



Synthèse de fréquence

Olivier Bou Matar, Yannick Dusch, Cécile Ghouila Houri, Marc Goueygou, Philippe Pernod, Bogdan Piwakowski, Cathy Sion, Abdelkrim Talbi, Nicolas Tiercelin

Électronique

Plan du cours

1) Introduction

2) Boucle à verrouillage de phase (PLL)

3) Applications de la PLL

Introduction

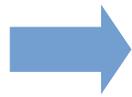
Besoin d'un signal dont fréquence est **stable** et variable **par pas**



Oscillateurs stables = oscillateurs à quartz (Cf Chapitre 3)



Changement fréquence
→ changement de quartz



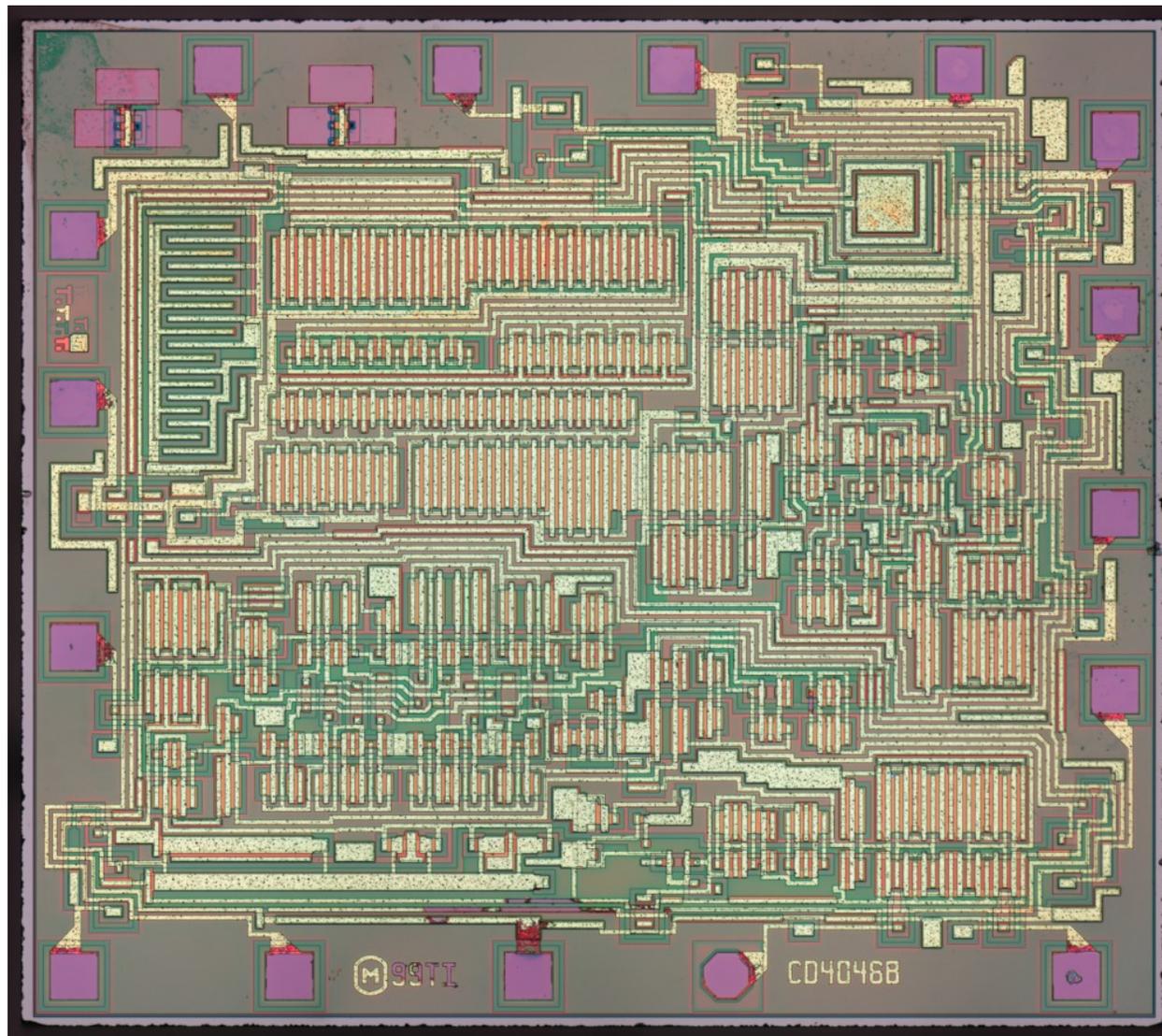
Invention française de la **PLL (*Phase Locked Loop*)** ou **boucle à verrouillage de phase** (H. de Bellescize 1932)

Asservissement d'un oscillateur à une fréquence de référence (VCO : Voltage controlled Oscillator)

Introduction

- Elles ont du attendre le développement des circuits LSI (Large Scale Integration) pour devenir une réalité.
- **Applications :**
 - Récepteurs FM, TV
 - Émetteurs/récepteurs CB (Citizen Band) : communication libre à 27 MHz
 - Décodeurs TV numériques
 - Lecteurs CD/DVD/BluRay
 - Téléphonie mobile
 - ...

Introduction



Plan du cours

1) Introduction

2) Boucle à verrouillage de phase (PLL)

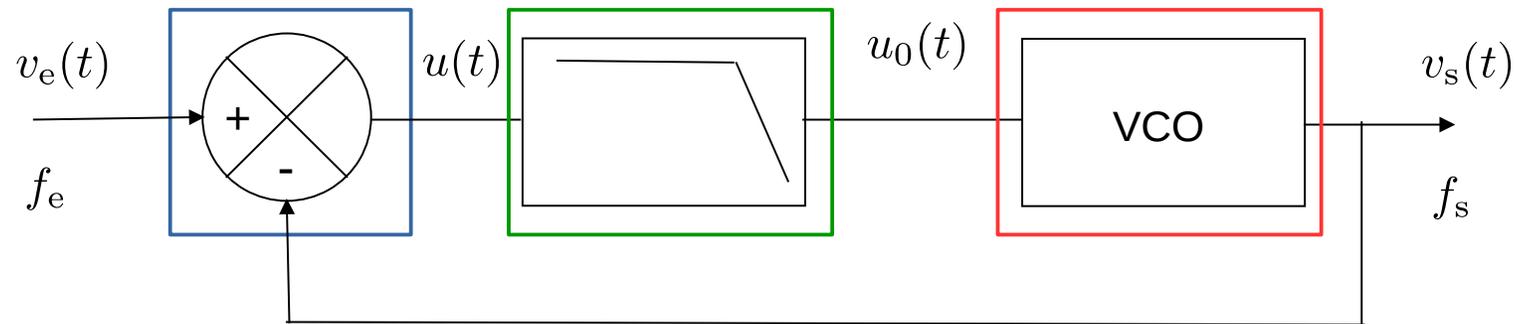
3) Applications de la PLL

Principe de fonctionnement

Une PLL est composée :

D'un **comparateur de phase**

D'un **oscillateur contrôlé en tension**



D'un **filtre passe-bas**

Signaux sinusoïdaux

Signal sinusoidal : $v(t) = V \sin(\phi(t))$

$$\phi(t)$$

Phase instantanée

$$\omega = \frac{d\phi(t)}{dt}$$

Pulsation instantanée

Signal à fréquence fixée : $v(t) = V \sin(\omega_0 t + \varphi)$

Signal modulé en fréquence : $v(t) = V \sin[(\omega_0 + 2\pi f(t))t]$

Déphasage: $v_1 = V_1 \sin(\phi_1(t))$ $v_2 = V_2 \sin(\phi_2(t))$

Si $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$

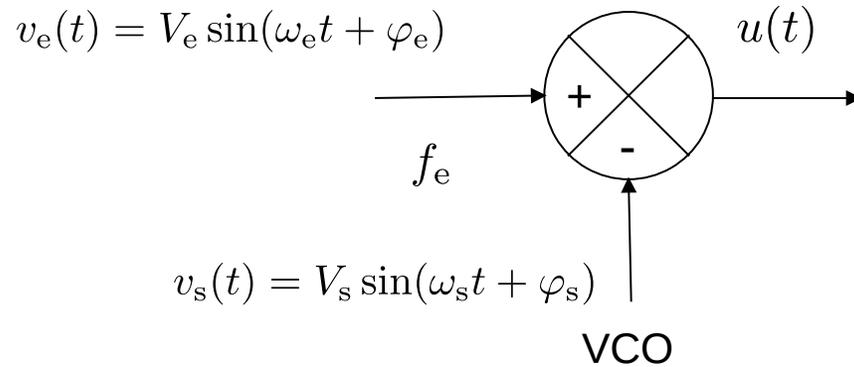
$$\phi(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t) = (\omega_0 t + \varphi_2) - (\omega_0 t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1 = \text{constante}$$

SI $\omega_1 \neq \omega_2$

$$\phi(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t) = (\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_2 - \varphi_1)$$

Battement

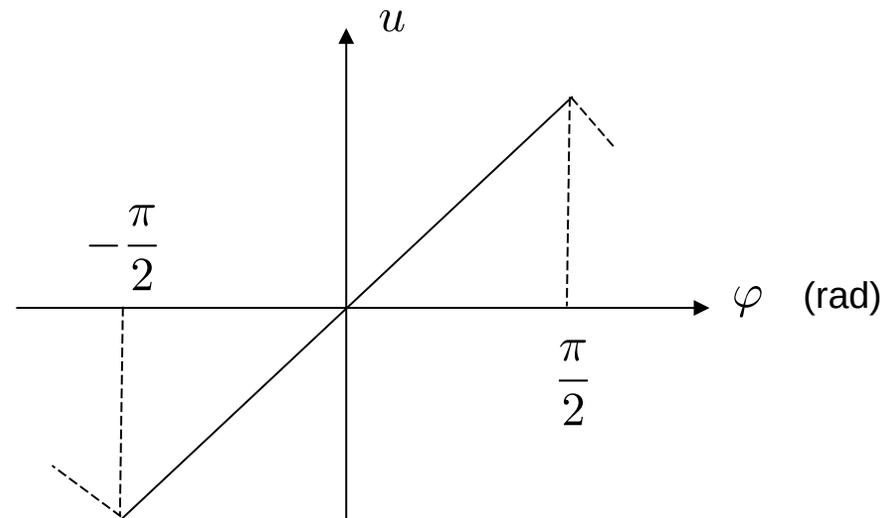
Comparateur de phase



$$u = K_d g(\varphi_e - \varphi_s)$$

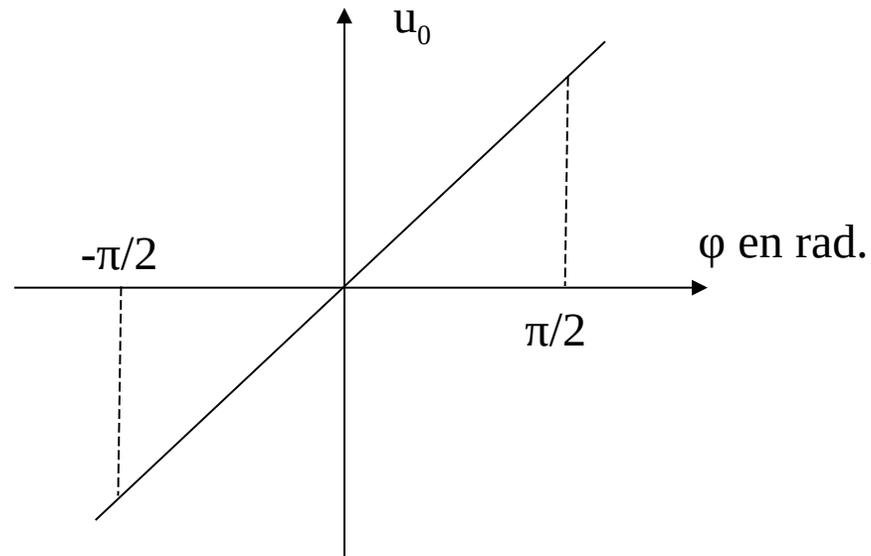
K_d est la **sensibilité du comparateur** en V/rad

Fonction de transfert idéale :



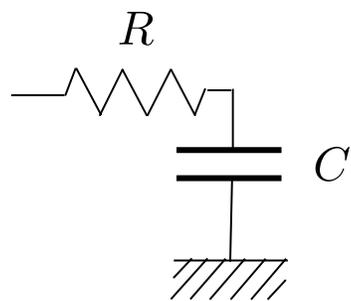
Filtre passe-bas

- Le comparateur de phase délivre une tension $u(t)$ riche en harmoniques, et qui ne peut donc pas être utilisée directement. La présence du filtre passe bas dans la PLL permet d'éliminer la composante alternative à la fréquence $f_s + f_e$ et tous les harmoniques d'ordre supérieur.
- Afin de ne conserver que la composante continue $u_0(t)$, on introduit dans la chaîne un filtre passe bas.
- La composante continue $u_0(t)$ est fonction du déphasage φ entre le signal d'entrée et celui de sortie.

