TD 2 - Vibration des structures

Exercice 1

"Système poutre-masse en traction compression"

<u>*Objectif*</u> *: Mise en équation à partir du principe d'Hamilton. Calcul des fréquences de résonance. Relation d'orthogonalité.*

On considère une poutre droite soumise à la traction compression encastrée à une extrémité et chargée par une masse M à son autre extrémité comme le montre la Figure 1

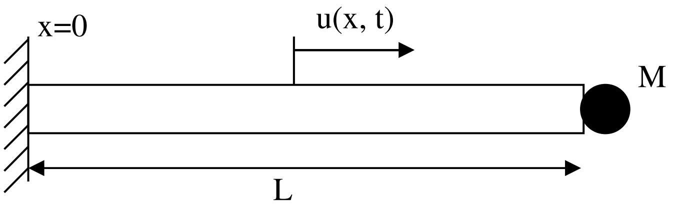

Figure 1

ES : Rigidité en traction compression
L : longueur de la poutre
ρS : masse par unité de longueur

Nous reprenons les équations du problème établies dans l'exercice 2 du TD1

1 – Ecrire le système d'équation associé aux modes propres du système en introduisant le paramètre sans dimension $\mu = \frac{M}{\rho SL}$.

2 – Etablir l'équation caractéristique donnant les fréquences propres du système. Effectuer une analyse graphique des solutions. Discussion.

3 – Dans le cas $\mu = 0$, déterminer les modes propres.

4 – Dans le cas $\mu = \infty$, déterminer les modes propres et vérifier qu'ils correspondent au cas d'un encastrement au point x = l.

5 – Expliciter les équations d'orthogonalité des modes dans le cas général.

Exercice 2

<u>Objectifs</u> : Mettre en œuvre la synthèse modale. Analyser la convergence de la série modale dans un cas de structure simple.

On considère la poutre simplement supportée, montrée en Figure 2, soumise à un couple C à l'extrémité x = 0. On décrit son comportement mécanique à l'aide du modèle de flexion d'Euler Bernoulli.

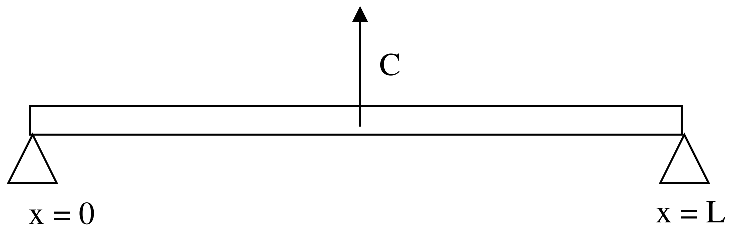

Figure 2

ES : Rigidité en flexion
ρS : masse par unité de longueur
L : longueur de la poutre
S : aire des sections droites

1 – Déterminer les fréquences de résonance et les modes propres de la poutre.

2 – En considérant un force harmonique $C = C_0 e^{i\omega t}$ appliquée en x = L/2, formuler la réponse de la poutre en régime harmonique stationnaire en x = L/2 à l'aide de la synthèse modale.

3 – Effectuer le même calcul pour un effort appliqué en x = L/4. Commenter les différences observées.

4 – Représenter l'évolution de l'amplitude modale q_n en fonction de ω. Commenter l'allure de la réponse si $\omega << \omega_n$. Que dire de la contribution des modes supérieurs à n dans la réponse totale ?

5 - Proposer une représentation de la solution permettant de compenser les effets de troncature modale (dans le cas de la question 2).