



Filtrage :

Structures de filtres

Olivier Bou Matar, Yannick Dusch, Cécile Ghouila Hourri, Marc Goueygou, Philippe Pernod, Bogdan Piwakowski, Cathy Sion, Abdelkrim Talbi, Nicolas Tiercelin

Électronique

Plan du cours

1) Introduction au filtrage

2) Synthèse de filtres

3) Structures de filtres

Synthèse : méthode

Cahier des charges

Normalisation et transposition
→ Passe-bas normalisé (PBN)

Choix du type de réponse :
Butterworth, Chebyshev, Bessel

Choix de la structure: Passif ou actif

Détermination des polynômes en utilisant
les tables (1^{er} et 2^{ème} ordre)

$$H_{LPN}(S) = \prod_i \frac{|s_i|^2}{(S - s_i)(S - \bar{s}_i)}$$

Structure électronique physique

Calcul de la fonction de transfert (forme canonique)

Exemple : Filtre passe-bas du 2^{ème} ordre

$$H_{\text{real}}(s) = \frac{K\Omega_{0,\text{real}}^2}{s^2 + \frac{\Omega_{0,\text{real}}}{Q_{\text{real}}}s + \Omega_{0,\text{real}}}$$

$$K, Q_{\text{real}}, \Omega_{0,\text{real}} = f(R_i, C_i)$$

Identification des paramètres → R_i, C_i

Calcul de la fonction de transfert réelle
→ Dé-normalisation

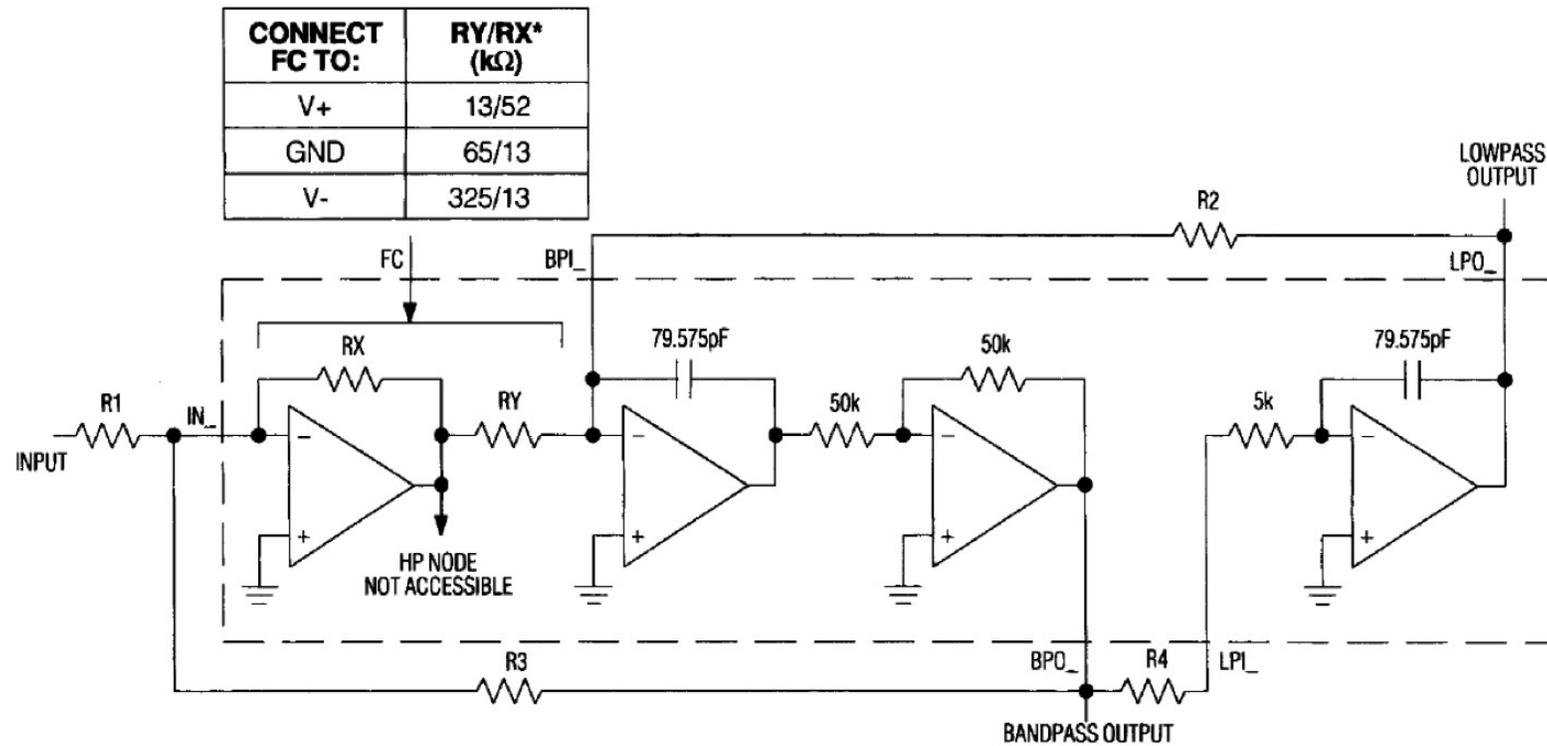
Filtres actifs ou passifs

Filtres passifs	Filtres actifs
Composants R, L, C : L encombrantes et chères, réglages délicats	R, C sont suffisants : encombrement faible, coût plus faible et intégration possible. Les réglages sont aisés.
Pas d'amplification. Coefficients Q faibles.	Possibilité d'amplification. Coefficients Q plus élevés.
Les caractéristiques du filtre dépendent de la charge.	Les caractéristiques sont indépendantes de la charge.
Pas de source d'alimentation.	Sources d'alimentation indispensables.
Les éléments passifs engendrent peu de bruit.	Le bruit peut être gênant.
Sensibilité aux composants utilisés faible ou moyenne.	Sensibilité aux composants plus élevée.

Caractéristiques générales

- Ils sont construits autour d'un ou plusieurs composants actifs associés à des résistances et des condensateurs, les inductances étant exclues car difficiles à intégrer.
- Les composants actifs sont le plus souvent des amplificateurs opérationnels.
- Ils ont les propriétés suivantes qui les distinguent des filtres passifs :
 - Ils ne sont pas obligatoirement stables
 - À cause de la limite fréquentielle des composants actifs, ils sont souvent limités aux basses fréquences ($< 1\text{MHz}$)
 - Les amplificateurs opérationnels ayant des impédances d'entrée infinie et de sortie nulle, ils peuvent avoir une fonction de transfert indépendante de leur environnement (source et charge)
 - Il existe des méthodes automatiques de synthèse qui conduisent à des schémas simples et réalisables.