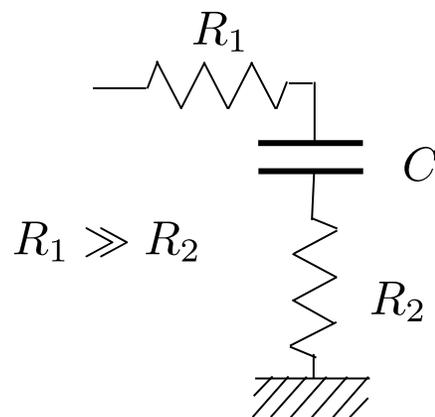


Filtre passe-bas

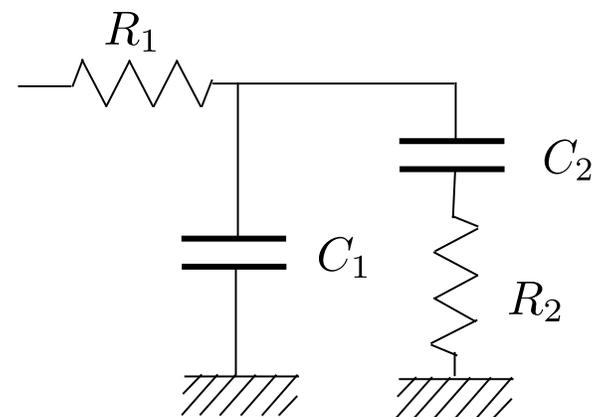
Quelques filtres passe-bas usuels :



$$\frac{1}{1 + pRC}$$



$$\frac{1 + pR_2C}{1 + p(R_1 + R_2)C}$$



$$\frac{1 + pR_2C_2}{1 + p(R_1(C_1 + C_2) + R_2C_2) + p^2R_1R_2C_1C_2}$$

Oscillateur contrôlé en tension (VCO)

C'est un oscillateur modulable en fréquence. L'oscillateur commandé en tension fournit une tension alternative dont la fréquence varie linéairement avec la tension de commande u_0 .

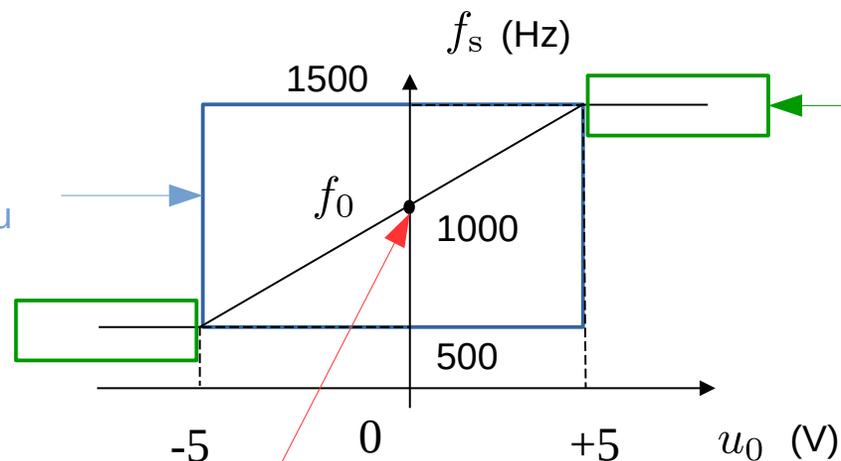


Exemple :

→ Zone linéaire entre 2 fréquences

→ Sensibilité K_0 (Hz/V ou rad/(Vs)):

$$f_s = f_0 + K_0 u_0$$



Saturation hors de la zone de fonctionnement

@ $u_0=0V$, $f_s = f_0$
(fréquence centrale/ de repos)

Fonctionnement de la PLL

1 $v_e = 0$

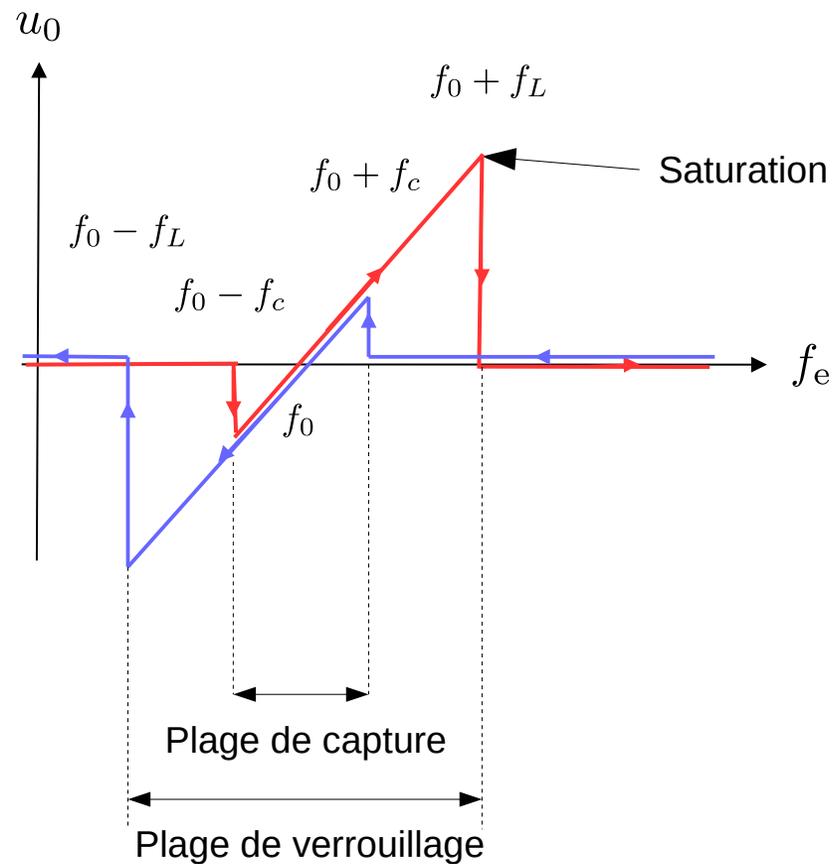
- Le VCO oscille à sa fréquence centrale f_0
- La différence de phase entre v_e et v_s est $\omega_0 t$, et le filtre passe bas élimine cette composante entraînant ainsi $u_0 = 0$ et le système reste dans le même état.
- Il en est de même pour une valeur continue de v_e

Fonctionnement de la PLL

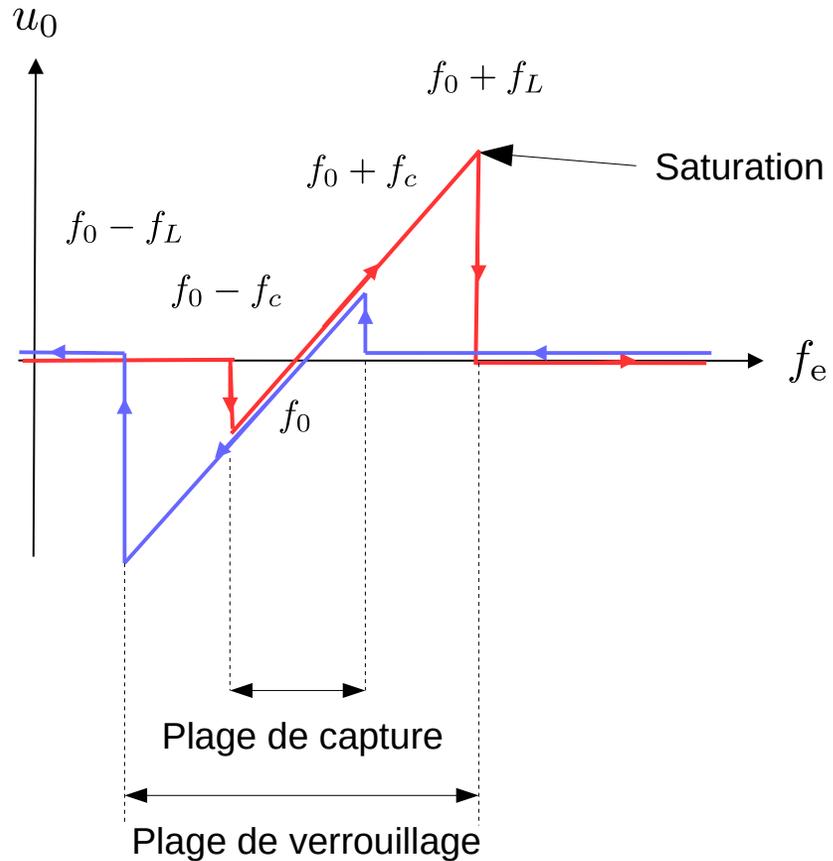
2 Cas d'une tension sinusoïdale $v_e = V_e \cos(\omega_e t)$

Filtré

$$u(t) = V_e \cos(\omega_e) V_s \cos(\omega_0) = \frac{V_e V_s}{2} [\cos((\omega_e - \omega_0)t) + \cos((\omega_e + \omega_0)t)]$$



Fonctionnement de la PLL



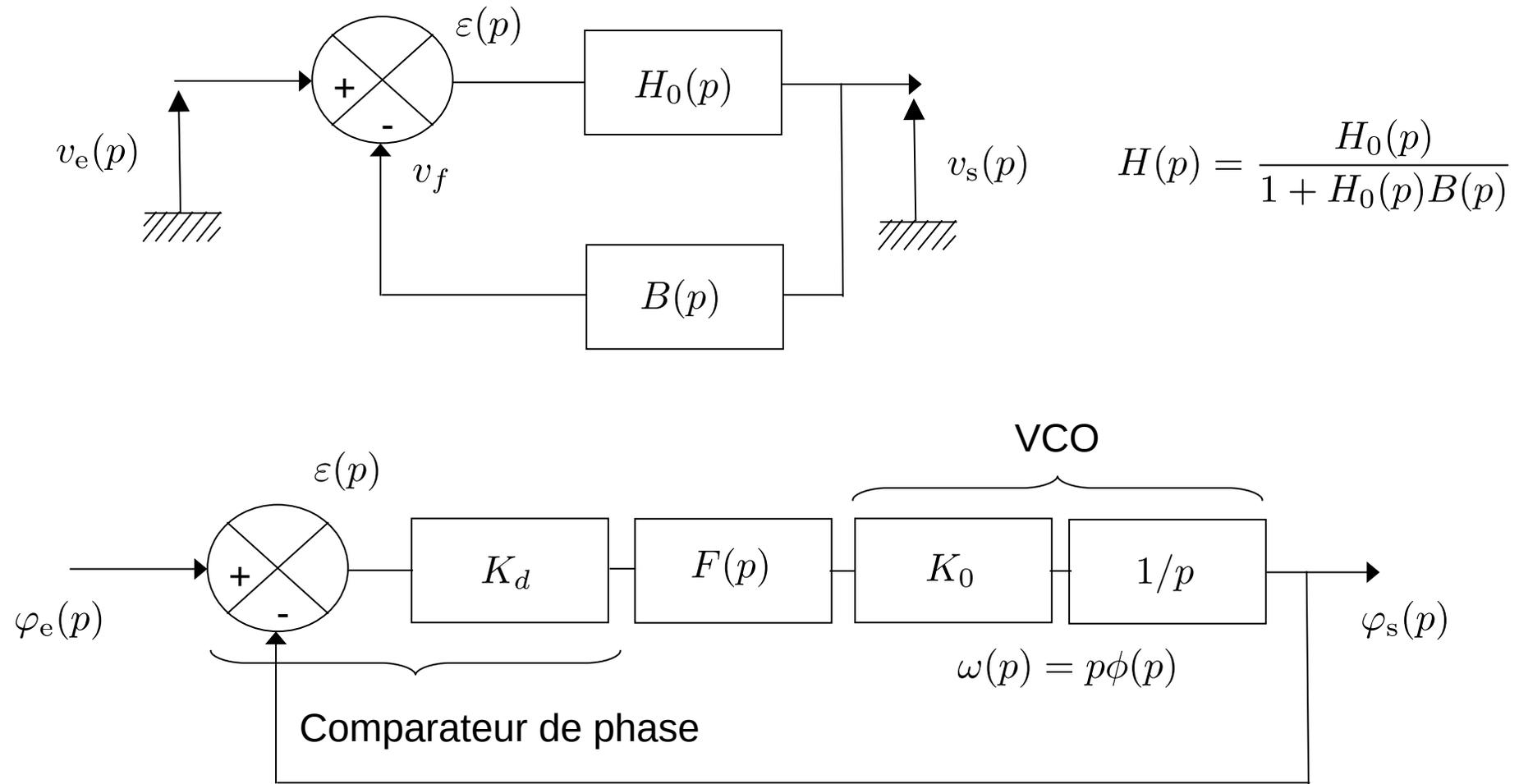
Plage de capture :

Domaine de fréquences à atteindre pour verrouiller la PLL lorsqu'elle n'est initialement pas verrouillée

Plage de verrouillage :

Domaine de fréquences dans lequel la PLL restera verrouillée si elle est initialement verrouillée.

