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_C}\right)}_{\geqslant 0} \leqslant Q_F\left(\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_F}\right) \quad \text{donc} \quad Q_2 \leqslant Q_F \frac{\left(\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_F}\right)\}\leqslant 0}{\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_C}\right)\}\geqslant 0}$$

et $Q_F \geqslant 0$ donc $Q_F\left(\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_F}\right) \leqslant 0$

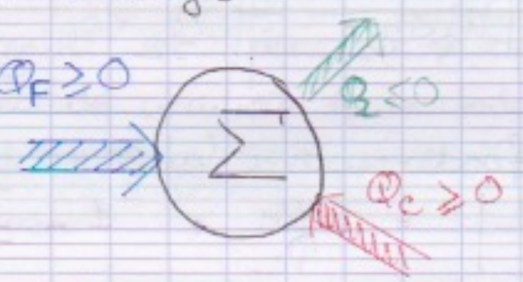
donc $\boxed{Q_2 \leqslant 0}$

Même technique pour Q_C : On supprime Q_2 de (1).

$$\underbrace{Q_C\left(\frac{1}{T_C}-\frac{1}{T_2}\right)}_{\le 0}+Q_F\left(\frac{1}{T_F}-\frac{1}{T_2}\right)\le 0$$

$$Q_C \ge \underbrace{Q_F}_{\ge 0}\,\frac{\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_F}\right)\le 0}{\left(\frac{1}{T_C}-\frac{1}{T_2}\right)\le 0} \Rightarrow \boxed{Q_C \ge 0}$$

Sens des échanges



2) Ici ce qui nous coûte est la chaleur provenant de la source chaude. Le transfert de chaleur avec l'atmosphère ne "coûte pas d'énergie".

d'où $\boxed{e = \left|\frac{Q_F}{Q_C}\right| = \frac{Q_F}{Q_C}}$ Or $Q_C \ge Q_F \cdot \dfrac{\left(-\frac{1}{T_F}+\frac{1}{T_2}\right)}{\left(\frac{1}{T_C}-\frac{1}{T_2}\right)}$

d'où : $\boxed{e \le \dfrac{\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_C}}{\frac{1}{T_F}-\frac{1}{T_2}}}$ $e_{max} = 1,89$

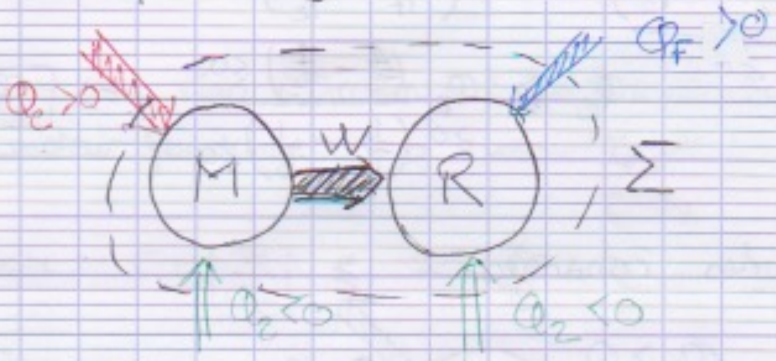
3) Pour un réfrigérateur classique :

$$e_{max} = \frac{T_F}{T_2 - T_F} = \frac{265}{300-265} = 7,57$$

L'efficacité du réfrigérateur tritherme est plus faible mais il ne nécessite pas de travail de l'extérieur (sous forme électrique habituellement).

On peut donc facilement transporter ces réfrigérateurs et les utiliser n'importe où (la source chaude peut simplement venir de la combustion d'essence ou autre).

4) On peut redessiner les échanges thermiques en imaginant en plus un travail qui serait créé et utilisé par le système.



