



Filtrage : Introduction

Olivier Bou Matar, Yannick Dusch, Cécile Ghouila Houri, Marc Goueygou, Philippe Pernod, Bogdan Piwakowski, Cathy Sion, Abdelkrim Talbi, Nicolas Tiercelin

Électronique

Plan du cours

1) Introduction au filtrage

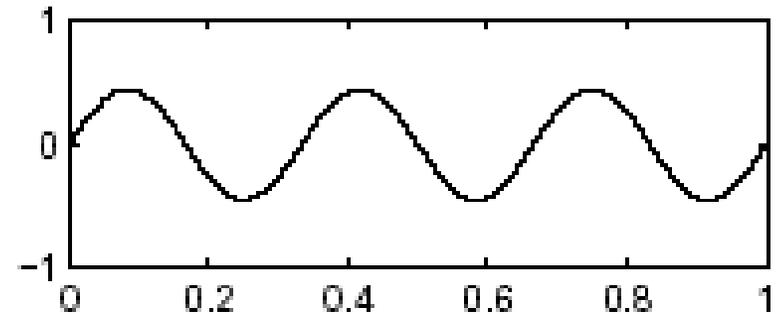
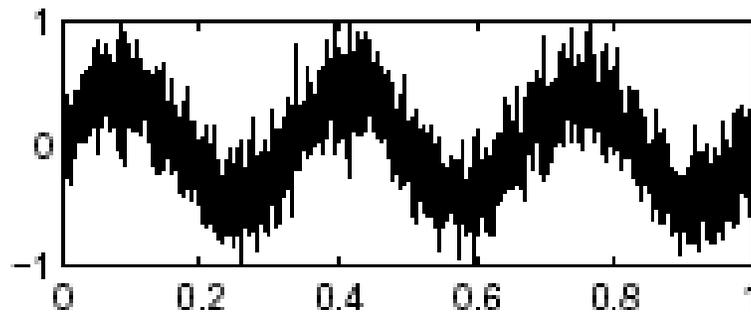
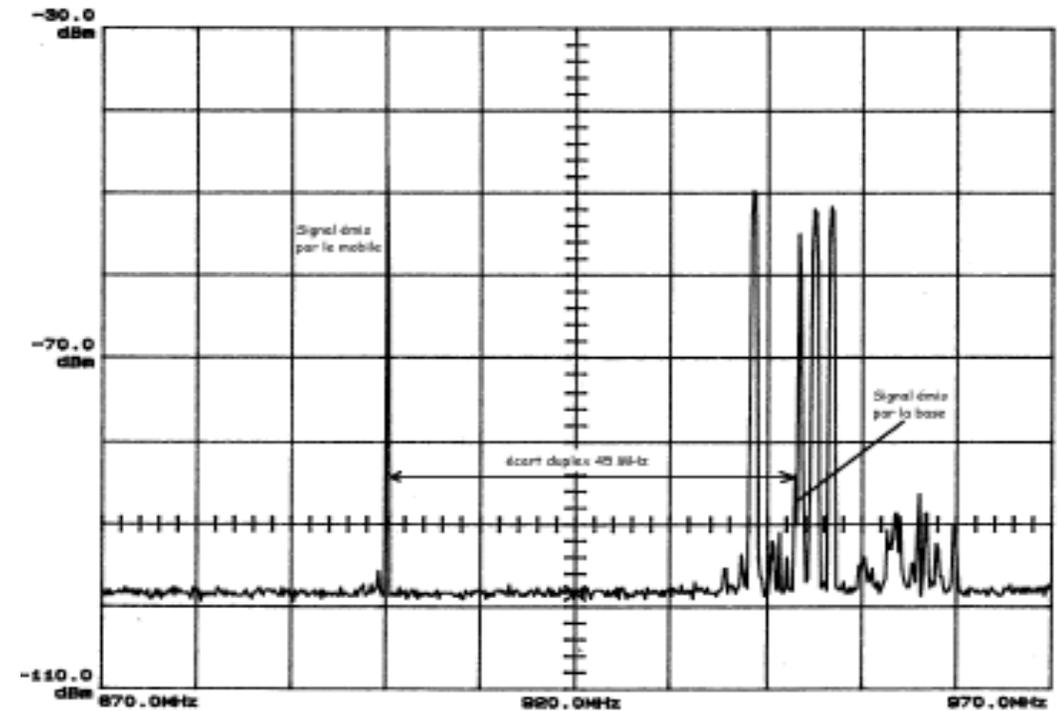
2) Synthèse de filtres