Exemple : Structure Biquad (MAX274)



$$H_{LP}(s) = K \frac{\omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_2(R_4 + 5 \text{ k}\Omega)}}$$

$$K = -\frac{R_2}{R_1} \left(\frac{R_X}{R_Y} \right)$$

$$H_{BP}(s) = K' \frac{s \frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

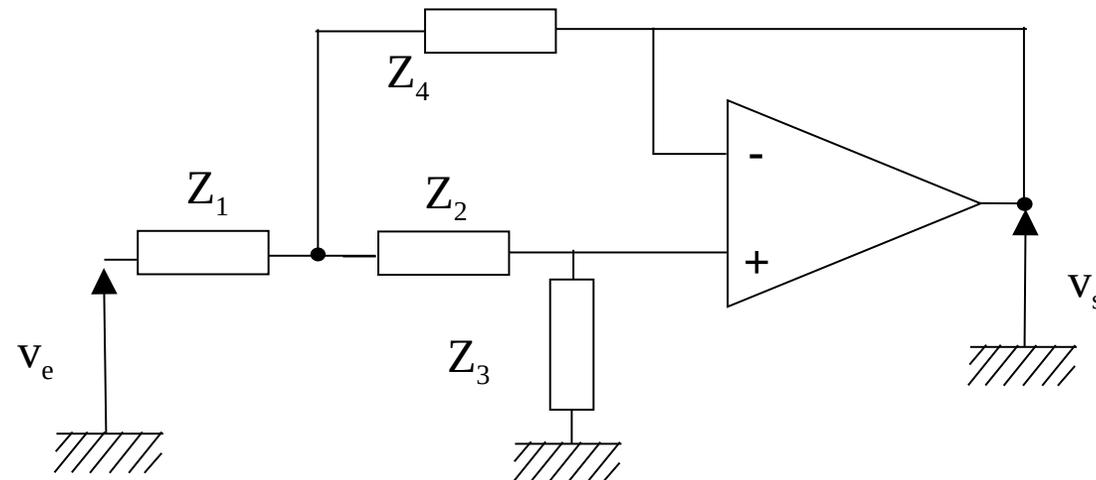
$$Q = \frac{R_3}{\sqrt{R_2(R_4 + 5 \text{ k}\Omega)}} \left(\frac{R_Y}{R_X} \right)$$

$$K' = -\frac{R_3}{R_1}$$

Structure de Sallen & Key

Permet de réaliser des filtres passe-bas et passe-haut. La structure passe-bande est rarement utilisée car difficilement réglable.

Cellule d'ordre 2 :

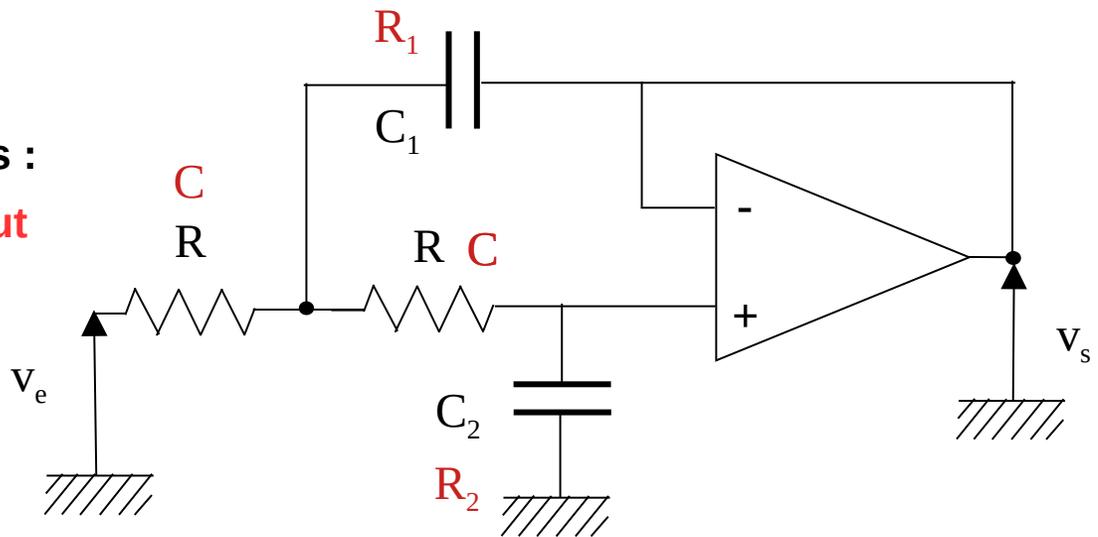


R.P. Sallen & E.L. Key, « A practical method of designing RC active filters, » IEE Trans. CT2, pp. 74-85, 1965.

$$H(p) = \frac{Y_2 Y_1}{Y_3 (Y_2 + Y_4) + Y_1 (Y_2 + Y_3)}$$

Structure de Sallen & Key

Filtre passe-bas :
Filtre passe-haut

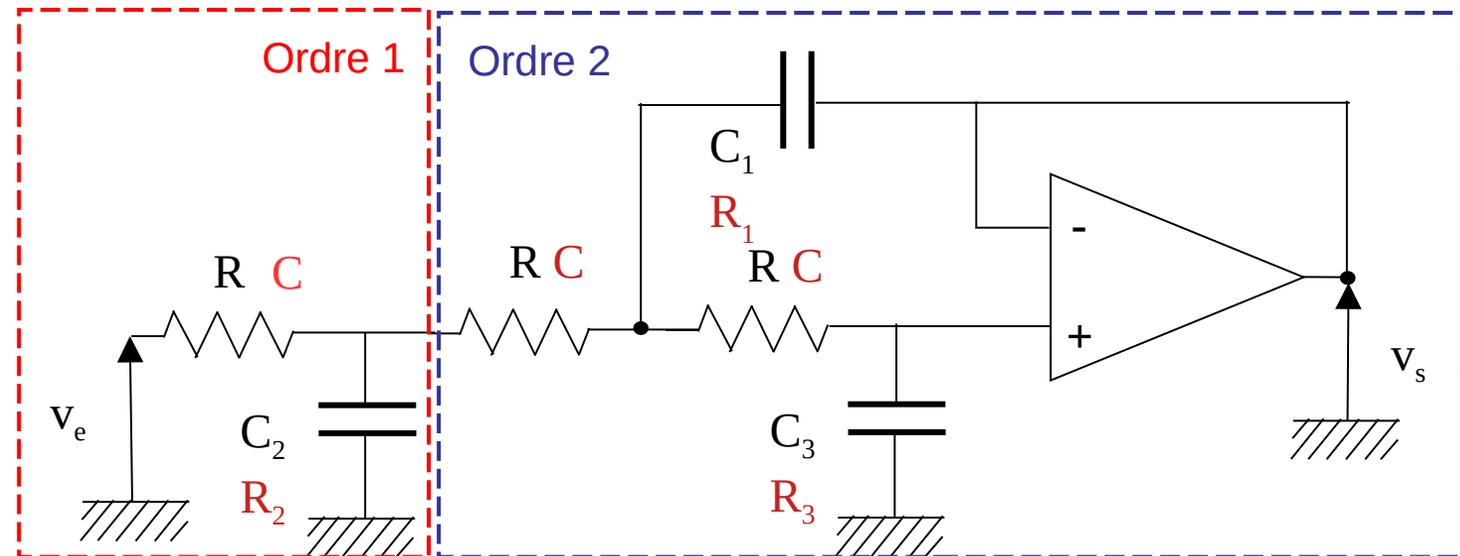


Structure de Sallen & Key

Filtre du 3^{ème} ordre

Filtre pass-bas :

Filtre passe-haut :



