Travaux dirigés de Thermodynamique 7 :
Machines Thermiques 2

École Centrale Pékin

2019-2020 - Année 3

Exercice 1 : Amélioration d'un cycle moteur

Dans cet exercice, on décrit un moteur qui fonctionne à l'aide d'une combustion interne (même principe que le cycle de Beau de Rochas).
On considère un piston qui se déplace dans un cylindre entre deux positions extrêmes V_A et V_C. On note $\tau = \frac{V_A}{V_B} > 1$.

On supposera que le fluide dans le cylindre est un gaz parfait de 1kg, d'exposant adiabatique γ, et de capacités thermiques massiques c_p et c_V.

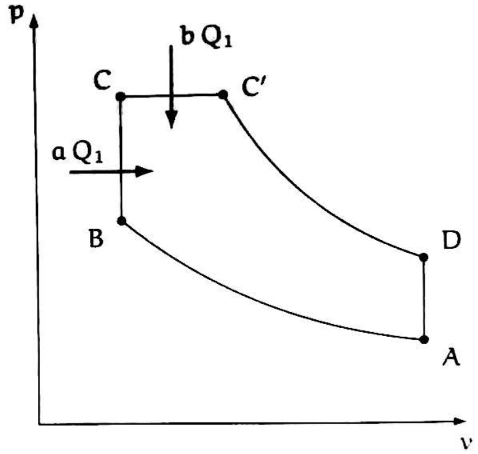
L'air est aspiré à la température $T_{atm} = 300K$ et à la pression $P_{atm} = 1$ bar. On pose $\alpha = \dfrac{T_{max}}{T_{atm}}$, rapport entre la température maximale du cycle (T_{max}) et la température de l'air ambiant. On appelle Q_1 la chaleur échangée lors de la combustion et Q_2 la chaleur échangée avec la source froide (l'extérieur).

On donne $\gamma = 1.4$ et on prendra $\alpha = 9$ et $\tau = 10$.

On suppose l'ensemble des transformations comme étant quasi-statique.

1. **Utilisation du cycle de Carnot :**
   a) Tracer l'allure d'un cycle de Carnot moteur dans un diagramme de Clapeyron. On notera A, B, C, et D les quatre points du diagramme, et on prendra A le point de température minimale et de volume maximal. On précisera bien le sens de parcours du cycle pour qu'il soit moteur.
   b) Exprimer le rendement thermodynamique η_C d'un cycle moteur en fonction de Q_1 et Q_2. Puis en fonction de α.
   c) Calculer η_C pour $\alpha = 9$.
   d) Déterminer les valeurs des températures et des pressions en B, C, et D. On présentera les résultats sous la forme d'un tableau.
   e) Sachant que dans les moteurs actuels industriels, la pression maximale est de l'ordre de 100 bars, que pensez-vous de la possibilité pratique d'utiliser un cycle de Carnot ?

2. **Amélioration du cycle de Carnot :**



Suite au problème précédent, on considère un autre cycle moteur avec les même contraintes techniques ($\tau = 10$ et les températures extrêmes restent T_{max} et T_{atm}), représenté dans la figure ci contre :
Les évolutions $A \to B$ et $C' \to D$ sont des évolutions adiabatiques réversibles. On remarquera que $T'_C = T_{max}$. L'apport de chaleur Q_1 est fractionné en deux parties, l'une à volume constant et l'autre à pression constante $Q_1 = aQ_1 + bQ_1$.

a) Déterminer l'expression de aQ_1, bQ_1 et Q_2 puis η en fonction de T_A, T_B, T_C, T'_C et T_D et γ.

b) On introduit les paramètres suivants

$$\lambda = \frac{P_C}{P_B} \qquad \Delta = \frac{V_{C'}}{V_C}$$

Calculer littéralement les températures T_B, T_C, $T_{C'}$ et T_D en fonction de T_A et des paramètres précédemment définis.

c) En déduire l'expression du rendement du cycle en fonction de $\gamma, \Delta, \lambda, \tau$.

d) On prend $a = 0.5$. Déterminer alors λ et Δ et donner leurs valeurs numériques.

e) Déterminer la pression du gaz aux points A, B, C, C' et D. Donner la valeur numérique des pressions et des températures en ces points.

f) A partir des valeurs précédentes, donner les avantages et les inconvénients du cycle modifié.

Exercice 2 : Étude d'une pompe à chaleur

On se propose dans ce problème d'étudier le principe de chauffage d'une pièce à l'aide d'une Pompe À Chaleur (abrégé en P.A.C. par la suite). On étudie dans un premier temps le principe de la pompe ; on s'intéresse ensuite à l'établissement de la température moyenne de la pièce. On fera les hypothèses suivantes :

— l'air de la pièce sera assimilé à un gaz parfait diatomique de rapport $\gamma \triangleq C_P/C_V = 1,40$.

— la masse molaire de l'air est d'environ $M = 29$ g.mol^{-1}.

On rappelle également que la constante des gaz parfaits vaut $R = 8,31$ J.mol^{-1}.K^{-1} et on note $r \triangleq \dfrac{R}{M}$. Dans tout le problème, T désignera la température en Kelvin, t le temps.