3) Structures de filtres

Intérêt des filtres

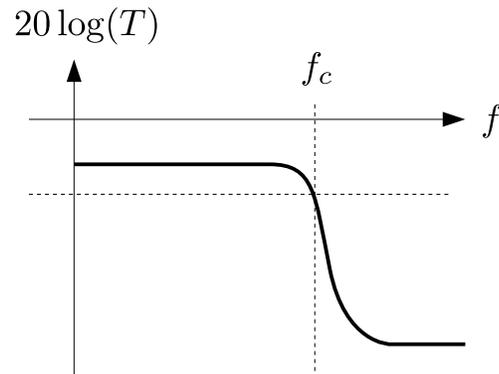
Le filtrage est utilisé pour modifier le spectre d'un signal d'intérêt afin de :

- Sélectionner des fréquences
- Supprimer des signaux parasites ou du bruit

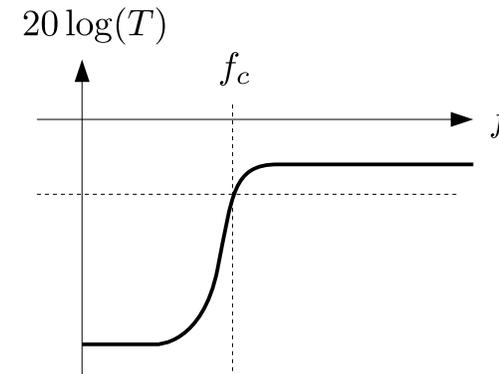


Types de filtres

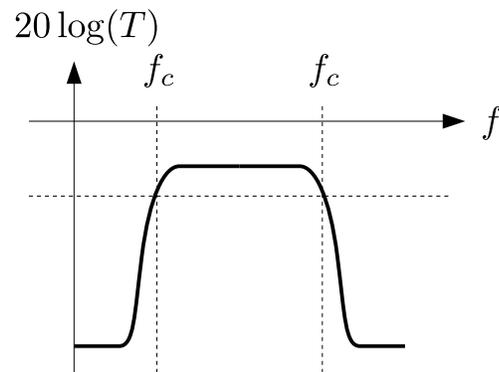
Les filtres peuvent être :



