Ci-dessous, plutôt qu'une correction détaillée, on ne livre que quelques indices.

Exercice 1 : Puissance de bruit
1/ Solution 1

$$\gamma_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma_0 e^{-\frac{|\nu|}{\nu_0}} e^{2i\pi\tau\nu} d\nu = \int_0^{+\infty} \Gamma_0 e^{-\frac{\nu}{\nu_0}} e^{2i\pi\tau\nu} d\nu + \int_0^{+\infty} \Gamma_0 e^{-\frac{\nu}{\nu_0}} e^{-2i\pi\tau\nu} d\nu$$

et ainsi

$$\gamma_{xx}(\tau) = \Gamma_0 \left[\frac{e^{-\frac{\nu}{\nu_0}+2i\pi\tau\nu}}{-\frac{1}{\nu_0}+2i\pi\tau} \right]_0^{\infty} + \Gamma_0 \left[\frac{e^{-\frac{\nu}{\nu_0}-2i\pi\tau\nu}}{-\frac{1}{\nu_0}-2i\pi\tau} \right]_0^{\infty}$$

puis

$$\gamma_{xx}(\tau) = \Gamma_0 \left[\frac{1}{\frac{1}{\nu_0}-2i\pi\tau} + \frac{1}{\frac{1}{\nu_0}+2i\pi\tau} \right] = \frac{2\Gamma_0\nu_0}{1+4\nu_0^2\pi^2\tau^2}$$

Solution 2 : avec le changement de variable $u = -\nu/\nu_0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{|\nu|}{\nu_0}} e^{2i\pi\tau\nu} d\nu = \nu_0 \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|u|} e^{-2i\pi\tau u\nu_0} du$$

Ainsi

$$\gamma_{xx}(\tau) = \frac{2\Gamma_0\nu_0}{1+4\pi^2\tau^2\nu_0^2}$$

2/ La puissance du bruit est donc $\gamma_{xx}(0) = 2\Gamma_0\nu_0$.

Exercice 2 : Identification d'un système de convolution
1/ $x(t) = \delta(t)$
2/ on a $y(t) = \alpha H(\nu_0) e^{2i\pi\nu_0 t}$
On itère pour toutes les fréquences, et on fait une TF inverse.
3/ On récupère

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(u)x(t-u)du$$

Si on trace la fonction $u \mapsto x(t-u)$ on a une fonction Heaviside avec un saut à $u = t$. Ainsi

$$y(t) = \alpha \int_t^{+\infty} h(u)du = \alpha(H(\infty) - H(t))$$

4/

$$c_{xy}(\tau) = \lim \frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} \int_{\mathbb{R}} h(u)x(t-u)x(t-\tau)dudt$$

ce qui devient

$$c_{xy}(\tau) = \int_{\mathbb{R}} c_{xx}(\tau - u)h(u)du$$

et

$$c_{xy}(\tau) = (c_{xx} \star h)(\tau)$$

Ainsi il suffit de choisir x tel que c_{xx} soit proche d'un Dirac. Par exemple on choisit un bruit blanc ou un chirp.

5/ Utiliser un Dirac risque d'abimer le système.
Utiliser des exponentielles est long.
L'application d'un échelon est possible dans certains domaines (e.g. l'électronique), mais pas dans tous (e. g. géophysique).
Avec le bruit blanc en entrée, l'intérêt est qu'il n'est pas nécessaire de choisir un signal dont l'énergie est concentré autour d'un instant.