Structure de Sallen & Key

Passe-bas :

$$C_{n,i} = \frac{K_{n,i}}{R\omega_0}$$

Passe-haut :

$$R_{n,i} = \frac{1}{K_{n,i}C\omega_0}$$

Ordre	Filtres de Bessel					Filtres de Butterworth				
	Etage du 2eme ordre		Etages du 3eme ordre			Etages du second ordre		Etages du 3eme ordre		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	0,9066	0,6799				1,414	0,707			
3			1,423	0,988	0,2538			3,546	1,392	0,2024
4	0,7351 1,012	0,6746 0,3900				1,082 2,613	0,9241 0,3825			
5	1,041	0,3098	1,009	0,8712	0,3095	3,235	0,3089	1,753	1,354	0,4214
6	0,6352 0,7225 1,073	0,6098 0,4835 0,2561				1,035 1,414 3,863	0,966 0,7071 0,2598			
7	0,725 1,098	0,4151 0,2164	0,8532	0,7792	0,3027	1,604 4,493	0,6235 0,2225	1,531	1,336	0,4885

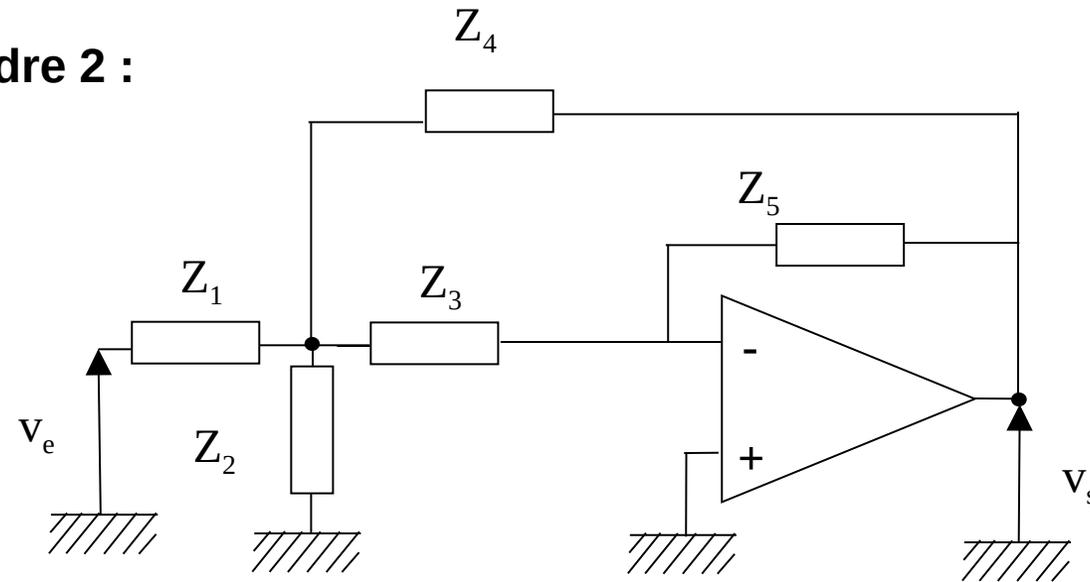
D'après J. Auvray

Degré	Filtres de Tchebytchef 1dB					Tchebytchef 3dB				
	Etages du second ordre		Etages du 3eme ordre			Etages du second ordre		Etages du 3eme ordre		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	2,218	0,6061				3,103	0,4558			
3			16,18	2,567	0,0643			43,42	3,629	0,0253
4	3,125 7,546	1,269 0,1489				4,863 11,74	1,049 0,0943			
5	1,155	0,0935	8,884	3,935	0,2540	18,22	0,0586	15,79	5,917	0,1600
6	4,410 6,024 16,46	1,904 0,3117 0,0642				7,012 9,575 26,15	1,607 0,2002 0,0400			
7	7,941 22,25	0,1993 0,0468	10,29	5,582	0,4012	12,67 35,53	0,1257 0,0291	17,93	8,236	0,2621
8	5,756 6,792 10,15 28,94	2,538 0,4435 0,1395 0,0357				9,217 10,87 16,27 46,34	2,156 0,2866 0,0873 0,0221			

Structure de Rauch

Permet de réaliser des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bande.

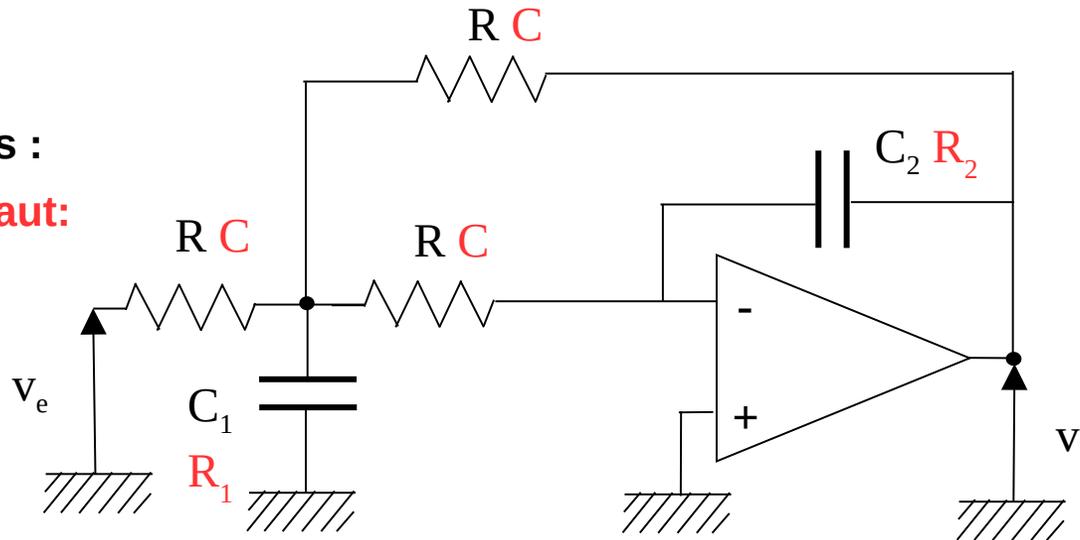
Cellule d'ordre 2 :