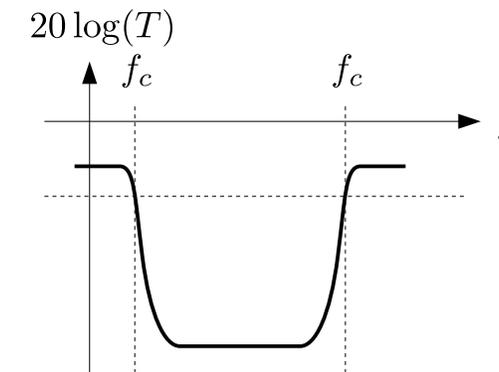
Passe-bas



Passe-haut



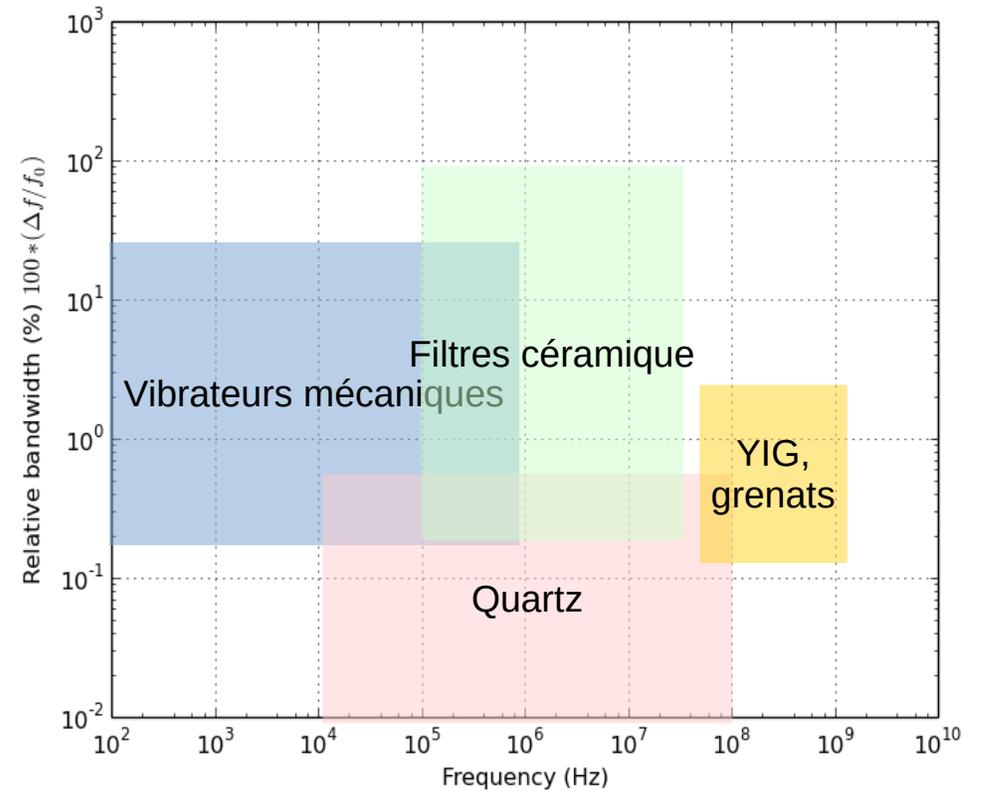
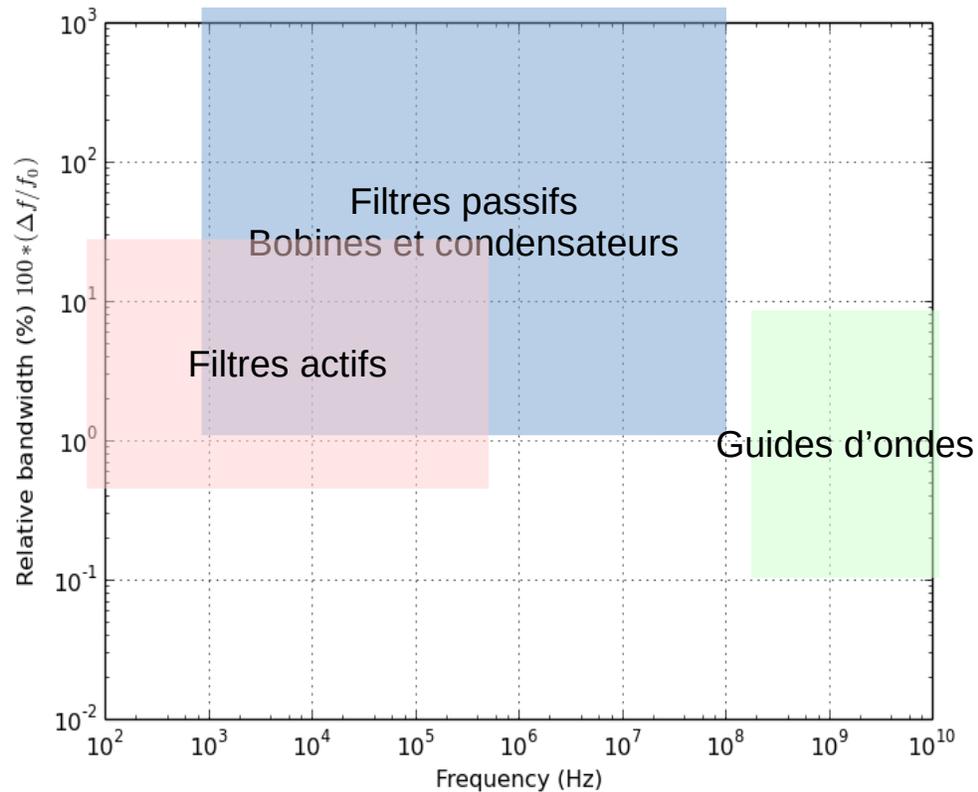
Passe-bande



