

## TD 1 - Vibration des structures

### Exercice 1

#### Système poutre-masse en traction compression

On considère une poutre droite soumise à la traction compression encastrée à une extrémité et chargée par une masse  $M$  à son autre extrémité comme le montre la Figure 1.

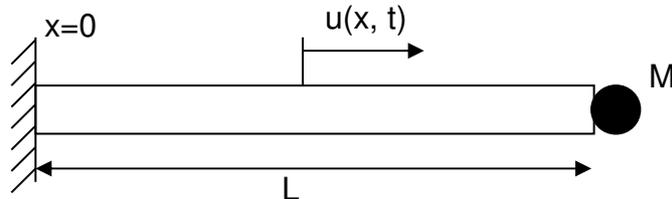


Figure 1

ES : Rigidité en traction compression      L : longueur de la poutre  
 $\rho S$  : masse par unité de longueur

A l'aide du principe d'Hamilton, établir les équations d'équilibre du système en introduisant l'influence de la masse de deux façons différentes :

- comme une force d'inertie considérée comme extérieure au système,
- comme une distribution de masse du type "Dirac" s'ajoutant à la masse linéique de la poutre.

### Exercice 2

#### Système poutre-ressort en flexion

On considère une poutre en flexion de longueur  $L$  encastrée en  $x = 0$ . La poutre a comme caractéristiques : module d'Young  $E$ , section  $S$ , inertie de section  $I$  et masse volumique  $\rho$ . On prendra seulement en compte le déplacement vertical  $v(x)$  (flexion seule). Elle est appuyée à son extrémité  $x = L$  sur un ressort de raideur  $k$ .

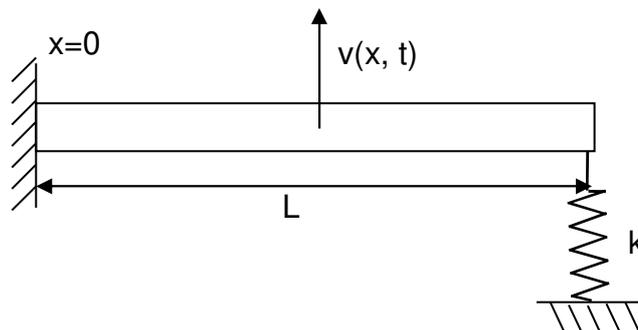


Figure 2

Exprimer les différentes énergies associées à l'état du système.

A l'aide du principe de Hamilton, déterminer les équations du problème.

Préciser les conditions aux limites.

Si on remplace le ressort en  $x=L$  par une rigidité en rotation  $\alpha$  de la forme :

$$C = \alpha \cdot \theta = \alpha \frac{\partial v}{\partial x}$$

que deviennent les conditions aux limites ?

Dans le cadre du principe de Hamilton, trouver l'expression générale des équations du problème pour un ressort situé en  $x_k$  différent de  $L$ .