Réponse d'une PLL



Réponse d'une PLL

$$H_0(p) = \frac{K_d K_0 F(p)}{p}$$

RC filter :

$$\frac{K_0 K_d}{p(1 + \tau p)} \quad \tau = RC$$



$$H(p) = \frac{1}{1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$\omega_0 \sqrt{\frac{K_d K_0}{\tau}}$$

$$z = \frac{1}{2\sqrt{K_d K_0 \tau}}$$

R₂R₁C filter :

$$\frac{K_0 K_d (1 + \tau_1 p)}{p(1 + \tau_2 p)} \quad \begin{array}{l} \tau_1 = R_1 C \\ \tau_2 = (R_1 + R_2) C \end{array}$$



$$H(p) = \frac{1 + \tau_1 p}{1 + 2z \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

$$\omega_0 \sqrt{\frac{K_d K_0}{\tau_2}}$$

$$z = \frac{1}{2} \left(\tau_1 + \frac{1}{K_d K_0} \right) \omega_0$$

Stabilité d'une PLL

Stabilité : le système revient à sa position d'équilibre dès qu'on l'en écarte.

Pour prouver la stabilité :

- Lieu de Nyquist de H_0B . S'il passe à gauche ou sur le point -1 il y a instabilité
- Si l'un des pôles de la fonction de transfert du système est positif, il y a instabilité
- Diagramme de Bode : Si $|H_0(p)B(p)|=1$ et $\text{Arg}(H_0(p)B(p)) \leq -\pi$, il y a instabilité.

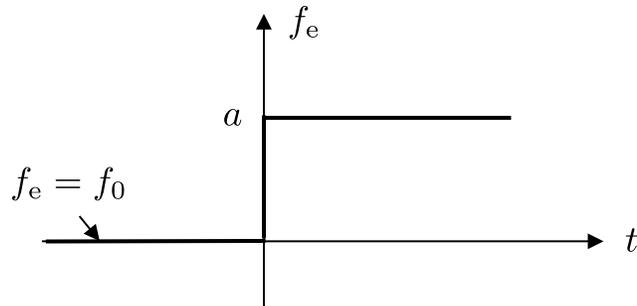
Filtre RC : $z = \frac{1}{2\sqrt{K_d K_0} \tau} \omega_0 \sqrt{\frac{K_d K_0}{\tau}} \rightarrow \text{Plus stable si } z \uparrow \rightarrow \tau \downarrow \rightarrow \omega_0 \uparrow$

Filtre $R_1 R_2 C$: $z = \frac{1}{2} \left(\tau_1 + \frac{1}{K_d K_0} \right) \omega_0 \sqrt{\frac{K_d K_0}{\tau_2}} \rightarrow \text{Plus stable si } z \uparrow \rightarrow \tau_1 \uparrow \text{ and } \tau_2 \downarrow$

Précision des PLL

Erreur relative : $\varepsilon(p) = I(p) - O(p) = \frac{I(p)}{1 + H_0(p)}$

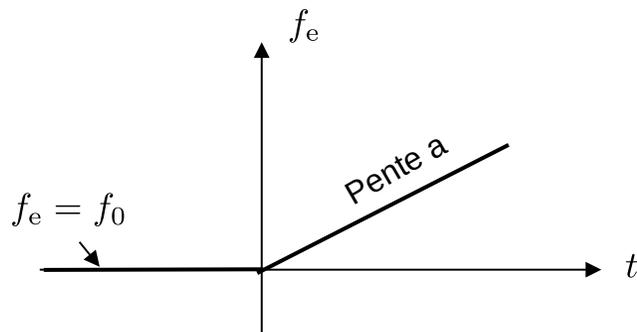
Erreur de position : $I(p) = \frac{a}{p}$



$$p\varepsilon(p) = \frac{ap}{p + K_d K_0 F(p)} \xrightarrow{p \rightarrow 0} 0$$

$$\varepsilon(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} 0$$

Erreur de traînage : $I(p) = \frac{a}{p^2}$



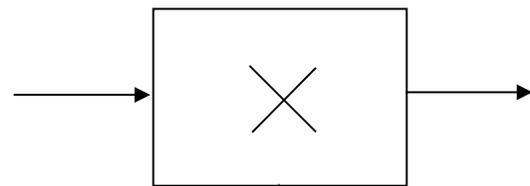
$$p\varepsilon(p) = \frac{a}{p + K_d K_0 F(p)} \xrightarrow{p \rightarrow 0} \frac{a}{K_0 K_d F(0)}$$

$$\varepsilon(t) \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} \frac{a}{K_0 K_d F(0)}$$

Comparateur de phase

1 Multiplieurs analogiques linéaires

$$v_e(t) = V_e \sin(\omega_0 t)$$



$$v_s(t) = V_s \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$k v_e(t) v_s(t) = \frac{k V_e V_s}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega_0 t + \varphi)]$$

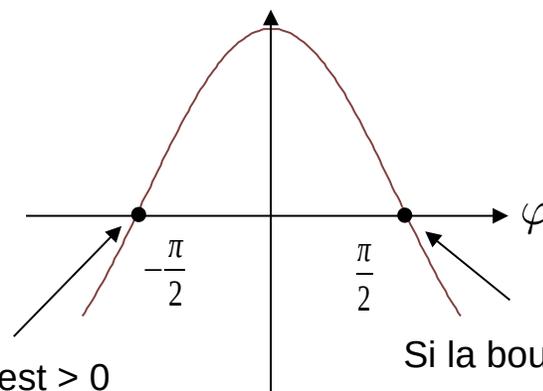
Filtré



La sortie est à 0 si $\varphi = \pm \pi/2$



Il y a un déphasage de $\pi/2$ entre l'entrée et la sortie lorsque la PLL est verrouillée.

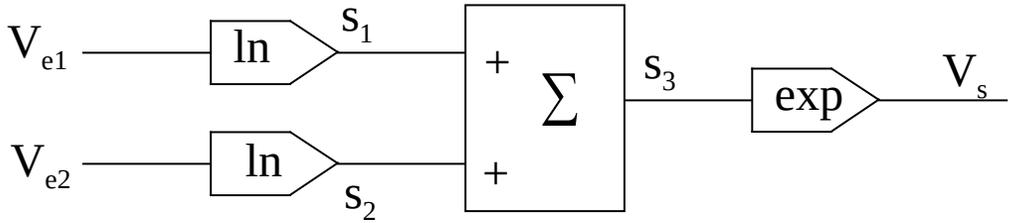
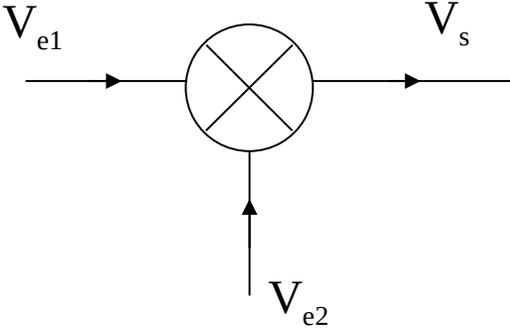


Si la boucle est > 0

Si la boucle est < 0

Comparateur de phase

Multiplieurs à fonction logarithmique et exponentielle

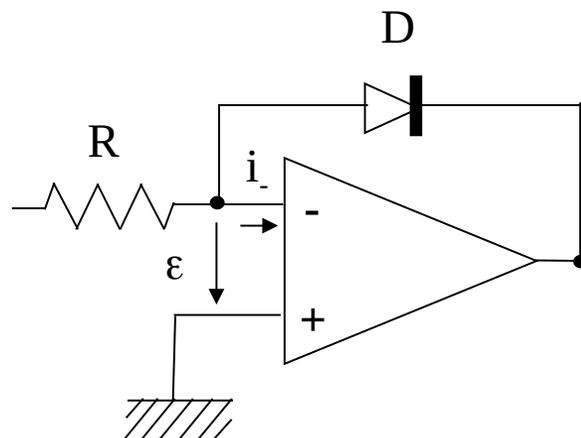


$$V_s = V_{e1} * V_{e2}$$

Comparateur de phase

Exemples de réalisation :

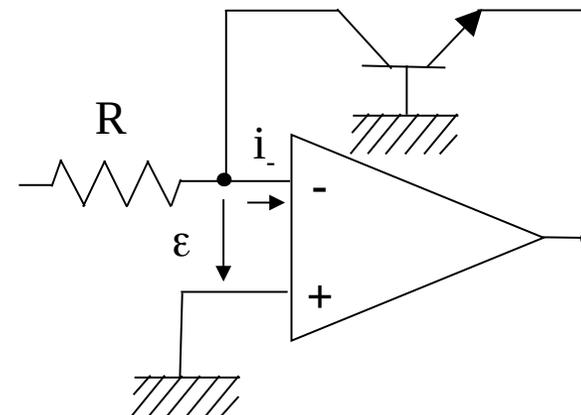
Opérateur logarithmique



$$\frac{v_e}{R} = I_0 e^{v/v_T} = I_0 e^{-v_s/v_T}$$

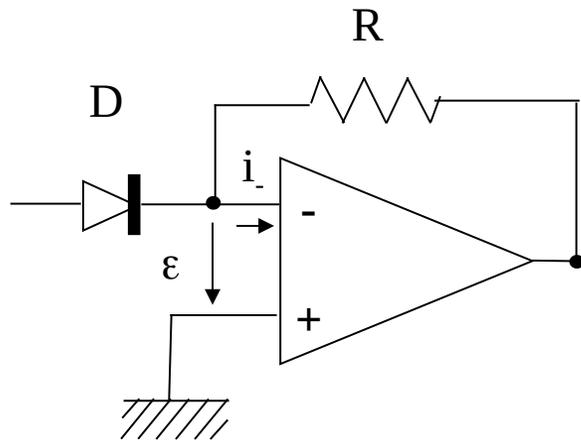


$$v_s = -v_T \ln(v_e) + v_T \ln(RI_0)$$

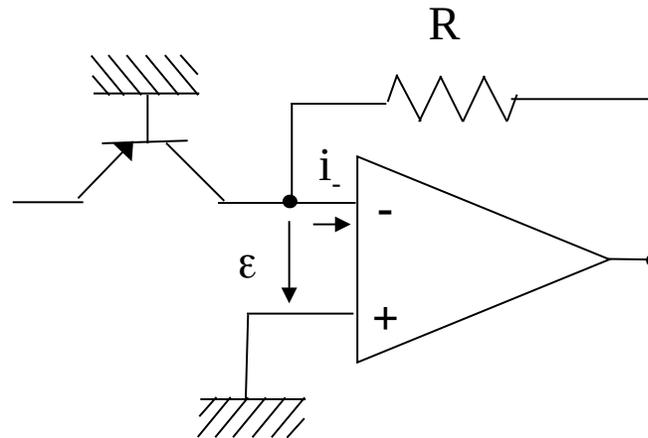


Comparateur de phase

Exemples de réalisation :