Coupe-bande

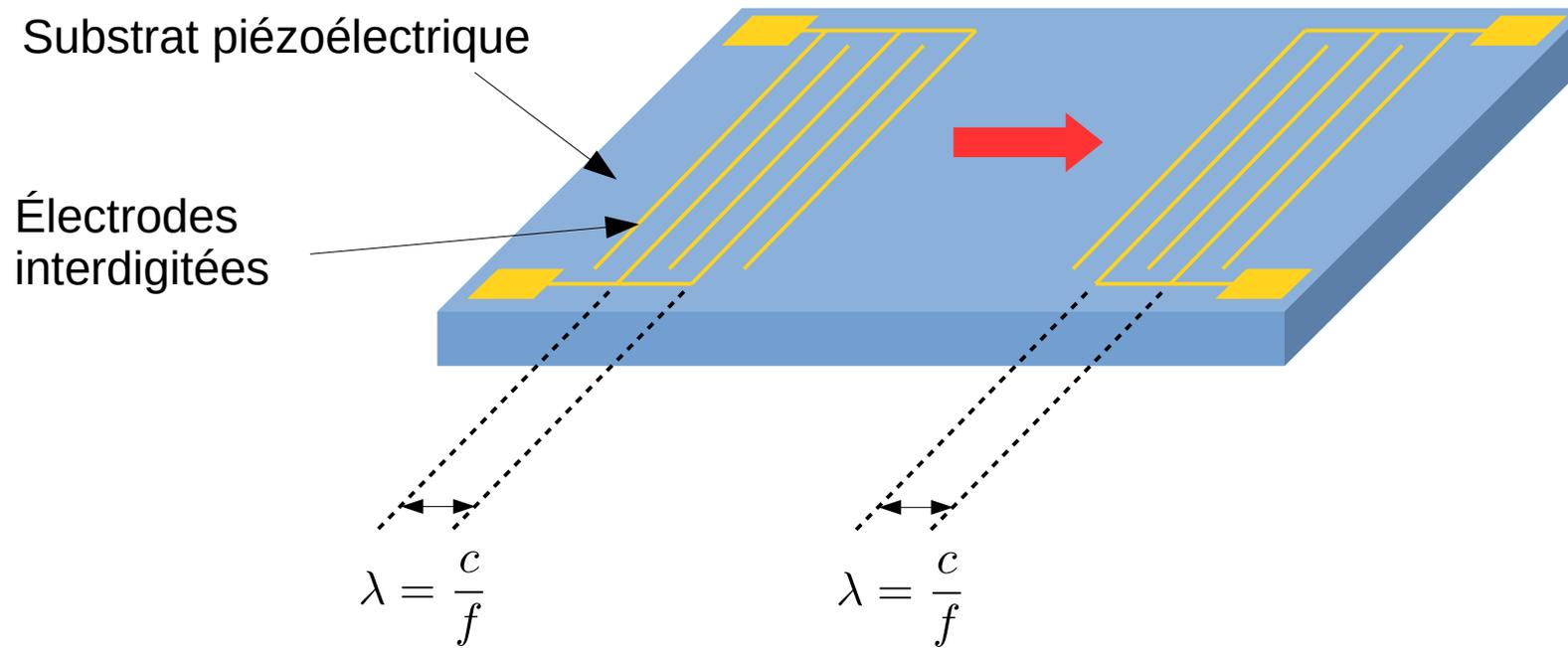
Technologies des filtres

→ Les technologies sont choisies en fonction de la fréquence et de la sélectivité désirée



Filtres à ondes acoustiques de surface

Principe : Propagation d'une onde acoustique de surface (SAW)



→ Utilisé pour la sélection de fréquence en bande très étroite (en téléphonie par exemple)