· Le moteur fonctionne avec la source chaude et l'atmosphère

$$r = \left|\frac{W}{Q_C}\right| = -\frac{W_M}{Q_C} \leq 1 - \frac{T_2}{T_C}$$

· Le réfrigérateur fonctionne avec la source froide et l'atmosphère et reçoit un travail du moteur

source chaude pour le réfrigérateur ditherme

$$e = \left|\frac{Q_F}{W}\right| = \frac{Q_F}{W_R} \leq \frac{T_F}{T_2 - T_F}$$

L'efficacité totale de la machine est alors :

$$\boxed{e_{tot} = -\frac{W_M}{Q_C} \cdot \frac{Q_F}{W_R}} = \frac{Q_F}{Q_C} \leq r_{max}\, e_{max}$$

$$e_{tot} \leq \frac{T_C - T_2}{T_C} \cdot \frac{T_F}{T_2 - T_F} = \frac{T_C - T_2}{T_2 - T_F} \frac{T_F T_2}{T_2 T_C}$$

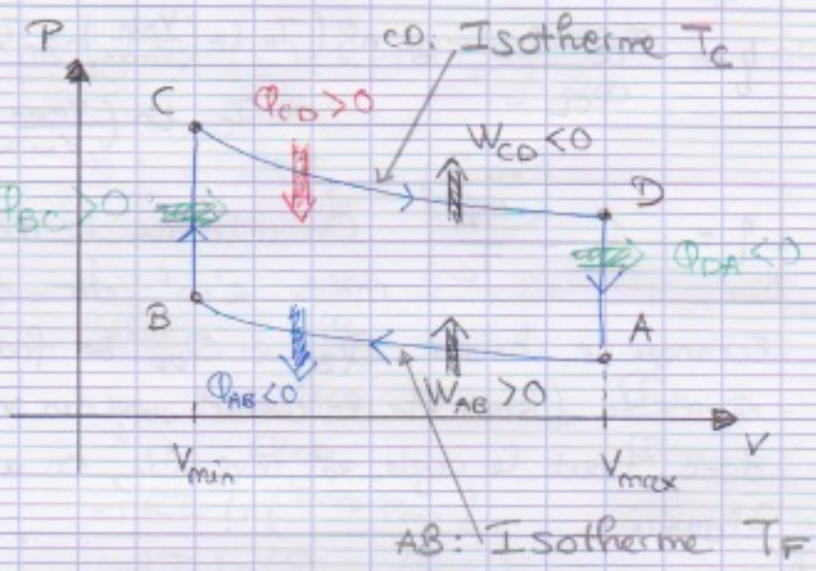
$$e_{tot} \leq \frac{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_C}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_2}}$$ On retrouve le même résultat que la question 2)

(Remarque : En pratique, ce genre de système fonctionne avec deux fluides et des changements d'état... + une séparation de phases entre les 2 fluides ...)

Exercice 3

1 Cycle de Stirling :

a)



$|W_{AB}| < |W_{CD}|$ donc sur le cycle $W_{tot} > 0$, le cycle est bien moteur.

---

b)

- Pour les évolutions isochores.

$$\boxed{\Delta U_{BC}} = C_V (T_C - T_F) = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_C - T_F) \boxed{= Q_{BC}} + \underbrace{W_{BC}}_{=0}$$

de même $\Delta U_{DA} = \frac{nR}{\gamma-1}(T_F - T_C) = \boxed{Q_{DA} = -Q_{BC}}$

$\boxed{Q_{BC} + Q_{DA} = 0}$ comme le suggère l'énoncé.

- Évolution $A \to B$:

Isotherme donc $\Delta U_{AB} = 0 = Q_{AB} + W_{AB}$

$$\Rightarrow Q_{AB} = + \int_A^B P dV = nRT_F \ln\left(\frac{V_{min}}{V_{max}}\right) < 0$$

- Évolution $C \to D$: de même $\boxed{Q_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right) \quad Q_{CD} > 0}$