$$H(p) = \frac{Y_3 Y_1}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

Structure de Rauch

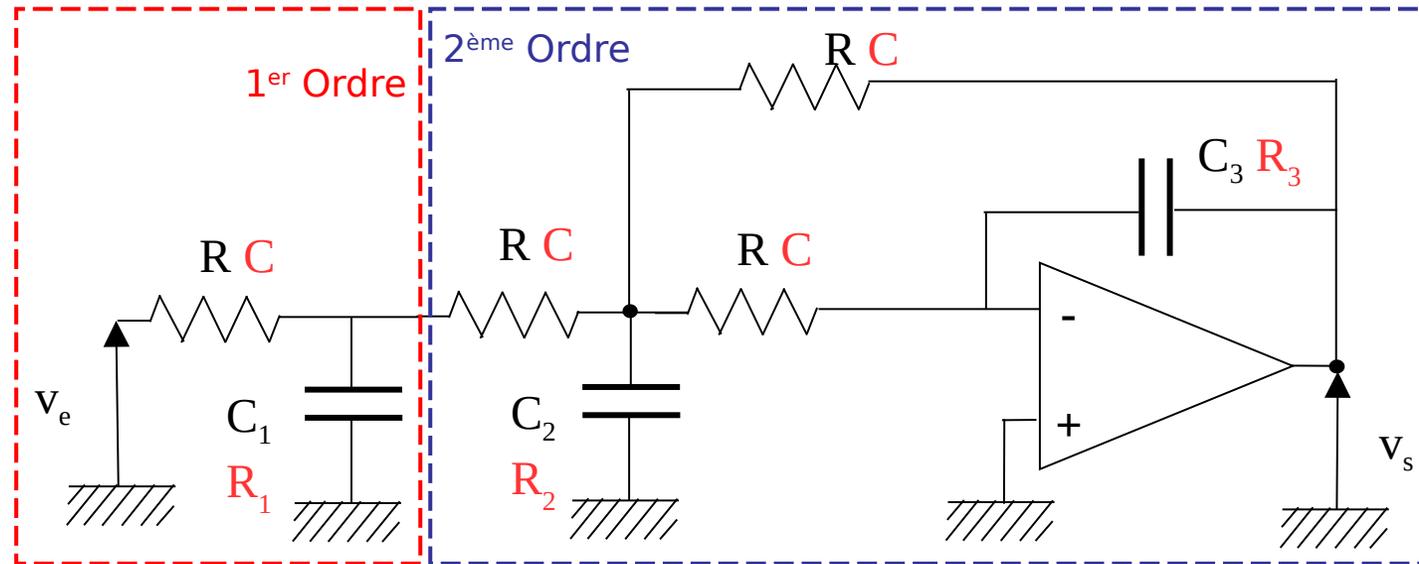
Filtre pass-bas :
Filtre passe-haut:



Structure de Rauch

Filtre du 3^{ème} ordre

Filtre passe-bas :
Filtre passe-haut:



Structure de Rauch

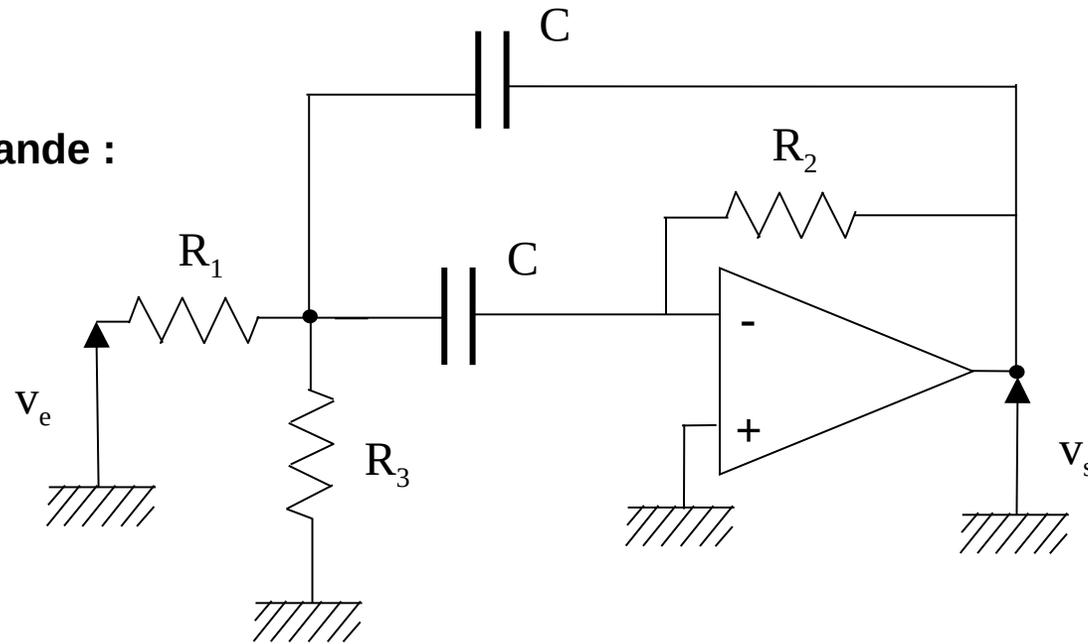
Degré	Filtres De Bessel					Butterworth				
	Etages	Ordre 2	Etages	3eme	Ordre	Second	Ordre	Troisième ordre		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	1	0,33				2,12	0,47			
3			1,19	0,69	0,160			2,37	2,59	0,32
4	0,51	0,21				3,19	0,25			
	0,71	0,12				1,62	0,61			
5			0,76	0,39	0,12			2,16	4,31	0,21
	0,64	0,085				1,85	0,54			
6	0,35	,0,15				5,79	0,17			
	0,40	0,12				2,12	0,47			
	0,59	0,063				1,55	0,64			

Degré	Tchebycheff 1dB					Tchebycheff 3 dB				
	Ordre 2		Ordre 3			Ordre 2		Ordre 3		
	K1	K2	K1	K2	K3	K1	K2	K1	K2	K3
2	2,73	0,33				4,65	0,30			
3			4,21	5,84	0,16			6,81	9,87	0,12
4	10,75	0,094				17,6	0,063			
	4,45	0,80				7,29	0,70			
5			6,96	16,56	0,060			11,3	27,23	0,039
	6,40	0,36				10,44	0,254			
6	24,12	0,041				39,24	0,0267			
	8,82	0,20				14,36	0,133			
	6,46	1,24				10,51	1,07			
7			9,77	32,5	0,030			15,83	53,14	0,019
	11,7	0,13				19,02	0,084			
	8,10	0,53				13,16	0,37			

$$C_{n,i} = \frac{K_{n,i}}{R\omega_0}$$

Structure de Rauch

Filtre passe-bande :



$$H(p) = -\frac{R^2 C p}{C^2 R_1 R_2 p^2 + C R_1 p + 1 + \frac{R_1}{R_3}}$$



$$\omega_0 = \frac{\sqrt{1 + \frac{R_1}{R_3}}}{C \sqrt{R_1 R_2}}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right)}$$