Téléphonie mobile

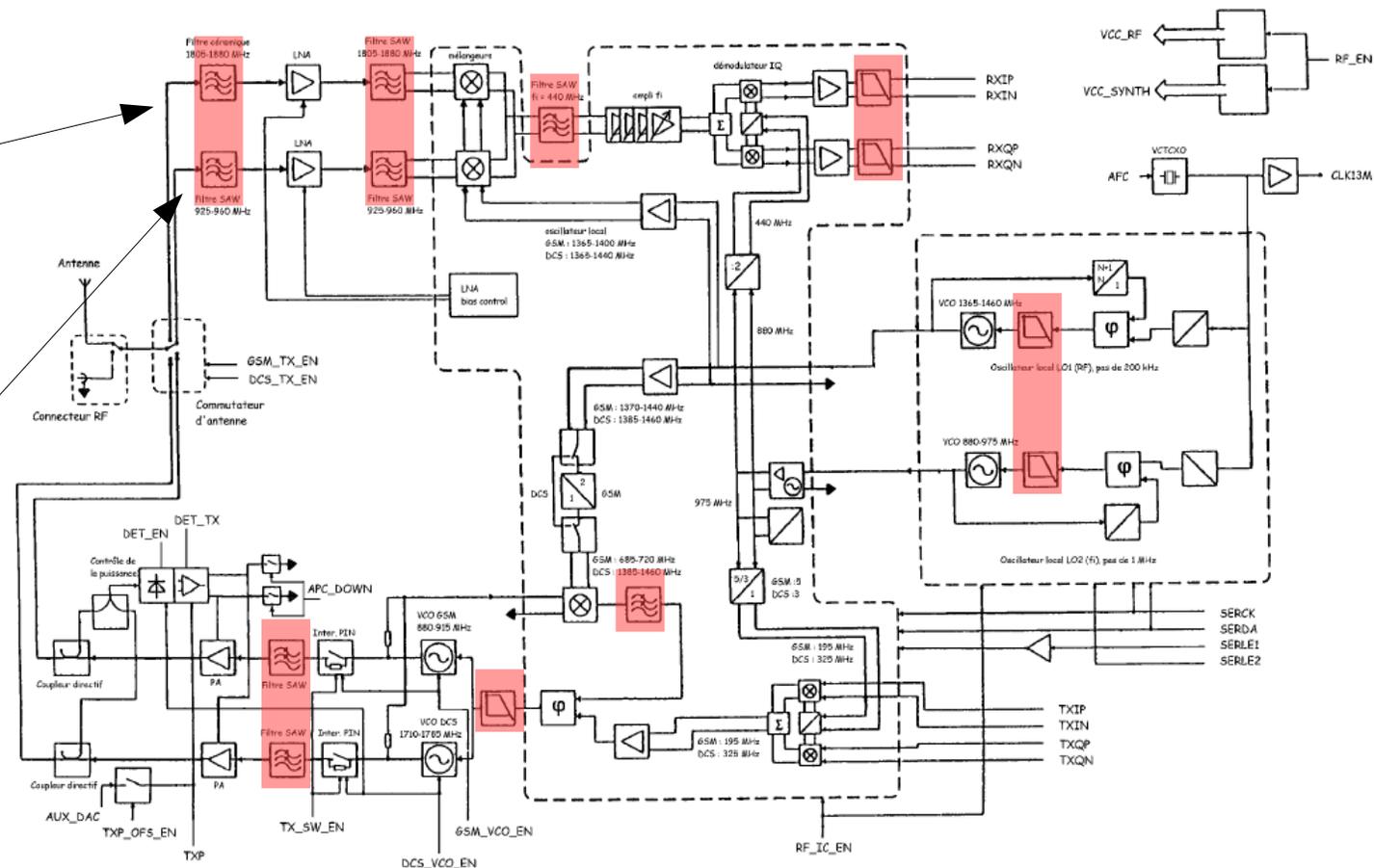
Source : Jean-Philippe Muller

Filtre céramique

1806-1880 MHz
(Liaison descendante DCS)

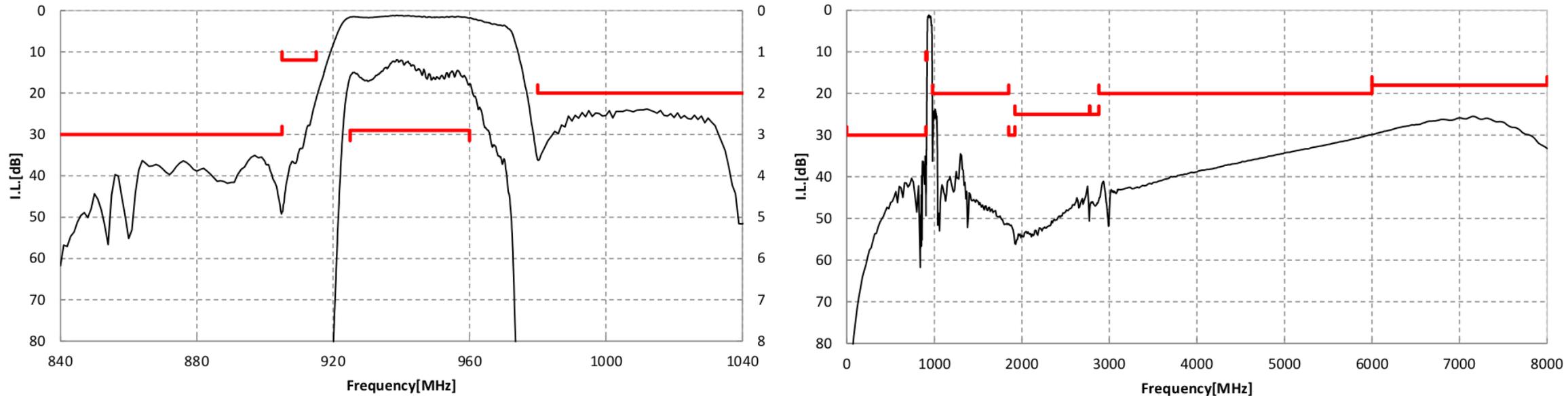
Filtre à ondes acoustiques

925-960 MHz
(Liaison descendante GSM)