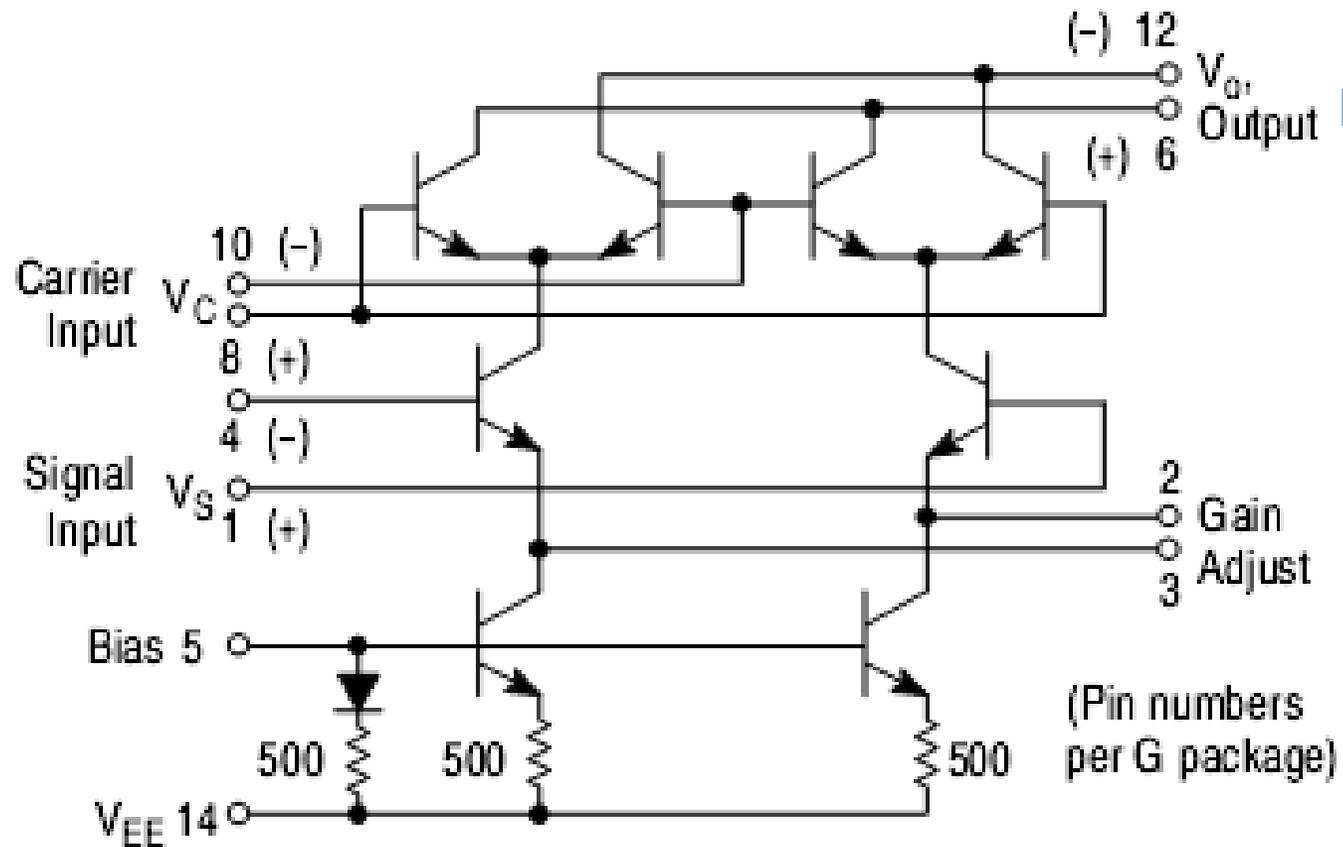
Opérateur exponentiel



$$v_s = -Ri = -RI_0 e^{v_e/v_T}$$

Comparateur de phase

Multiplieurs analogiques linéaires

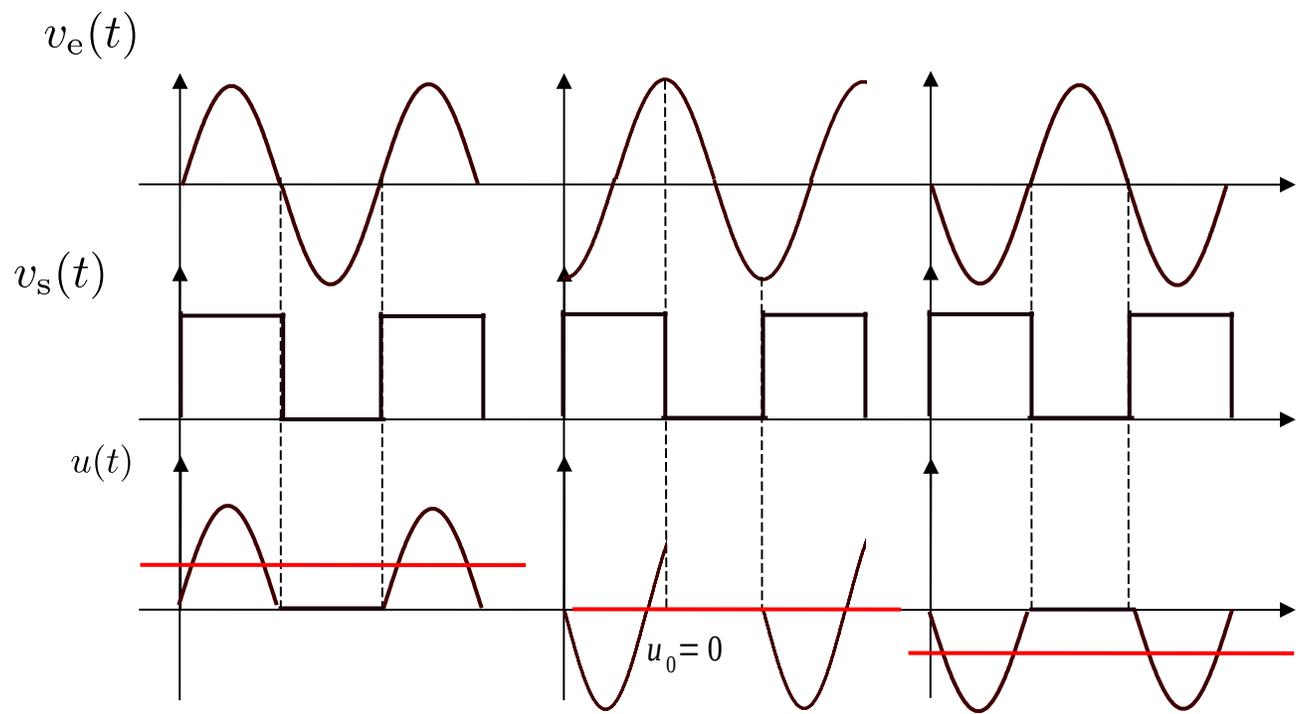
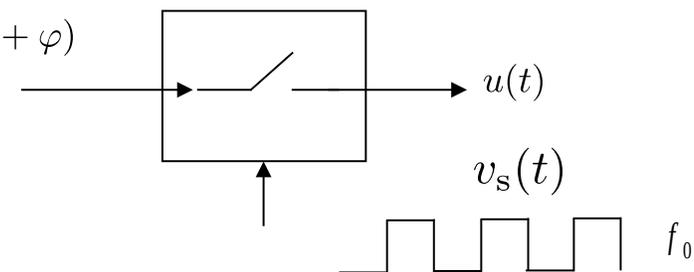


$$k V_c V_{s1}$$

Comparateur de phase

2 Multiplieurs analogiques à découpage

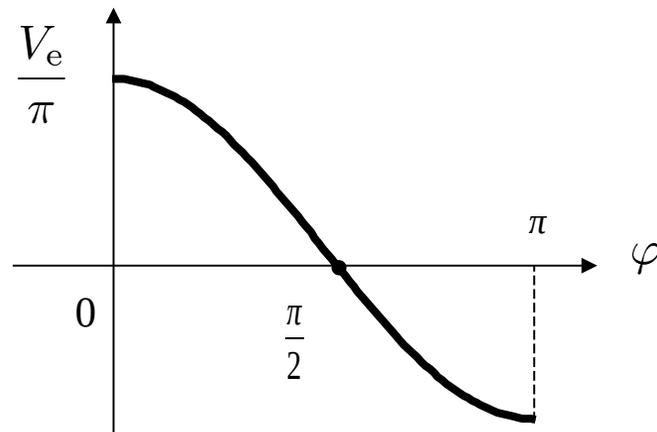
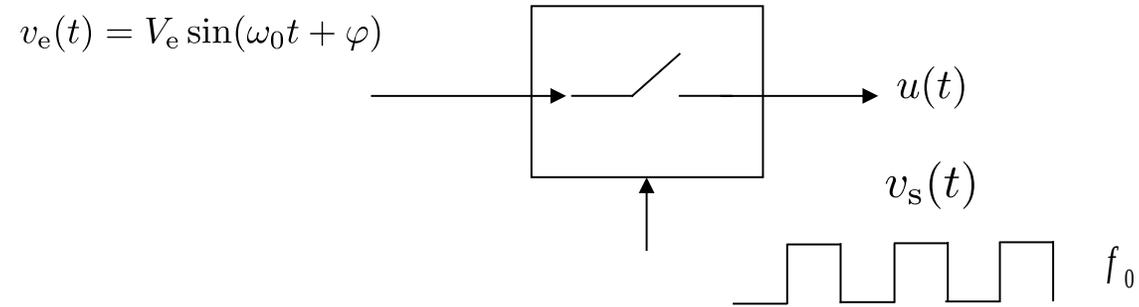
$$v_e(t) = V_e \sin(\omega_0 t + \varphi)$$