Exemple

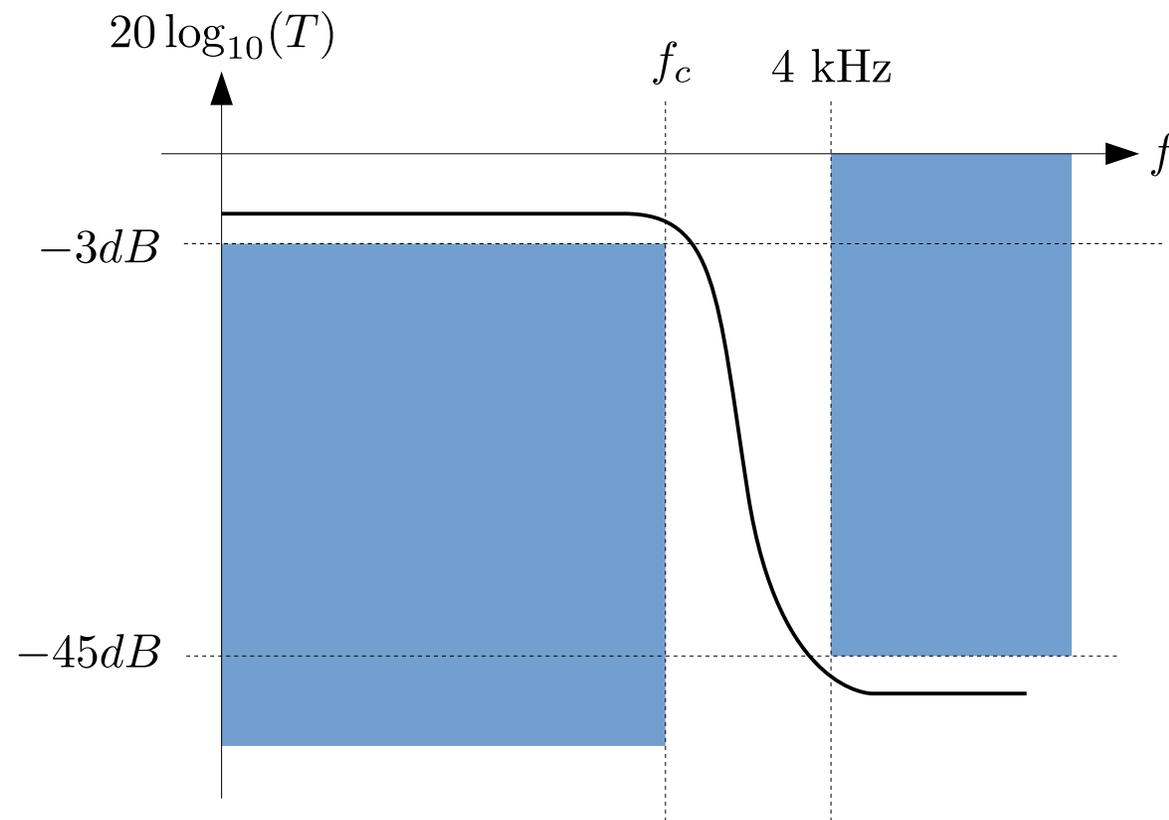
Type de filtre	Passe bas
Fréquence de coupure	1 kHz
Fréquence de début de la bande d'arrêt	4 kHz
Atténuation minimale dans la bande d'arrêt	45 dB
Contrainte	Amplitude aussi plate que possible

1 Filtre de Butterworth

Exemple

2 $X_1 = f_1/f_0 = 4 \text{ kHz}/1 \text{ kHz} = 4$

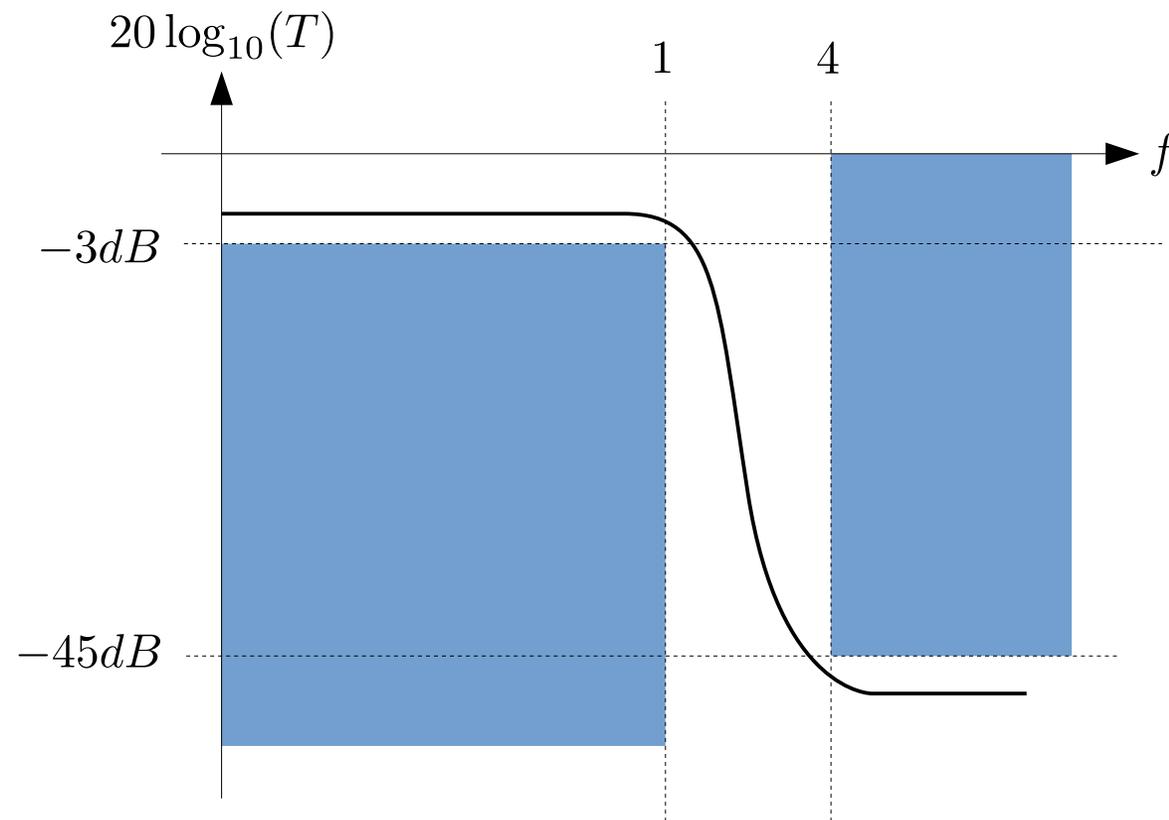
Filtre réel :



Exemple

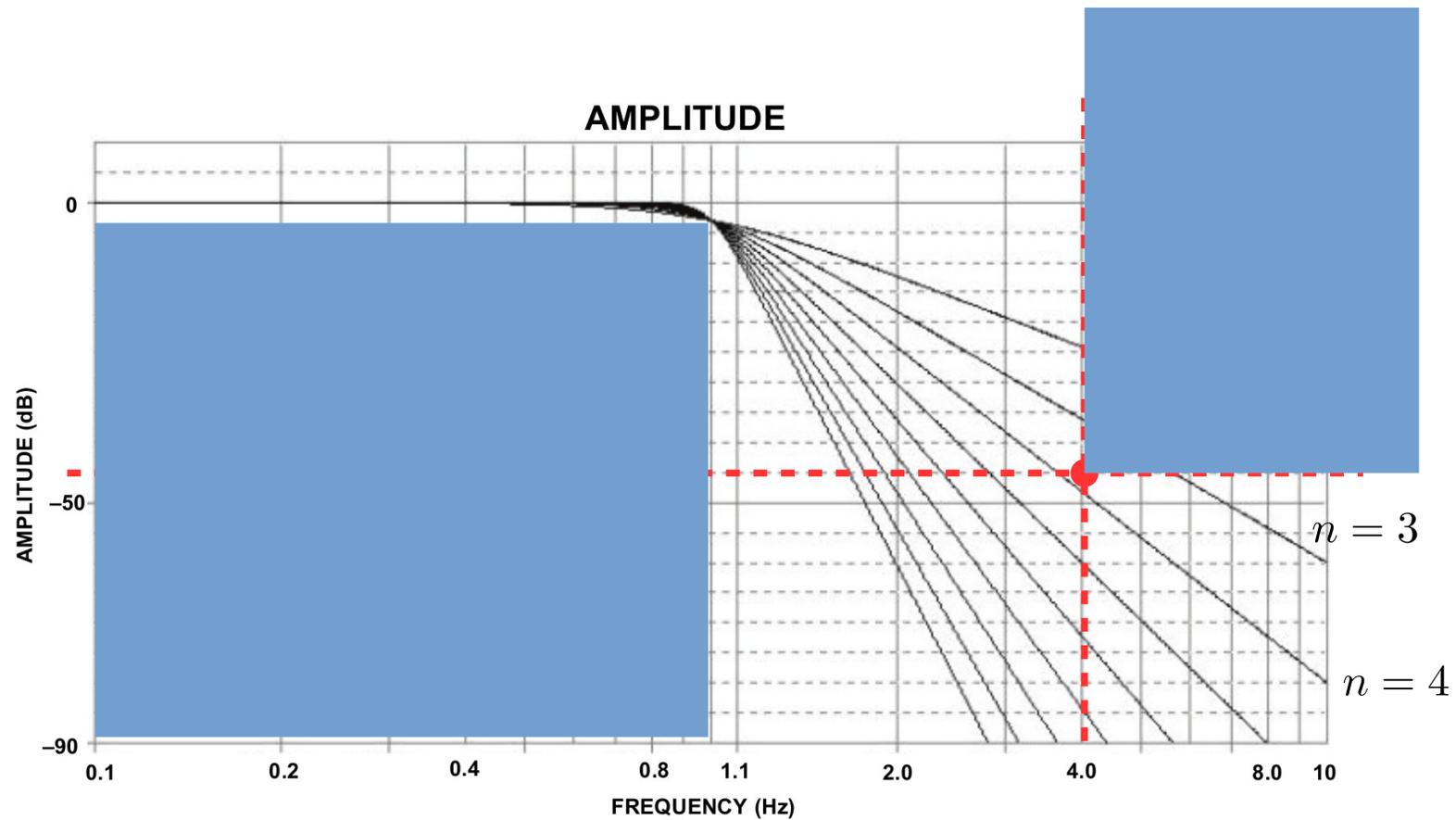
2 $X_1 = f_1/f_0 = 4 \text{ kHz}/1 \text{ kHz} = 4$