c) $\boxed{\eta = \left|\dfrac{W}{Q_{CD}}\right| = \dfrac{-W}{Q_{CD}}}$

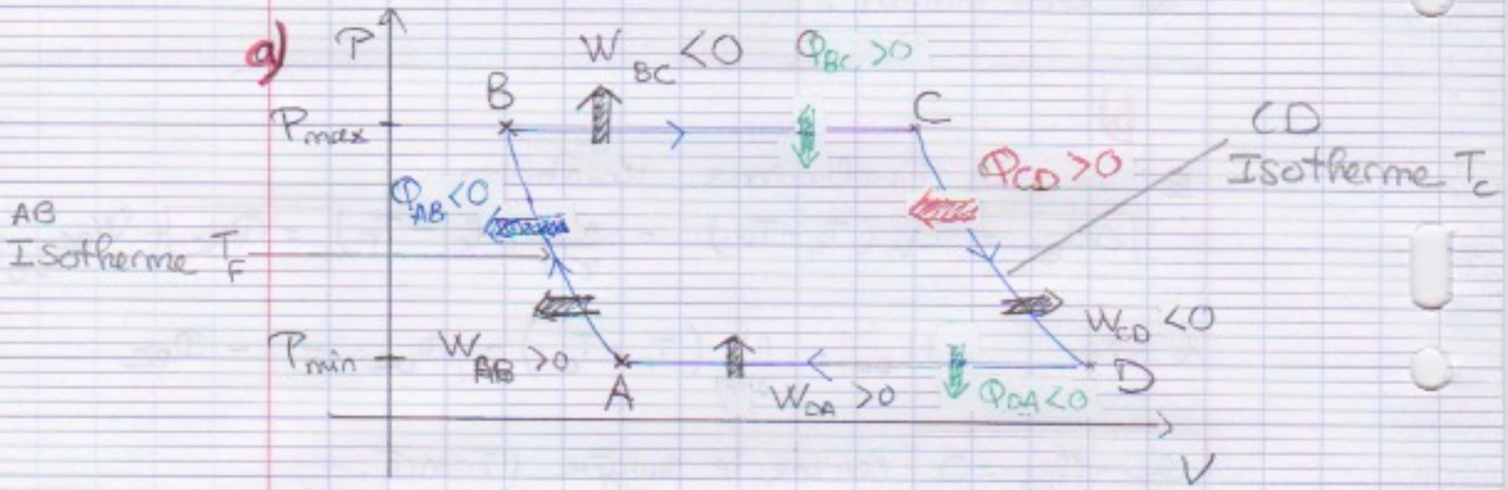
Or $\Delta U_{cycle} = 0 = W + Q_{AB} + Q_{CD} \; (+ \underbrace{\cancel{Q_{BC} + Q_{DA}}}_{=0})$

$$\eta = \frac{Q_{AB}+Q_{CD}}{Q_{CD}} = \frac{nR\left(T_F \ln\left(\frac{V_{min}}{V_{max}}\right) + T_C \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)\right)}{nR\,T_C \ln\left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)}$$

$\boxed{\eta = 1 - \dfrac{T_F}{T_C}}$ On retrouve le rendement de Carnot mais c'est car on a considéré que les échanges de chaleur Q_{BC} et Q_{DA} se faisait de manière réversible (sans être en contact avec des sources de chaleur ...) donc tout le cycle est réversible, on a bien l'égalité de Clausius.

2. Cycle d'Ericsson.

a)



b) ▪ Transformations isobares

$\Delta H = C_p \Delta T = Q \Rightarrow Q_{BC} = \dfrac{\gamma nR}{\gamma - 1}(T_C - T_F)$

$Q_{DA} = \dfrac{\gamma nR}{\gamma - 1}(T_F - T_C)$

De même, on a $\boxed{Q_{BC} + Q_{DA} = 0}$

- Evolutions isothermes

$\Delta U_{AB} = 0 = Q_{AB} + W_{AB} \qquad Q_{AB} = + \int_{P_{min}}^{P_{max}} P dV$

$\boxed{Q_{AB}} = nRT_F \int P \, d\left(\frac{1}{P}\right) = -nRT_F \int \frac{dP}{P} \quad \boxed{= -nRT_F \ln\left(\frac{P_{max}}{P_{min}}\right)}$

De même $\boxed{Q_{CD} = nRT_C \ln\left(\frac{P_{max}}{P_{min}}\right)}$

---

c) $\boxed{\eta = \left|\frac{W}{Q_{CD}}\right| = \frac{-W}{Q_{CD}}}$ Or $W_{tot} + Q_{AB} + Q_{CD} = 0$

donc $\eta = \frac{Q_{AB} + Q_{CD}}{Q_{CD}} = 1 + \frac{Q_{AB}}{Q_{CD}}$

$\boxed{\eta} = 1 + \frac{-nRT_F \ln(P_{max}/P_{min})}{nRT_C \ln(P_{max}/P_{min})} = \boxed{1 - \frac{T_F}{T_C}}$

Même remarque que 1c), on retrouve le rendement de Carnot car toutes les évolutions sont considérées comme réversibles.

(De plus, on devrait prendre en compte les "sources" des chaleurs Q_{BC} et Q_{DA} et qui interviendraient alors dans l'inégalité de Clausius et qui donneraient un autre rendement)