$$u_0 = -\frac{V_e}{\pi}$$

Comparateur de phase

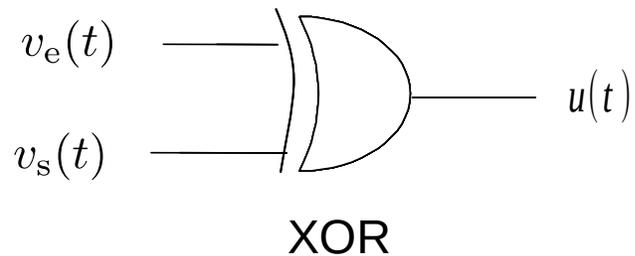
2 Multiplieurs analogiques à découpage



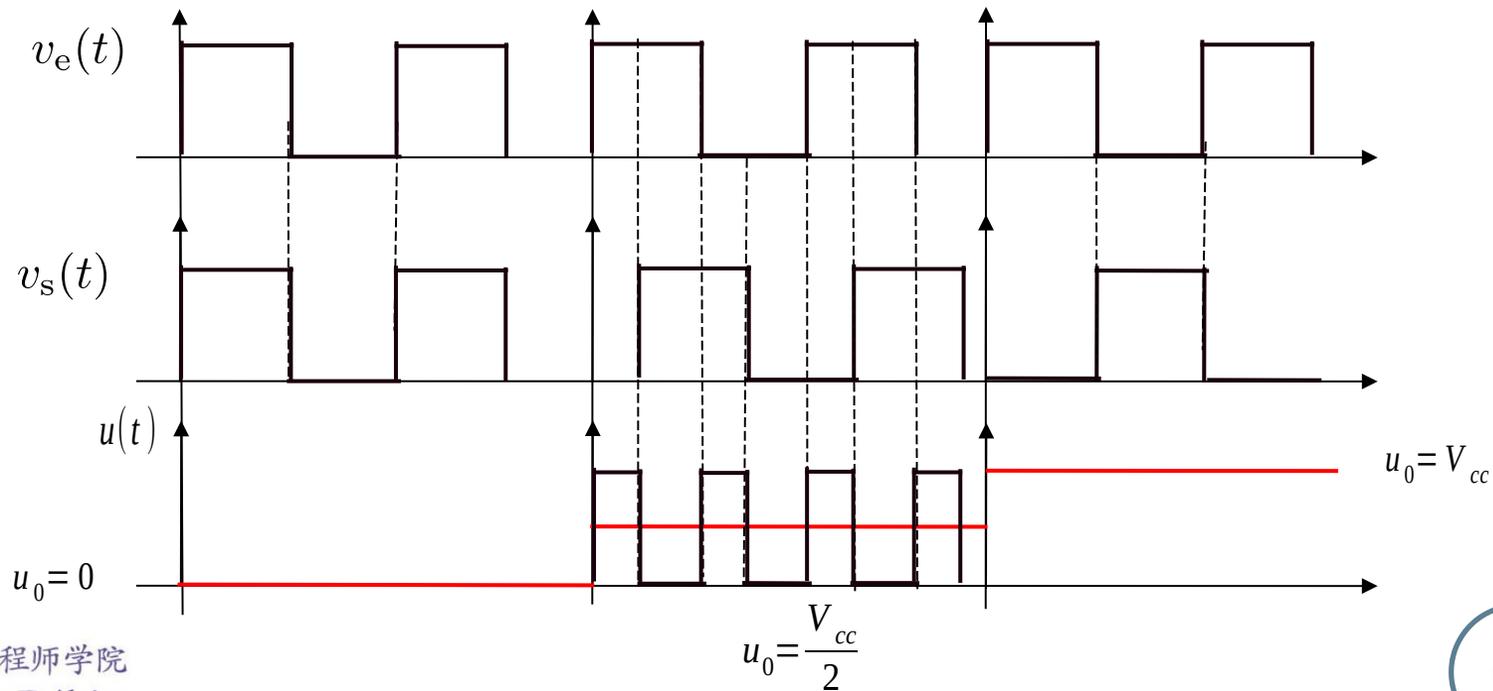
$$K_d = \frac{V_e}{\pi} \cos \varphi$$

Comparateur de phase

3 Comparateurs de phase combinatoires

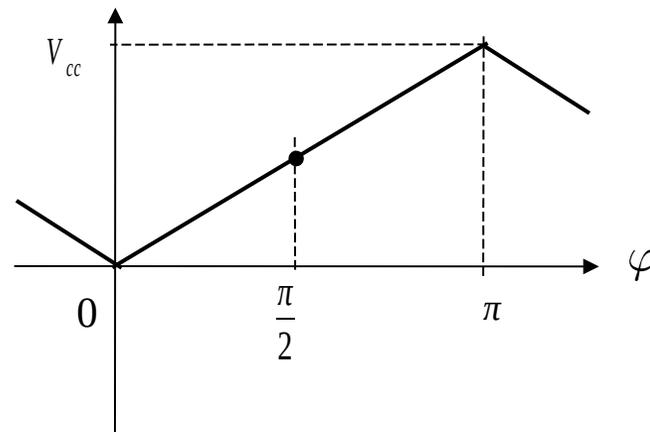
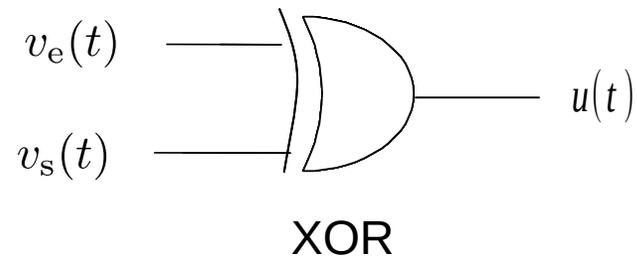


V_e	V_s	u
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Comparateur de phase

3 Comparateurs de phase combinatoires



$$K_d = \frac{V_{cc}}{\pi}$$

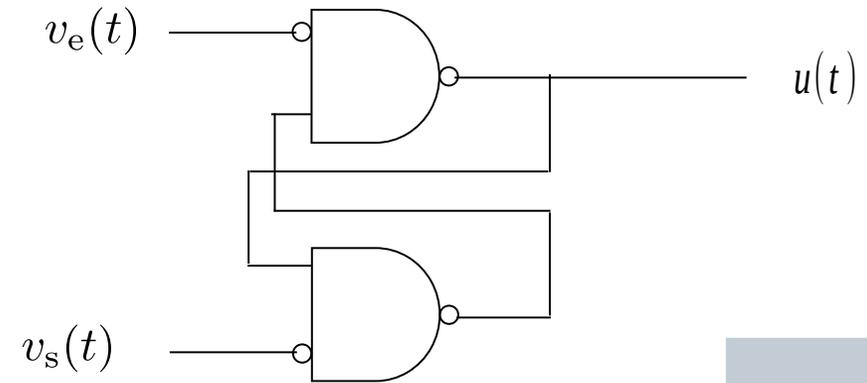
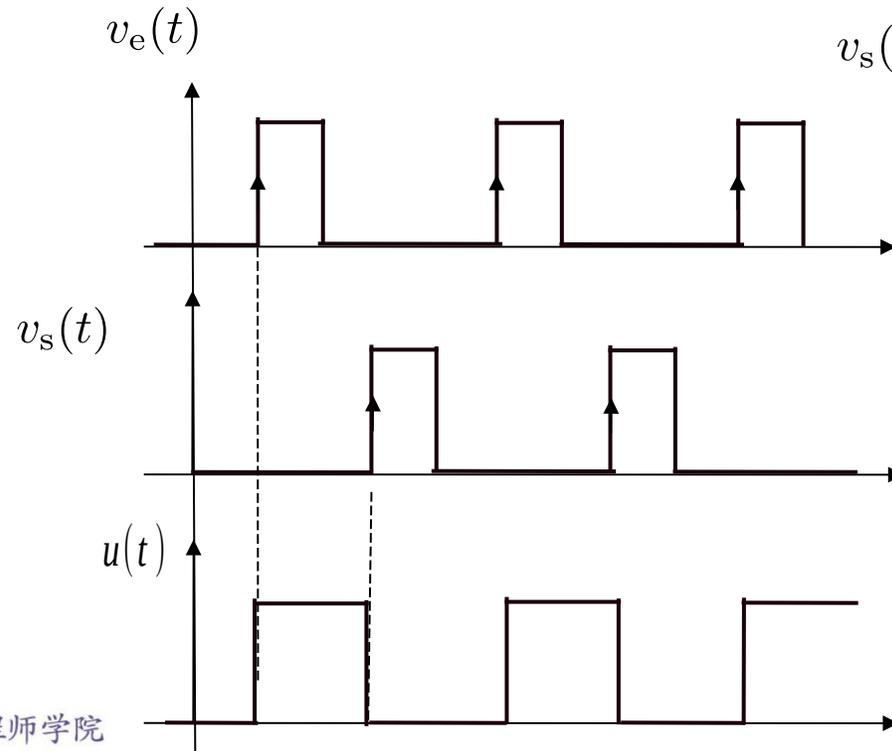


La PLL peut se verrouiller sur les harmoniques !

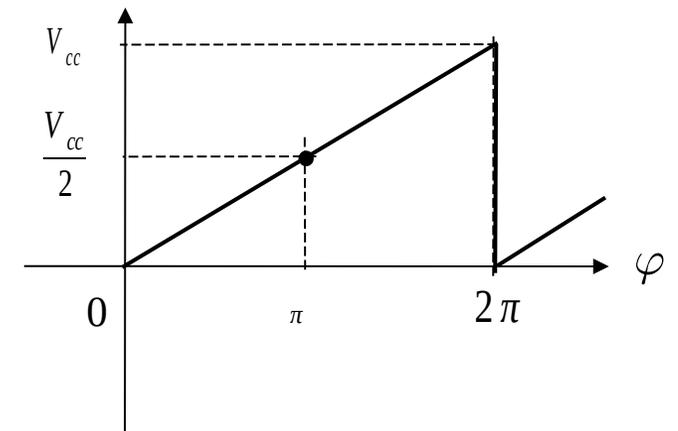
Comparateur de phase

4 Comparateurs de phase séquentiels

Bascule RS déclenchée sur un front



$$K_d = \frac{V_{cc}}{2\pi}$$



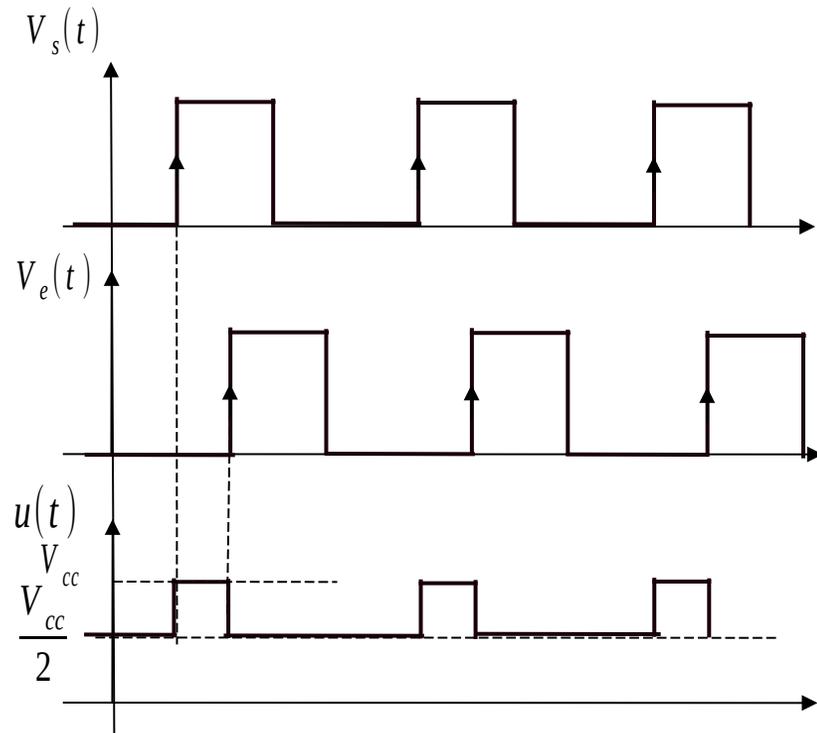
Comparateur de phase

Ces comparateurs sont intégrés et peuvent comporter deux sorties :

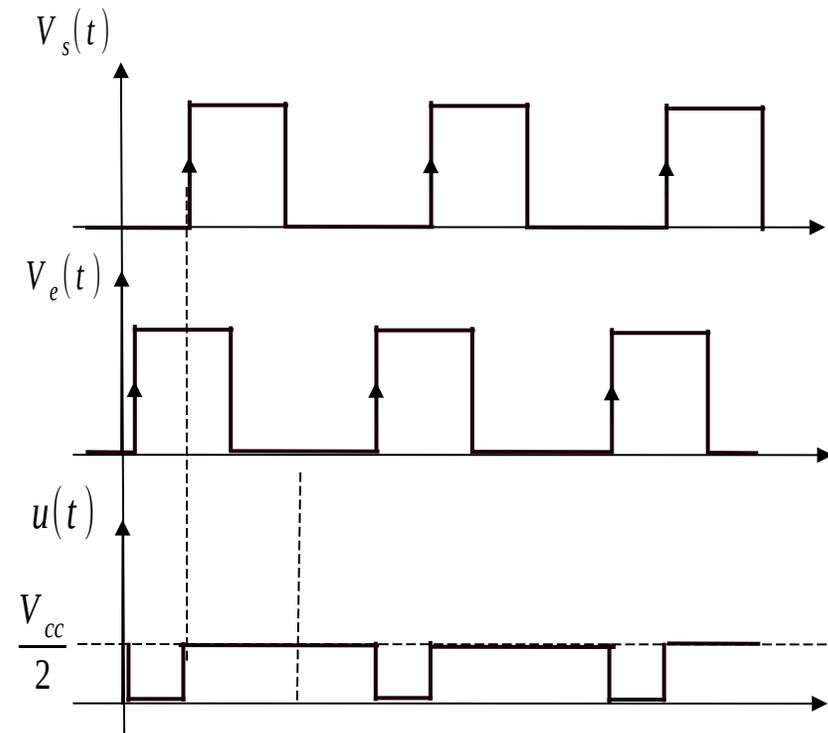
Une sortie comparaison de fréquence, où la valeur du signal dépend de la différence de fréquences (0 ou 1).

Une sortie comparaison de phase, où la valeur moyenne du signal est proportionnelle au déphasage des deux signaux.