Passe bas normalisé :



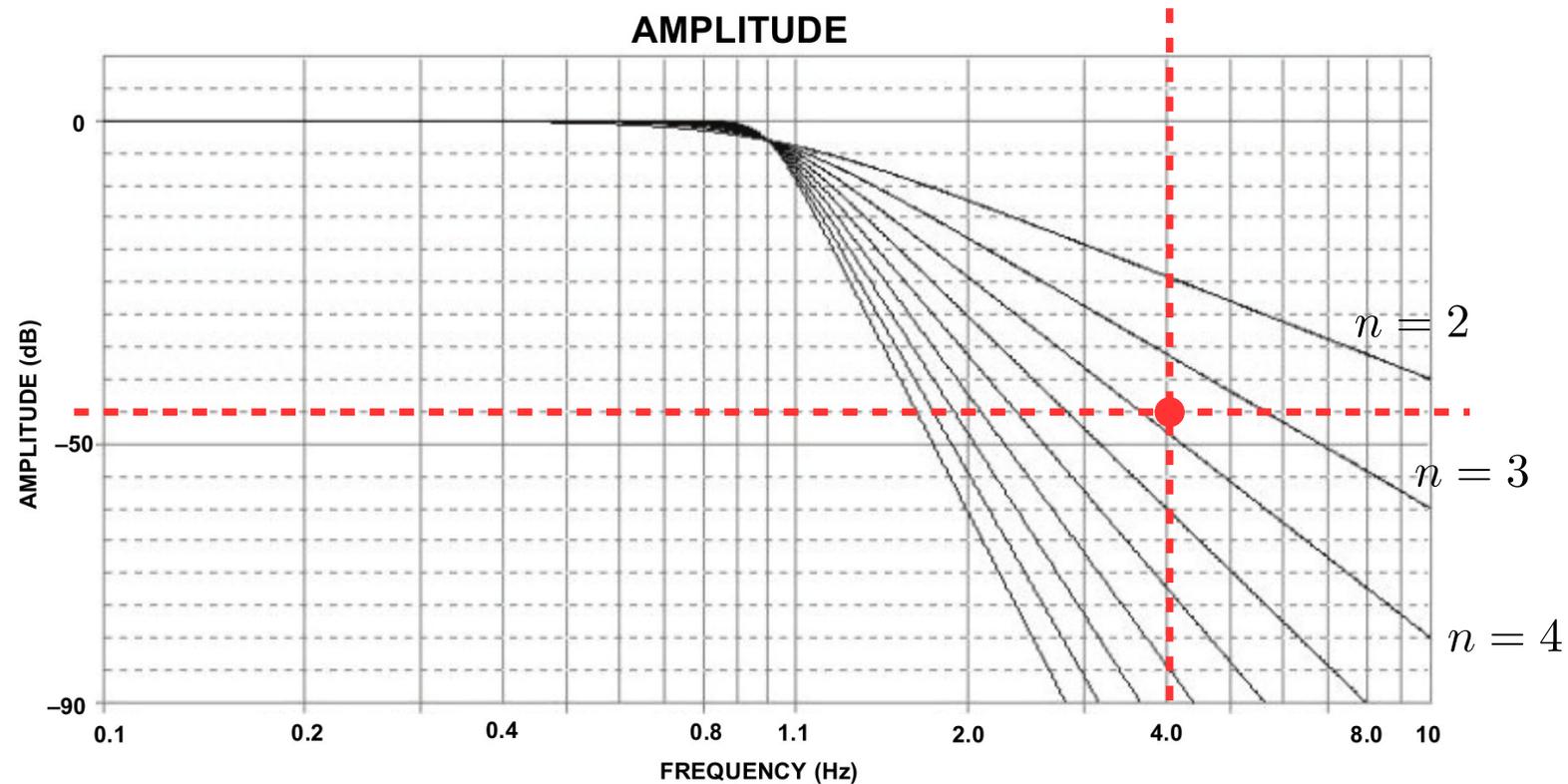
Exemple

3 Sélection de l'ordre du filtre en utilisant les abaques



Exemple

3 Sélection de l'ordre du filtre en utilisant les abaques



→ On utilise un **filtre d'ordre 4** → 2 x Filtre d'ordre 2

Exemple

4

Racines du polynôme en utilisant les tables

ORDER	SECTION	REAL PART	IMAGINARY PART	F ₀	α	Q	-3 dB FREQUENCY	PEAKING FREQUENCY	PEAKING LEVEL
2	1	0.7071	0.7071	1.0000	1.4142	0.7071	1.0000		
3	1	0.5000	0.8660	1.0000	1.0000	1.0000		0.7071	1.2493
	2	1.0000		1.0000			1.0000		
4	1	0.9239	0.3827	1.0000	1.8478	0.5412	0.7195		
	2	0.3827	0.9239	1.0000	0.7654	1.3065		0.8409	3.0102
5	1	0.8090	0.5878	1.0000	1.6180	0.6180	0.8588		
	2	0.3090	0.9511	1.0000	0.6180	1.6182		0.8995	4.6163
	3	1.0000		1.0000			1.0000		
6	1	0.9659	0.2588	1.0000	1.9319	0.5176	0.6758		
	2	0.7071	0.7071	1.0000	1.4142	0.7071	1.0000		
	3	0.2588	0.9659	1.0000	0.5176	1.9319		0.9306	6.0210
7	1	0.9010	0.4339	1.0000	1.8019	0.5550	0.7449		
	2	0.6235	0.7818	1.0000	1.2470	0.8019		0.4717	0.2204
	3	0.2225	0.9749	1.0000	0.4450	2.2471		0.9492	7.2530
	4	1.0000		1.0000			1.0000		
8	1	0.9808	0.1951	1.0000	1.9616	0.5098	0.6615		
	2	0.8315	0.5556	1.0000	1.6629	0.6013	0.8295		
	3	0.5556	0.8315	1.0000	1.1112	0.9000		0.6186	0.6876
	4	0.1951	0.9808	1.0000	0.3902	2.5628		0.9612	8.3429
9	1	0.9397	0.3420	1.0000	1.8794	0.5321	0.7026		
	2	0.7660	0.6428	1.0000	1.5320	0.6527	0.9172		
	3	0.5000	0.8660	1.0000	1.0000	1.0000		0.7071	1.2493
	4	0.1737	0.9848	1.0000	0.3474	2.8785		0.9694	9.3165
	5	1.0000		1.0000			1.0000		
10	1	0.9877	0.1564	1.0000	1.9754	0.5062	0.6549		
	2	0.8910	0.4540	1.0000	1.7820	0.5612	0.7564		
	3	0.7071	0.7071	1.0000	1.4142	0.7071	1.0000		
	4	0.4540	0.8910	1.0000	0.9080	1.1013		0.7667	1.8407
	5	0.1564	0.9877	1.0000	0.3128	3.1970		0.9752	10.2023

Ordre 1 → 4 racines

$$s_1 = 0.9239 + 0.3827i$$

$$\bar{s}_1 = 0.9239 - 0.3827i$$

$$s_2 = 0.3827 + 0.9239i$$

$$\bar{s}_2 = 0.3827 - 0.9239i$$

Exemple

5 Polynôme du passe-bas normalisé

$$H_{PBN}(S) = \prod_i \frac{|s_i|^2}{(S - s_i)(S - \bar{s}_i)} = \left(\frac{\Omega_{PBN,1}^2}{S^2 + \frac{\Omega_{PBN,1}}{Q_{PBN,1}}S + \Omega_{PBN,1}^2} \right) \left(\frac{\Omega_{PBN,2}^2}{S^2 + \frac{\Omega_{PBN,2}}{Q_{PBN,2}}S + \Omega_{PBN,2}^2} \right)$$



$$\Omega_{PBN,1} = |s_1|$$



$$\Omega_{PBN,2} = |s_2|$$

Dans l'exemple :

$$\Omega_{PBN,1} = \Omega_{PBN,2} = 1$$

$$Q_{PBN,1} = 1.3065$$

$$Q_{PBN,2} = 0.541196$$

$$Q_{PBN,1} = -\frac{\Omega_{PBN,1}}{2s_{r1}}$$

$$Q_{PBN,2} = -\frac{\Omega_{PBN,2}}{2s_{r2}}$$

Exemple

- 6 Transformation de la fonction de transfert du PBN vers la fonction de transfert réelle

Pour une section **unique** :

$$H_{PBN}(S) = \frac{\Omega_{PBN}^2}{S^2 + \frac{\Omega_{PBN}}{Q_{PBN}}S + \Omega_{PBN}^2} \xrightarrow{S = s/\omega_0} H_{PB}(s) = \frac{(\omega_0 \Omega_{PBN})^2}{s^2 + \frac{\Omega_{PBN} \omega_0}{Q_{PBN}}s + (\Omega_{PBN} \omega_0)^2}$$

$$= \frac{\Omega_{PB}^2}{s^2 + \frac{\Omega_{PB}}{Q}s + \Omega_{PB}^2}$$

Dans l'exemple :