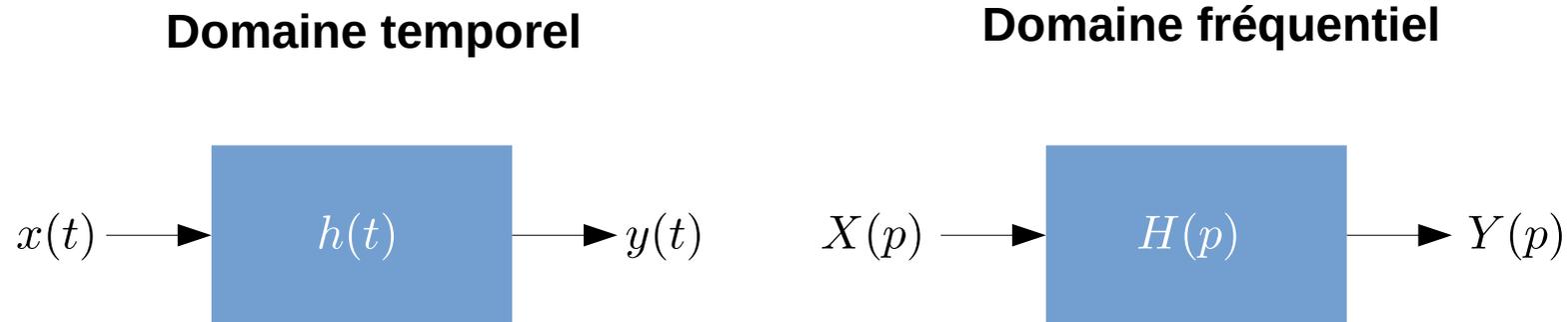
Téléphone mobile

Exemple : Filtre à ondes acoustiques Murata SAWFD881MAA0F0A



Utilisés en radiofréquence lorsque un filtrage passe bande très étroit est nécessaire (ex. GSM)

Fonction de transfert



Transformée de Laplace : $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(p)e^{pt} dp$ $X(p) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)e^{-pt} dt$

Filtre linéaire

$$Y(p) = H(p)X(p) \quad H(p) = \frac{\sum_{i=0}^k b_i p^i}{\sum_{j=0}^m a_j p^j}$$

Les racines du polynôme numérateur sont les **zéros** de la fonction de transfert

Les racines du polynôme dénominateur sont les **pôles** de la fonction de transfert

Stabilité

Il est toujours possible de développer $H(p)$ en une somme de fractions simples dont le dénominateur ne contient qu'un pôle réel ou deux pôles complexes conjugués :

$$H(p) = \alpha_{k-m} p^{k-m} + \dots + \alpha_0 + \sum_i \frac{R_i}{p - p_i} + \sum_j \frac{A_j p + B_j}{p^2 + \alpha_j p + \omega_j^2}$$

Système réel $\rightarrow k \leq m$.

Racine réelle

Racines complexes conjuguées : $\alpha_j \pm j\beta_j$

$$\sum_i \frac{R_i}{p - p_i}$$

TL⁻¹

$$\sum_i R_i e^{p_i t}$$

$$\sum_j \frac{A_j p + B_j}{p^2 + \alpha_j p + \omega_j^2}$$

TL⁻¹

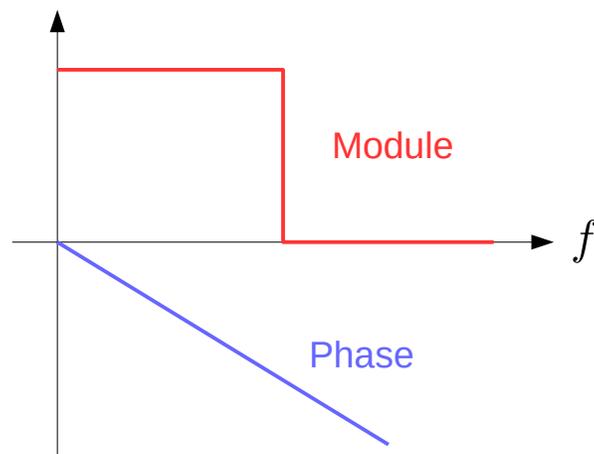
$$\sum_j e^{\alpha_j t} \left[A_j \cos(\beta_j t) + \frac{B_j - A_j}{\beta_j} \cos(\beta_j t) \right]$$

Un système linéaire n'est stable que s'il ne possède pas de pôles à partie réelle positive.

Filtre idéal

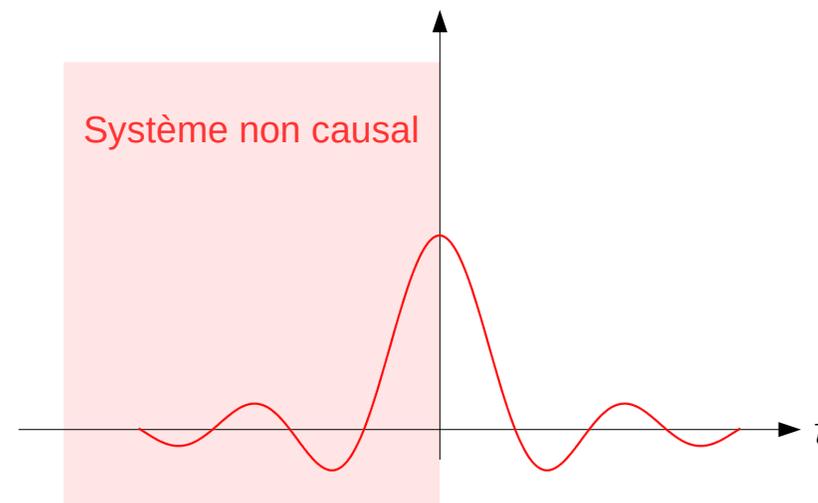
Un signal n'est pas déformé si'il est seulement amplifié et/ou retardé