2.1 Propriétés énergétiques de la pièce

1 – La pièce a une hauteur de 3,0 mètres et une surface au sol de 50 m^2. Calculer le volume d'air contenu dans cette pièce. En déduire la masse m d'air correspondante en supposant la pièce sous une pression $P_0 = 1,0.10^5$ Pa, à la température $T_0 = 298$ K.

On supposera dans toute la suite du problème que cette masse d'air demeure constante et que les transformations de l'air sont supposées effectuées à volume constant.

2 – Donner littéralement puis numériquement la capacité thermique à volume constant, notée C, de l'air contenu dans cette pièce. Faire l'application numérique.

3 – Rappeler l'expression de l'énergie interne $U(T)$ de l'air de la pièce en fonction de $m, T, r \triangleq \frac{R}{M}$ et γ.

4 – On appelle $S(T, V)$, la fonction entropie de la masse m d'air de la pièce. Partant d'un état initial de température T_i et de volume V_i, calculer l'expression $S(T, V) - S(T_i, V_i)$ en fonction de $m,\ T,\ V,\ T_i,\ V_i,\ r = \frac{R}{M}$ et γ. En déduire numériquement la variation d'entropie du gaz de la pièce quand on fait passer, à volume constant, la température de $T_i = 275$ K à une température $T_0 = 298$ K. Commenter le signe de cette variation.

5– Que peut-on dire de la variation d'entropie d'une masse d'air donnée au cours d'un cycle ? Le fait que le cycle soit réversible ou non a-t-il une influence sur la variation d'entropie de cette masse d'air lors d'un cycle ? Qu'est-ce qui, fondamentalement, distingue un cycle réversible d'un cycle irréversible ?

2.2 Principe théorique de la pompe à chaleur (P.A.C.)

Dans cette partie, la pompe à chaleur notée P.A.C. est supposée fonctionner entre l'air de la pièce de température $T_p(t)$ à un instant t et de capacité thermique C et l'atmosphère extérieure assimilée à un thermostat parfait de température $T_{ext} = 275$ K. A l'instant initial $T_p(0) = T_{ext} = 275$ K. On souhaite amener la pièce à la température $T_f = 298$ K.

6 – Faire le schéma des échanges énergétiques de la P.A.C. en précisant bien le signe des grandeurs (On considère que le fluide de la P.A.C. est l'agent thermique).

7 – On se place en régime permanent de fonctionnement de la P.A.C. Pour la pièce, on aura à tout instant $T_{piece} = T_f = 298$ K et pour l'air extérieur $T_{ext} = 275$ K. Définir et calculer l'efficacité de la PAC en régime permanent en fonction de T_{piece} et T_{ext} en supposant le cycle réversible.

8 – On tient maintenant compte de la capacité thermique finie de l'air de la pièce calculée précédemment et l'on souhaite établir la loi d'évolution de la température $T_p(t)$ sachant que $T_p(0) = T_{ext} = 275$ K. On appelle $P_u = \frac{\delta W}{dt}$ la puissance mécanique fournie à la P.A.C. supposée positive et constante.

1. Pour cela, en considérant un cycle élémentaire, de durée dt, du fluide de la P.A.C., montrer que celui-ci reçoit de la pièce une quantité de chaleur : $\delta Q_{piece \rightarrow fluide\ P.A.C.} = -C\ dT_p$.
2. En appliquant le premier principe de la thermodynamique au fluide de la P.A.C. lors du cycle élémentaire, exprimer la chaleur échangée de l'atmosphère extérieure vers le fluide de la P.A.C., notée $\delta Q_{atmosphere \rightarrow fluide\ P.A.C.}$, en fonction de C, dT_p, dt et $P_u = \frac{\delta W}{dt}$.
3. Calculer de même pour un cycle élémentaire supposé réversible, l'entropie d'échange élémentaire δS^e du fluide de la P.A.C. avec la pièce <u>et</u> avec l'atmosphère en fonction de C, dT_p, T_p, T_{ext}, dt et $P_u = \frac{\delta W}{dt}$.

4. Montrer alors que $T_p(t)$ obéit à l'équation différentielle :

$$dT_p\left(\frac{1}{T_{ext}}-\frac{1}{T_p}\right)=\frac{P_u dt}{CT_{ext}}$$

5. En intégrant cette équation différentielle, déterminer et calculer la durée Δt de chauffage de la pièce pour l'amener de la température $T_p(0) = T_{ext} = 275$ K à la température finale de $T_f = 298$ K. Faire l'application numérique pour une puissance P_u de la P.A.C. égale à 500 W. Commenter le résultat obtenu.

9 – On suppose maintenant le fonctionnement de la P.A.C. irréversible et on appelle S^c l'entropie créée lors de la nouvelle durée du chauffage de la valeur $T_p(0) = T_{ext} = 275$ K à $T_f = 298$ K, toutes choses égales par ailleurs. En appelant $\Delta t'$ cette nouvelle durée de chauffage, exprimer S^c en fonction de $\Delta t'$, P_u, C, T_f et T_{ext} puis S^c en fonction de $\Delta t'$, Δt, P_u et T_{ext}. Commenter le résultat obtenu.