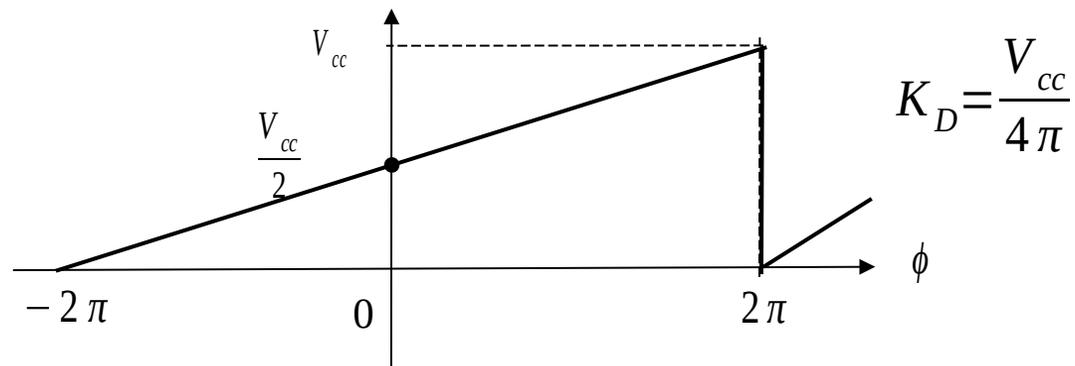
Comparateur de phase



V_s en avance par rapport à V_e

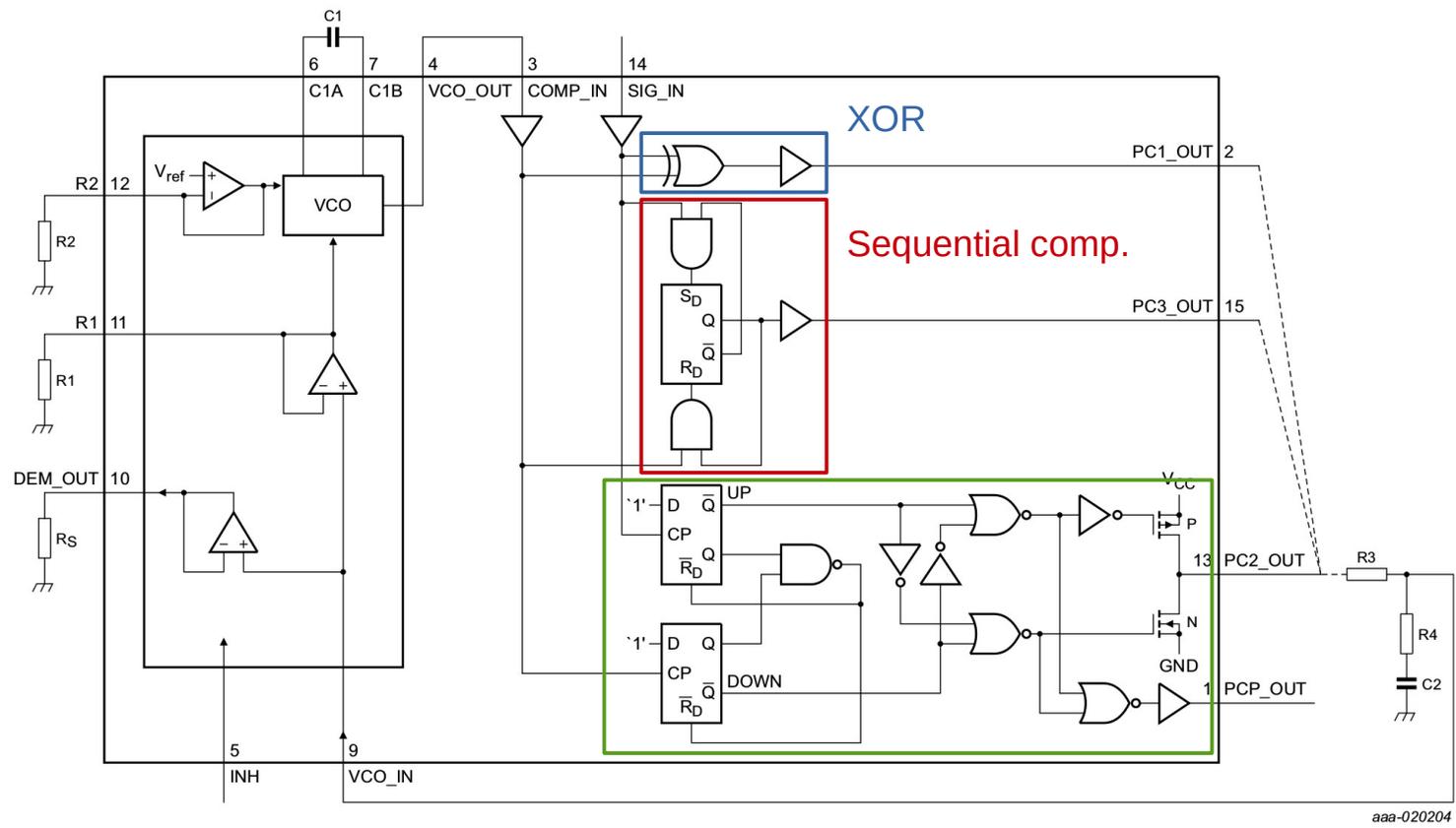


V_s en retard par rapport à V_e



Comparateur de phase

Example : PLL 74HC4046



Comparateur de phase

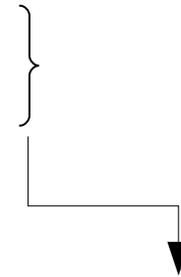
	Multiplieurs linéaires	Multiplieurs à découpage	Comparateurs combinatoires	Comparateurs séquentiels
$u_0(\varphi)$	NL (excepté autour de $\pi/2$)		Linéaire	
Pente	Dépend de v_e et v_s	Dépend de v_e	Indépendant de v_e et v_s	
Déclench.				Sur fronts
Rapport cyclique			50 %	Quelconque
φ	$0 \rightarrow \pi$	$0 \rightarrow \pi$	$0 \rightarrow \pi$	$0 \rightarrow 2\pi$
Verrouillage harmonique	Non	Non	Oui	Non

Filtre passe-bas

Le filtre est nécessaire afin de récupérer la composante continue ou basse fréquence du signal $u(t)$ issu du comparateur.

La fonction de transfert de la boucle est au moins du deuxième ordre et définie par trois éléments :

- La gain statique
- La pulsation propre du système non amorti
- La facteur d'amortissement réduit z

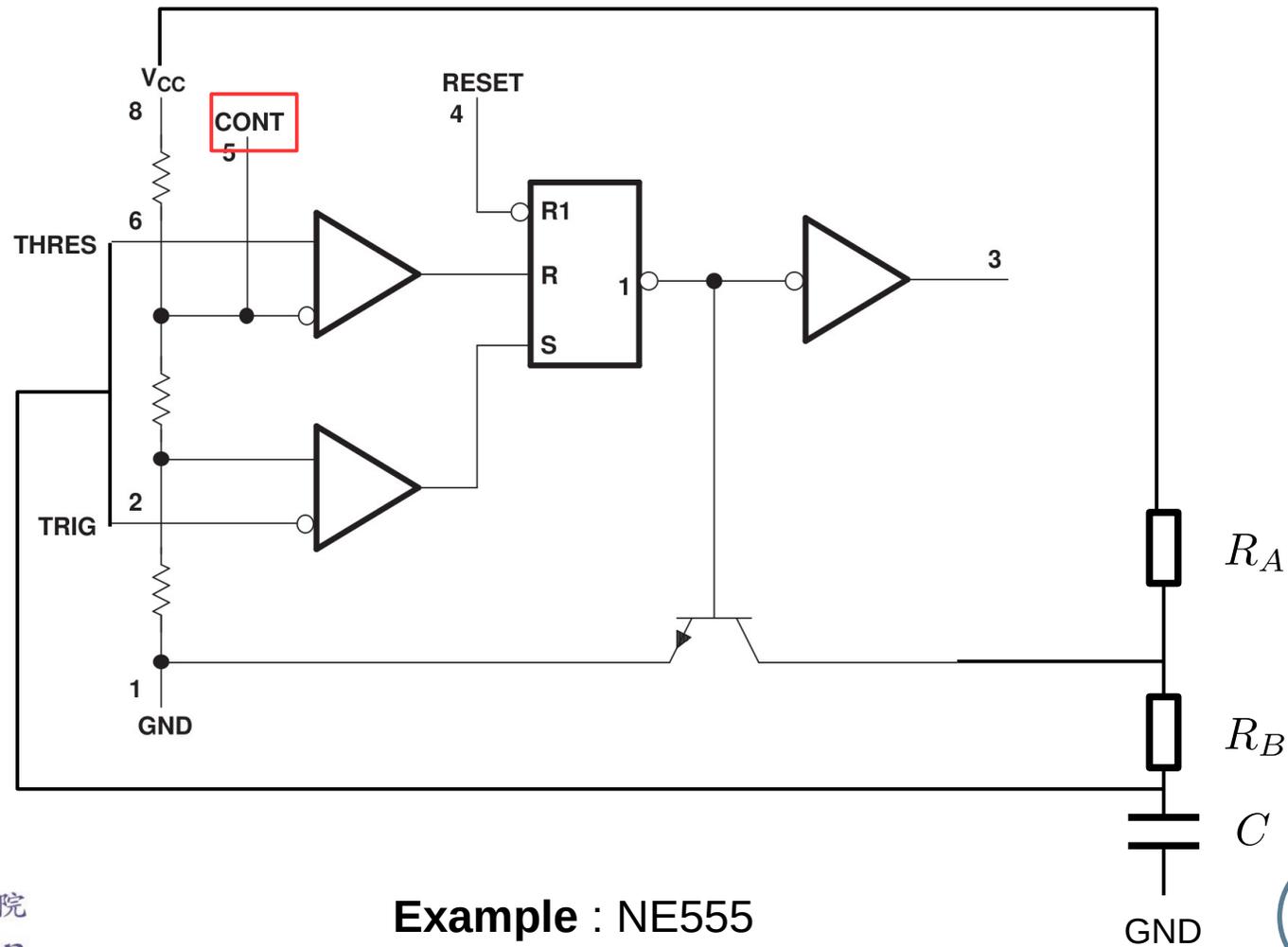


Fixés par le filtre, mais un simple filtre passif RC ne permet pas de choisir indépendamment ces deux paramètres

→ On utilise plutôt un réseau à retard de phase

Oscillateur contrôlé en tension

1 Oscillateurs à relaxation (voir le chapitre 3)



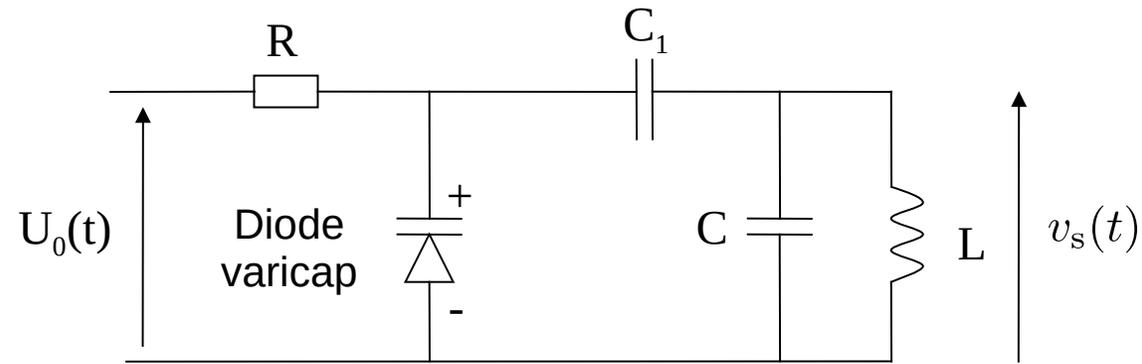
Example : NE555

Oscillateur contrôlé en tension

2 Oscillateurs à circuits accordé

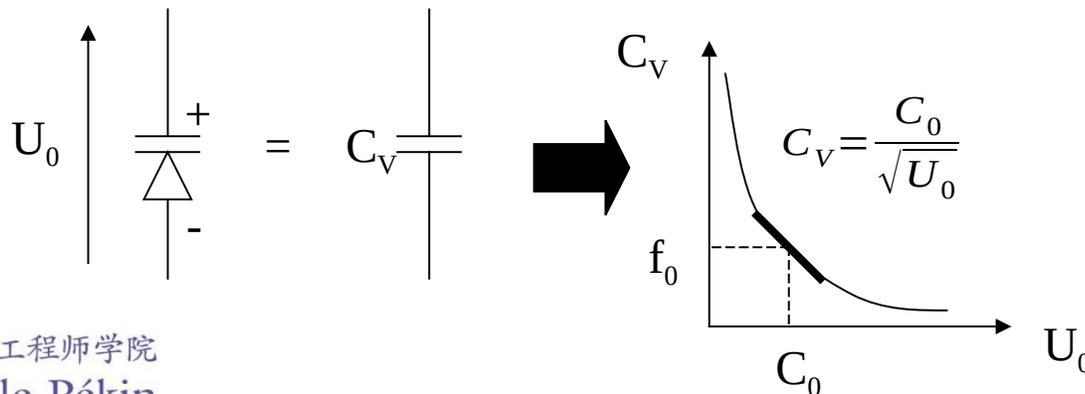
Circuit oscillant LC
(Collpits, Hartley, Clapp...)