$$H(f) = Ae^{j2\pi ft_0}$$



$$H(f) = Ae^{j2\pi ft_0} \quad \text{si } |f| < f_c$$

$$H(f) = 0 \quad \text{si } |f| > f_c$$



$$h(t) = Af_c \frac{\sin(2\pi f_c(t - t_0))}{2\pi f_c(t - t_0)}$$

Un filtre idéal n'existe pas !!!

Comportement asymptotique

$$H(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^k b_i (j\omega)^i}{\sum_{j=0}^m a_j (j\omega)^j}$$

Basses fréquences : $H(0) \rightarrow \frac{b_0}{a_0}$

Hautes fréquences : $H(j\omega) \rightarrow \frac{b_k}{a_m} (j\omega)^{k-m}$

Module

$$|H(j\omega)| \rightarrow \left| \frac{b_k}{a_m} \right| \omega^{k-m}$$

Phase

$$\varphi(H(j\omega)) \rightarrow n \frac{\pi}{2}$$

$$n = k - m$$

$$H_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{b_k}{a_m} \right| - 20(m - k) \log_{10} \omega$$

Fonctions de transfert canoniques

1^{er} ordre

$$H_{LP}(j\omega) = K \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad H_{LP}(s) = K \frac{\omega_0}{\omega_0 + s}$$

$$H_{HP}(j\omega) = K \frac{j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \quad H_{HP}(s) = K \frac{s}{\omega_0 + s}$$

2^{ème} ordre

$$H_{LP2}(j\omega) = K \frac{1}{1 + 2\xi j\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$H_{LP2}(s) = K \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$s = j\omega$$

$$H_{HP2}(j\omega) = K \frac{-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2\xi j\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$H_{HP2}(s) = K \frac{s^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$Q = \frac{1}{2\xi}$$

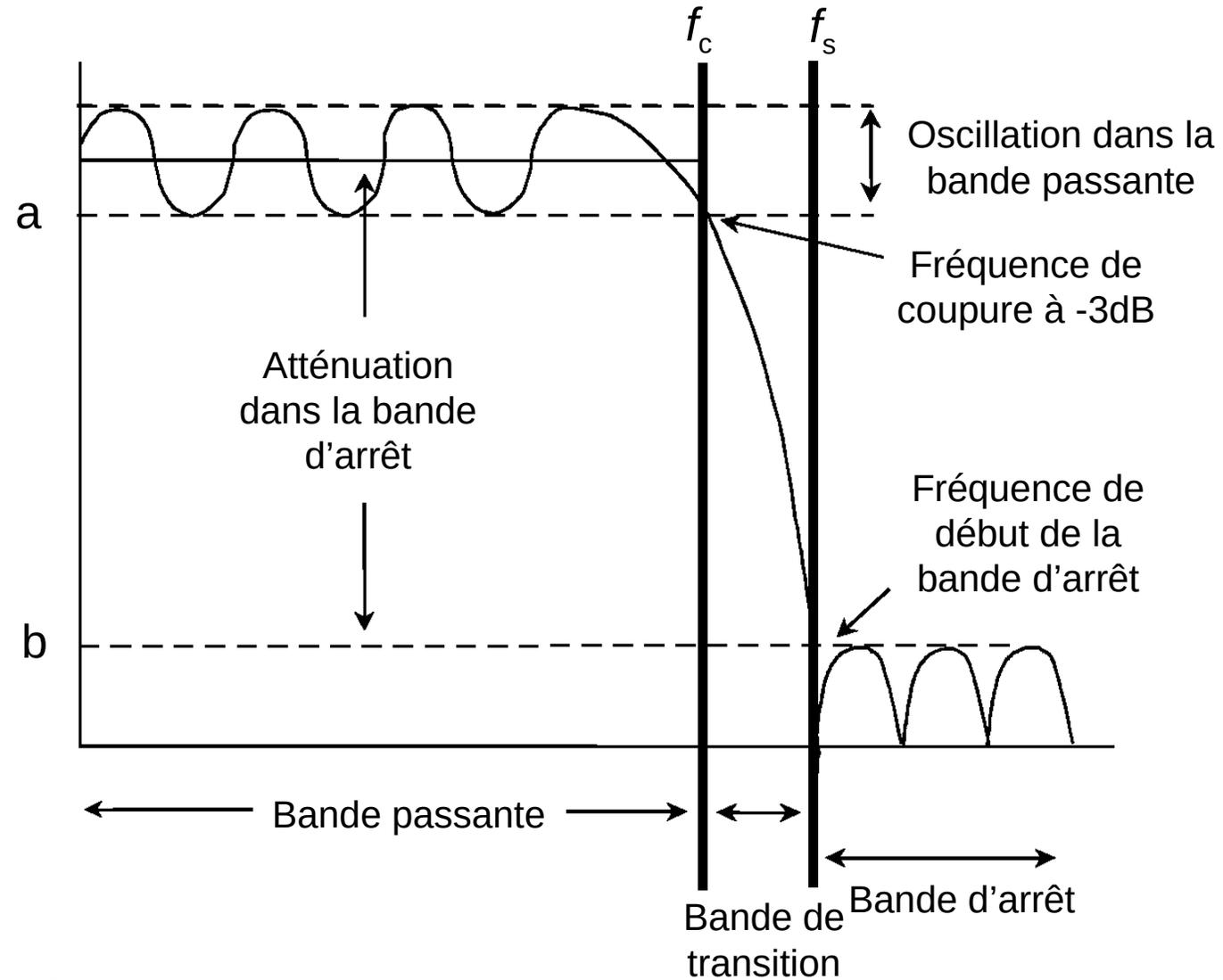
$$H_{BP2}(j\omega) = K \frac{2\xi j\frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2\xi j\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$H_{BP2}(s) = K \frac{s\frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$H_{BS2}(j\omega) = K \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{1 + 2\xi j\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