$$f_{PB,1} = f_{PB,2} = 1 \text{ kHz}$$

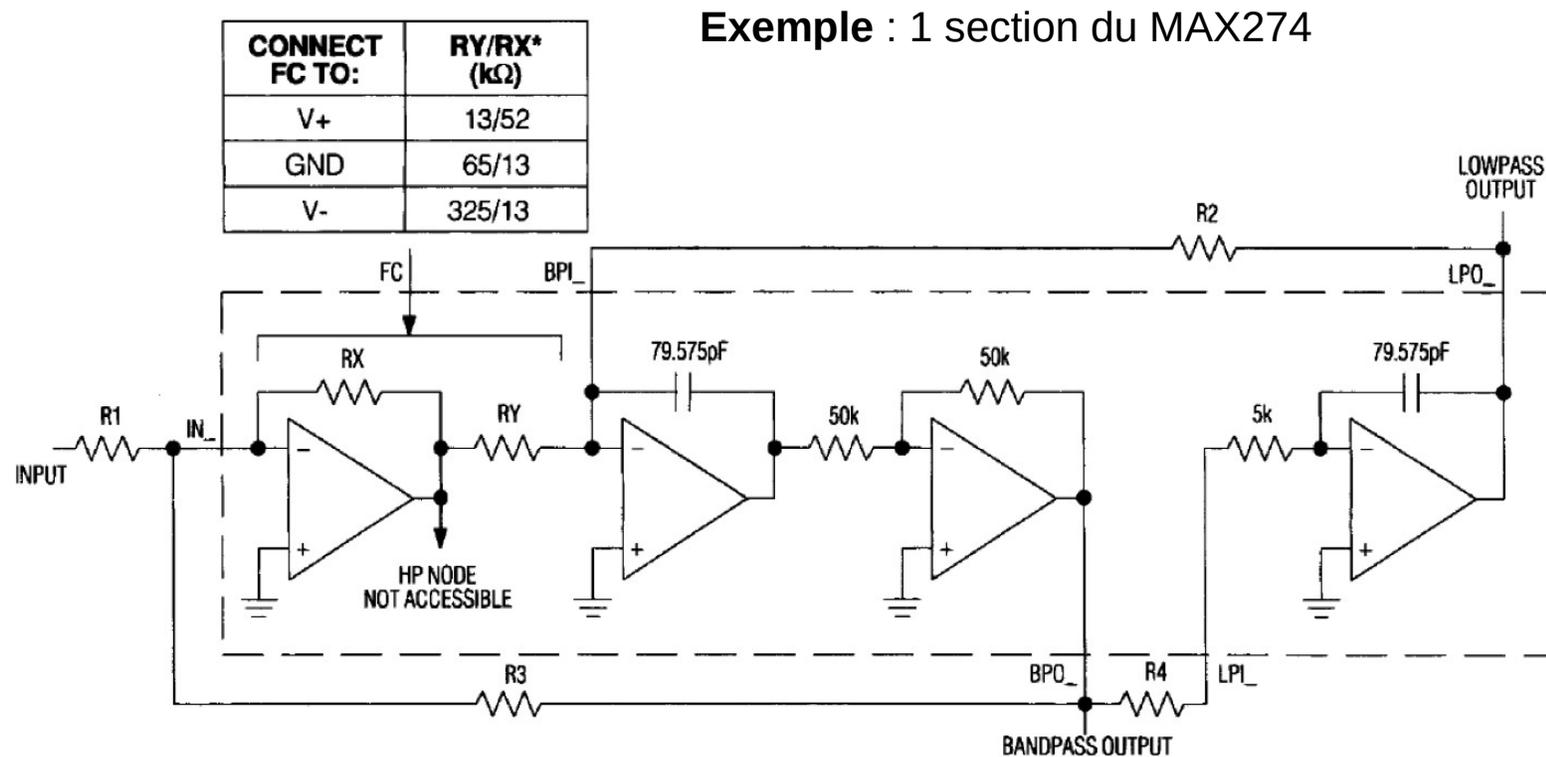
$$Q_{PB,1} = 1.3065$$

$$Q_{PB,2} = 0.541196$$

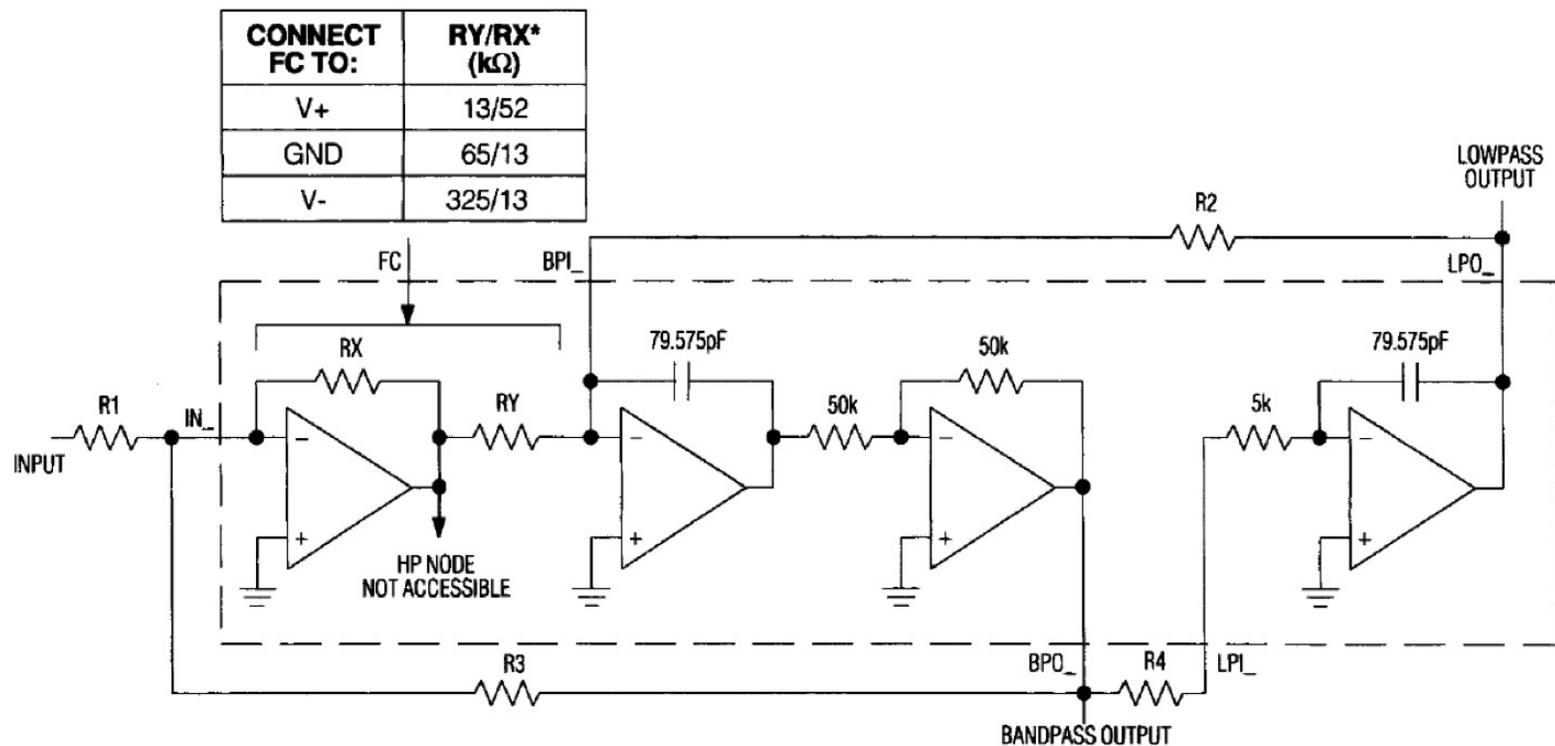
$$\Omega_{PB} = \omega_0 \Omega_{PBN} \quad Q = Q_{PBN}$$

Exemple

- 7 Écriture de la fonction de transfert du circuit électronique utilisé pour le filtre



Exemple



$$H_{LP}(s) = K \frac{\omega_0^2}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{C \sqrt{R_2(R_4 + 5 \text{ k}\Omega)}}$$

$$K = -\frac{R_2}{R_1} \left(\frac{R_X}{R_Y} \right)$$

$$H_{BP}(s) = K' \frac{s \frac{\omega_0}{Q}}{s^2 + s \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$

$$Q = \frac{R_3}{\sqrt{R_2(R_4 + 5 \text{ k}\Omega)}} \left(\frac{R_Y}{R_X} \right)$$

$$K' = -\frac{R_3}{R_1}$$

Exemple

8

Égalisation des paramètres

$$R_2 = \frac{2 \times 10^9}{f_0} \approx 2 \text{ M}\Omega$$