R : haute résistance
 C_1 : Capacité de liaison



$$f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C + C_v)}}$$

Circuit équivalent de la diode varicap



$f_s \rightarrow$ Quelques dizaines MHz

Plan du cours

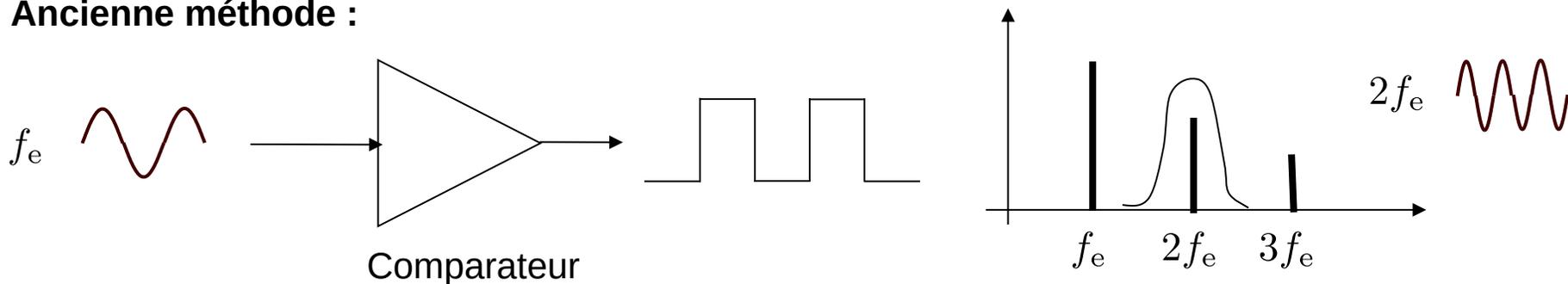
1) Introduction

2) Boucle à verrouillage de phase (PLL)

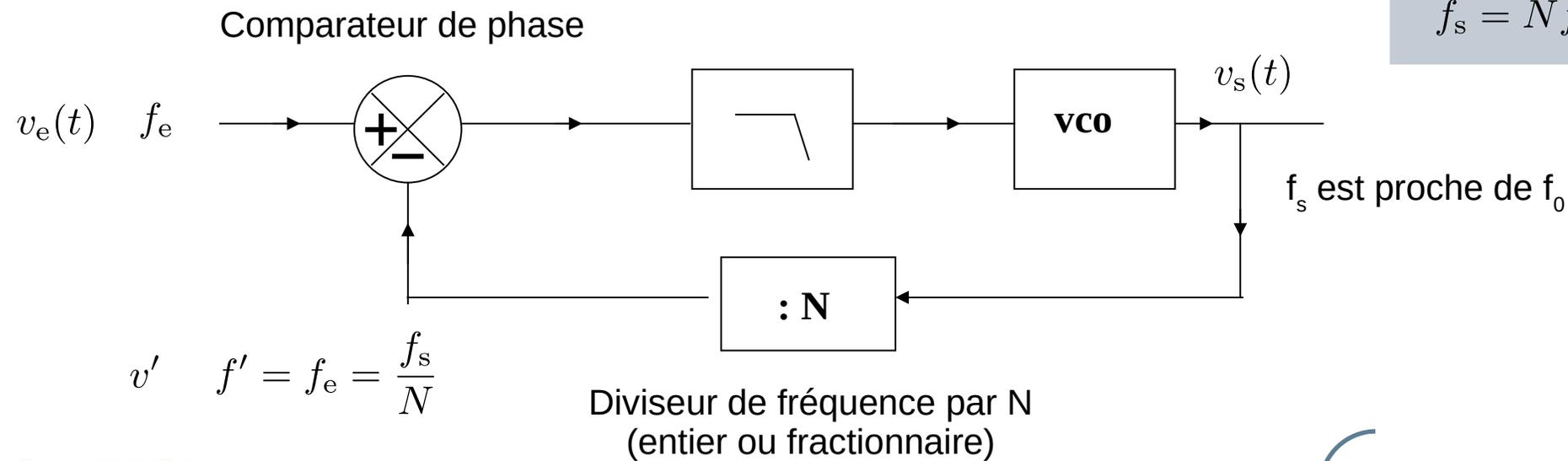
3) Applications de la PLL

Multiplicateur de fréquence

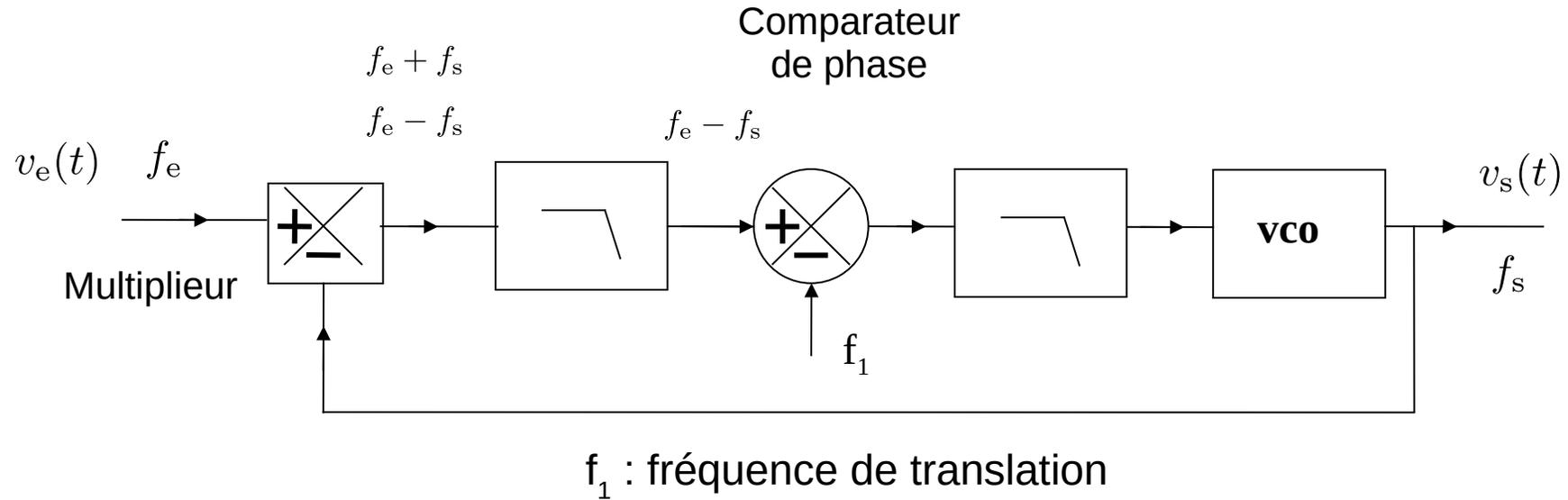
Ancienne méthode :



Méthode moderne :

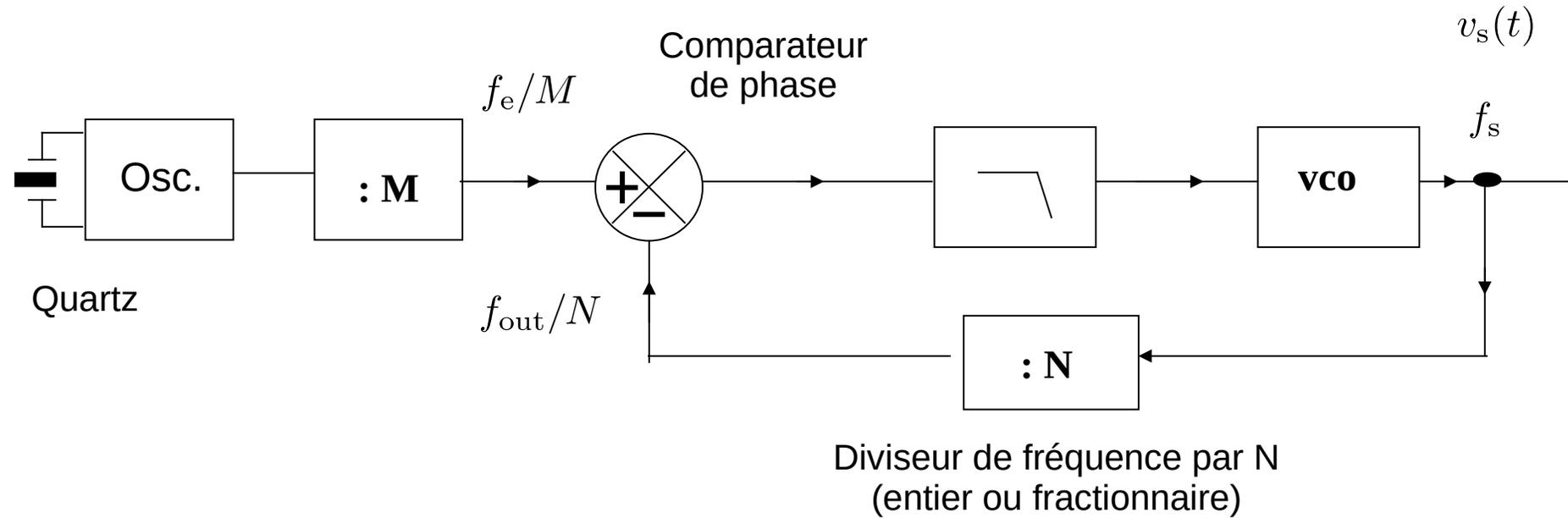


Translation de fréquence



$$f_s = f_e + f_1$$

Synthèse à sortie directe



Lorsque la PLL est verrouillée :

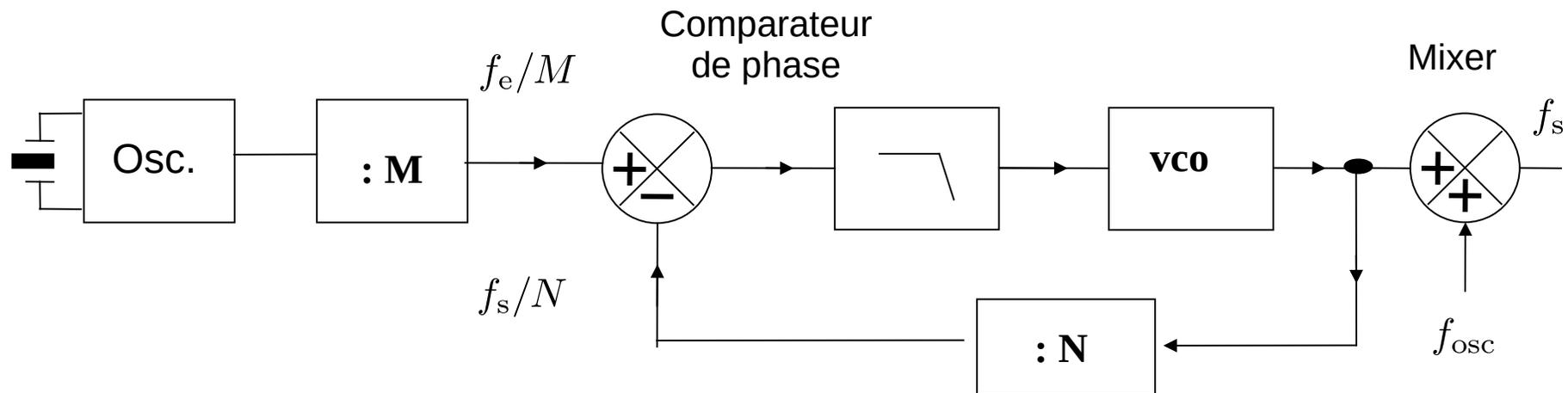
$$\frac{f_s}{N} = \frac{f_e}{M}$$



$$f_s = \frac{N}{M} f_e$$

Problème : Une PLL en HF est nécessaire !

Synthèse à sortie indirecte



Après filtrage :

$$f_s = f_{osc} + \frac{N}{M} f_e$$

Synthèse de fréquence pour GSM

UNITED STATES FREQUENCY ALLOCATIONS THE RADIO SPECTRUM

RADIO SERVICES COLOR LEGEND

- AERONAUTICAL MOBILE
- AERONAUTICAL MOBILE SATELLITE
- AERONAUTICAL RADIONAVIGATION
- AMATEUR
- AMATEUR SATELLITE
- BROADCASTING
- BROADCASTING SATELLITE
- EARTH EXPLORATION SATELLITE
- FIXED
- FIXED SATELLITE
- INTER-SATELLITE
- LAND MOBILE
- LAND MOBILE SATELLITE
- MARITIME MOBILE
- MARITIME MOBILE SATELLITE
- METEOROLOGICAL SATELLITE
- MOBILE
- MOBILE SATELLITE
- RADIO ASTRONOMY
- RADIO DETERMINATION SATELLITE
- RADIOLOCATION
- RADIOLOCATION SATELLITE
- RADIONAVIGATION
- RADIONAVIGATION SATELLITE
- SPACE OPERATION
- SPACE RESEARCH
- STANDARD FREQUENCY AND TIME SIGNAL
- STANDARD FREQUENCY AND TIME SIGNAL SATELLITE

ACTIVITY CODE

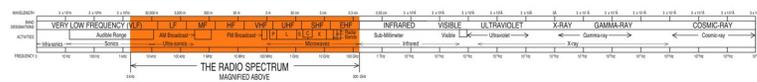
- GOVERNMENT EXCLUSIVE
- GOVERNMENT-NON-GOVERNMENT SHARED
- NON-GOVERNMENT EXCLUSIVE

ALLOCATION USAGE DESIGNATION

SERVICE	EXAMPLE	DESCRIPTION
Primary	FIXED	Capital Letters
Secondary	MOBILE	1st Capital with lower case letters

This chart is a graphic representation of the Table of Frequency Allocations used by the FCC and NTA. As such, it does not constitute either an agency or a licensee and is not intended to be used as a basis for legal action. Questions or comments regarding this chart should be directed to the current edition of the U.S. Handbook.