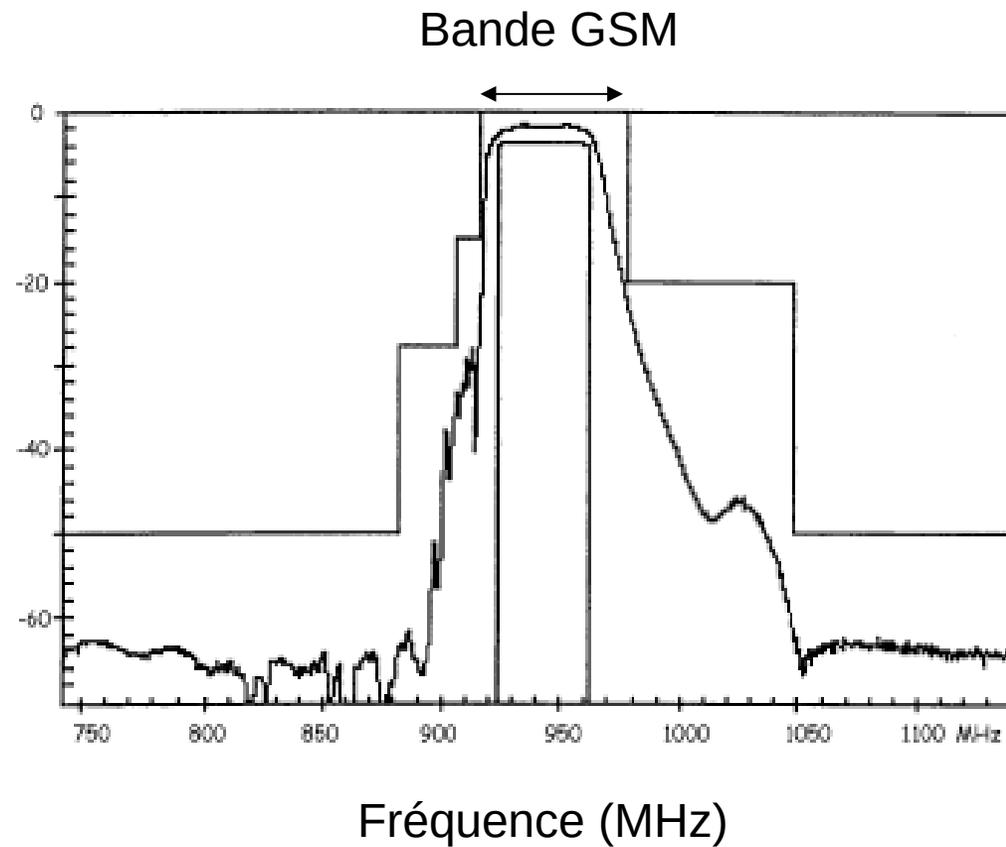
$$H_{BS2}(s) = K \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

Notion de gabarit



Notion de gabarit

Exemple : Gabarit pour un filtre de réception GSM





AUDACE • EXIGENCE • RESPECT