$$R_4 = R_2 - 5 \text{ k}\Omega \approx 1.995 \text{ M}\Omega$$

Section 1 :

$$R_3 = Q_{LP,1} R_2 \left(\frac{R_X}{R_Y} \right) \approx 522.6 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = \frac{R_2}{H_{OLP}} \left(\frac{R_X}{R_Y} \right) \approx 400 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = \frac{2 \times 10^9}{f_0} \approx 2 \text{ M}\Omega$$

$$R_4 = R_2 - 5 \text{ k}\Omega \approx 1.995 \text{ M}\Omega$$

Section 2 :

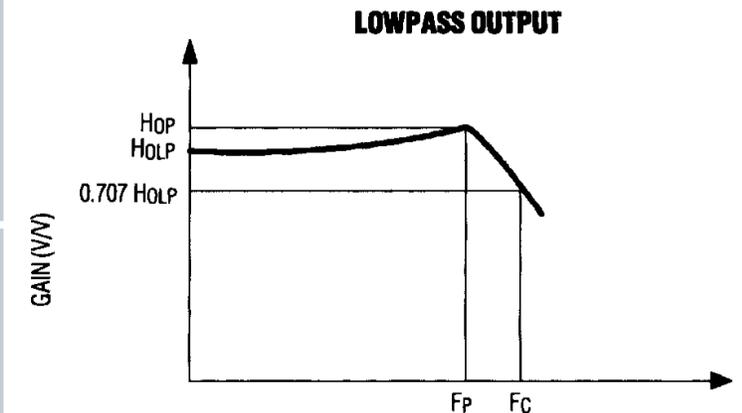
$$R_3 = Q_{LP,1} R_2 \left(\frac{R_X}{R_Y} \right) \approx 216.48 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = \frac{R_2}{H_{OLP}} \left(\frac{R_X}{R_Y} \right) \approx 400 \text{ k}\Omega$$

On suppose que

$$R_4 + 5 \text{ k}\Omega = R_2$$

$$FC = \text{GND}$$





AUDACE • EXIGENCE • RESPECT