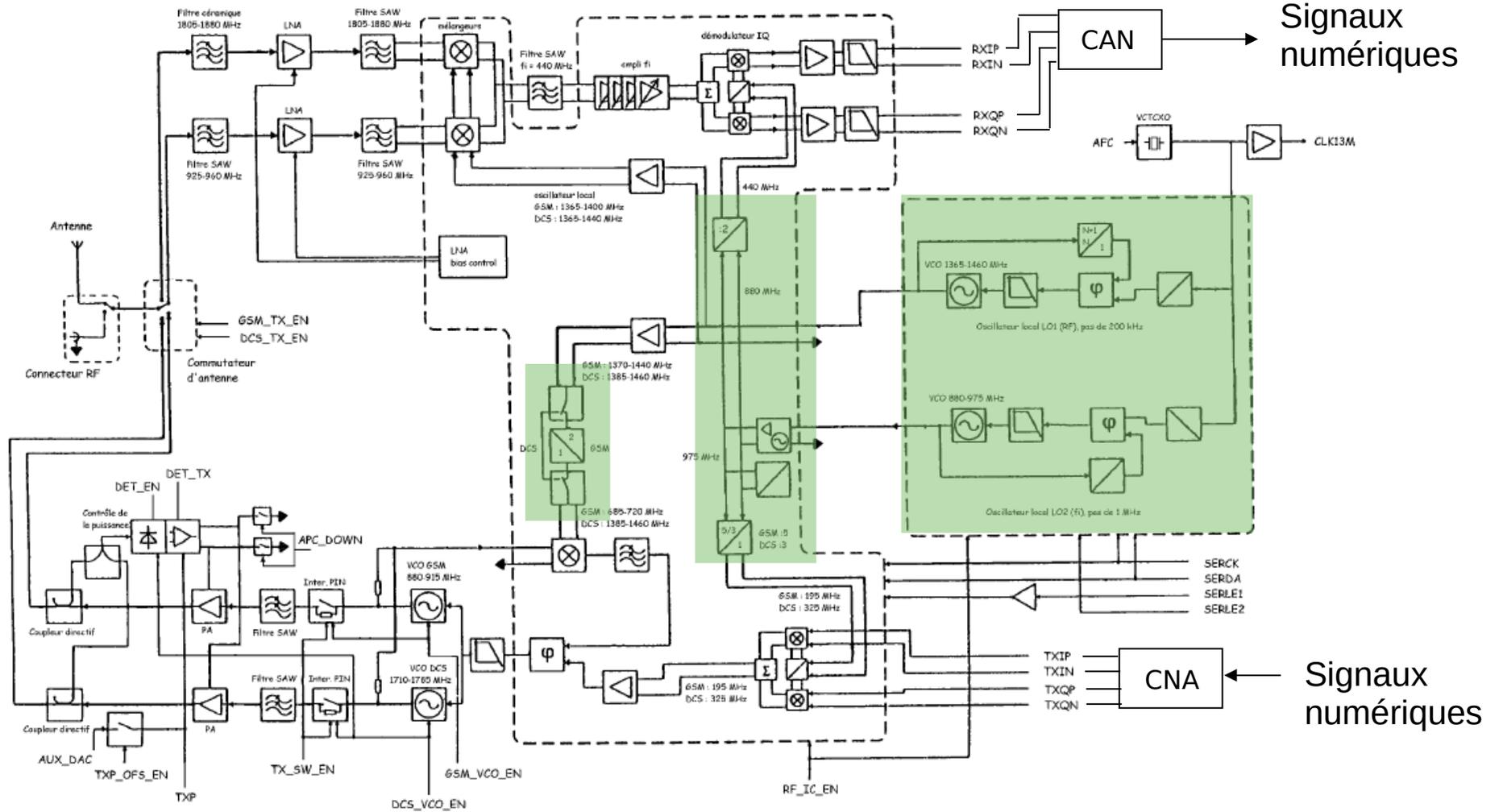
U.S. DEPARTMENT OF COMMERCE
National Telecommunications and Information Administration
Office of Spectrum Management
October 2003



PLEASE NOTE: THE GRAPHICAL FREQUENCY ALLOCATIONS ARE NOT PROPORTIONAL TO THE ACTUAL AMOUNT OF FREQUENCY OCCUPIED.

Synthèse de fréquence pour GSM

Source : Jean-Philippe Muller



Synthèse de fréquence pour GSM

Pas : 200 kHz $M = 65$

$f_{\min} = N_{\min} / M f_e \rightarrow N_{\min} = 6850$

$f_{\max} = N_{\max} / M f_e \quad N_{\max} = 7300$

Pas : 200 kHz $M = 13$

$f_{\min} = N_{\min} / M f_e \rightarrow N_{\min} = 880$

$f_{\max} = N_{\max} / M f_e \quad N_{\max} = 975$

Signal sinusoïdal

$f \in [1365, 1460]$ MHz

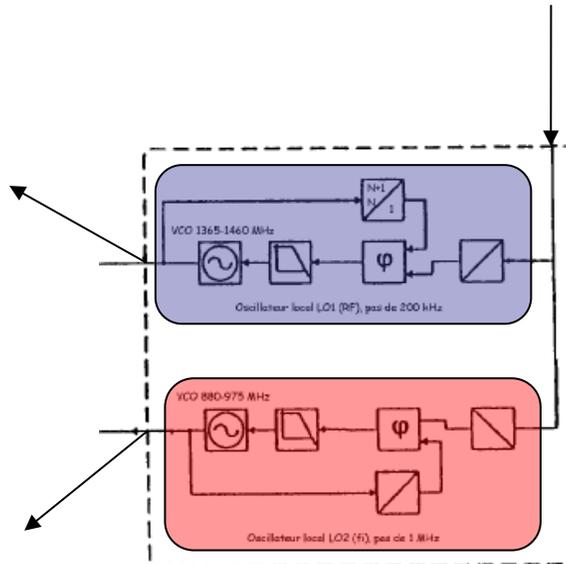
Pas : 200 kHz

Signal sinusoïdal

$f \in [880, 975]$ MHz

Pas : 1 MHz

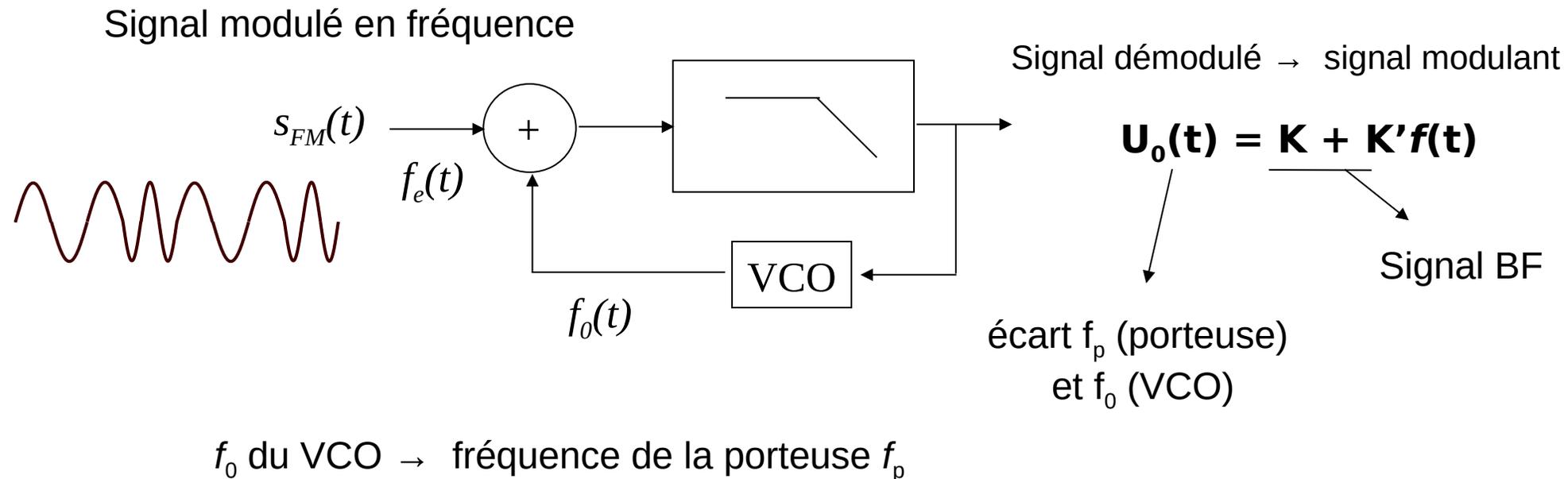
Oscillateur à quartz @ 13MHz



Démodulation de fréquence

Signal modulé en fréquence : $s_{FM}(t) = E \cos [2\pi(f_p + f(t))t]$

Fréquence instantanée : $f = f_p + f(t)$



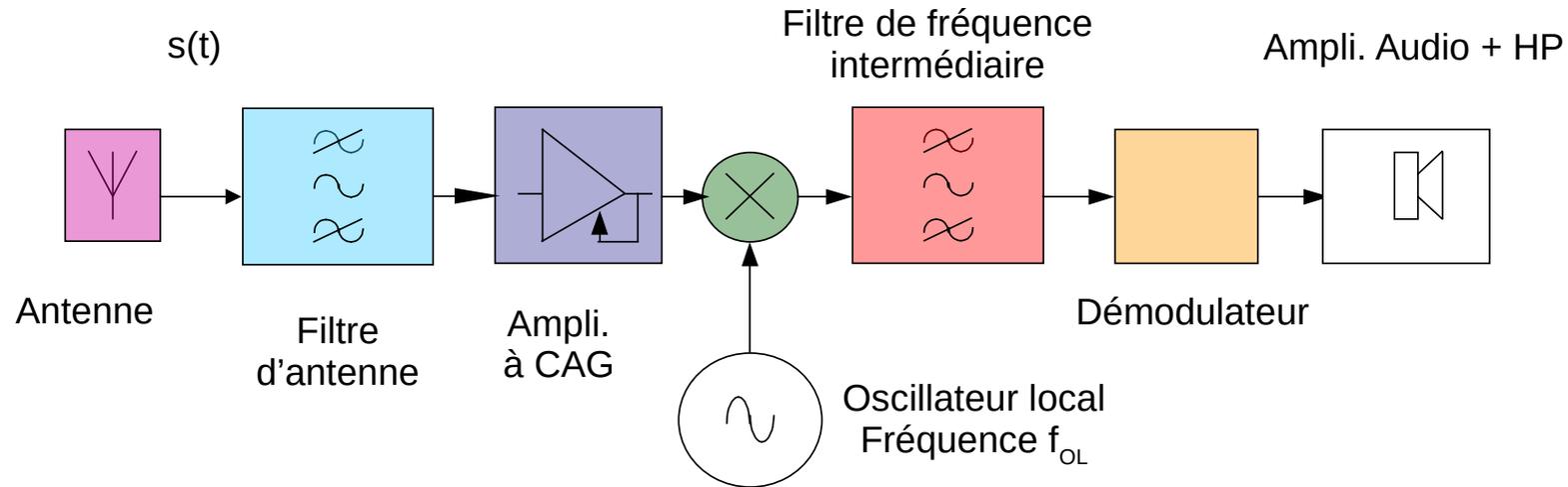
Démodulation de fréquence

Remarques :

- La distorsion du signal est d'autant plus faible que le VCO est linéaire
- Le filtre passe-bas doit laisser passer le signal $f(t)$
- La gamme de verrouillage doit correspondre à la largeur de bande de la modulation en fréquence

Principe d'hétérodynage

Schéma classique d'un récepteur radio-fréquence (RF)



Type d'émission	Bande de fréquences	Fréquences d'émission	Fréquence intermédiaire
AM	9 kHz	150 → 275 kHz (GO) 275 → 520 kHz (MO) 540 → 1605 kHz (PO)	455 kHz
FM	225 kHz	87 → 107 MHz	10,7 MHz



AUDACE • EXIGENCE • RESPECT