Travaux dirigés de Francais des Sciences - Physique 6 :
Mouvement d'une particule chargée

École Centrale Pékin

Année 1

Application du cours

Exercice 1 : Un électron et un proton sont dans un champ magnétique

On considère un électron et un proton, de même énergie cinétique initiale, soumis à un même champ magnétostatique uniforme, normal à la vitesse initiale. Ils décrivent des trajectoires circulaires. Comparer

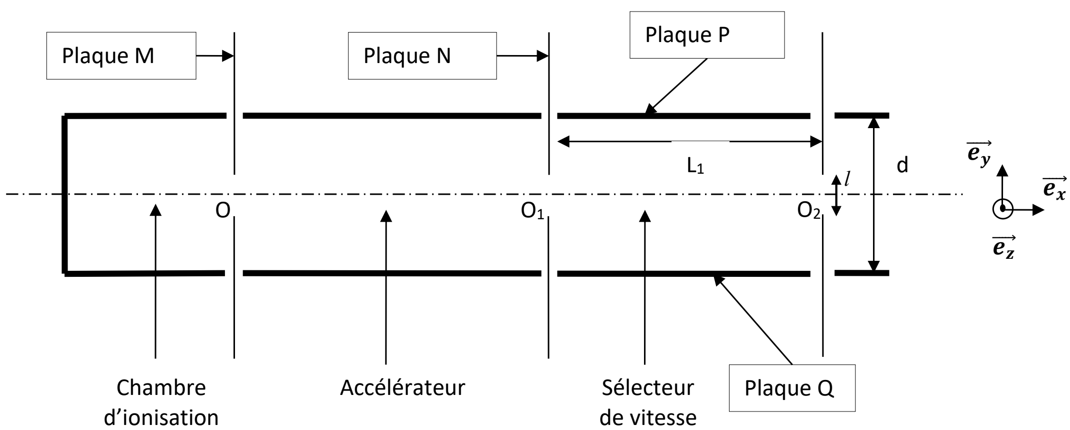
1. leur vitesse,
2. le rayon de leur trajectoire,
3. leur période.

S'entraîner

Exercice 2 : Étude d'un spectromètre de masse

On considère le dispositif ci-dessous constitué :

- d'une chambre d'ionisation, de longueur L, permettant la production d'ions ${}^{20}_{10}\mathrm{Ne}^+$ et ${}^{22}_{10}\mathrm{Ne}^+$;
- un accélérateur dans lequel règne un champ électrique uniforme créé par une tension U_0 établie entre les deux plaques M et N.
- d'un sélecteur de vitesse (de largeur $d = 5\text{cm}$ et longueur L_1) dans lequel règne :
  - un champ électrique uniforme $\overrightarrow{E}_1 = E_1\overrightarrow{e_y}$ créé par une tension $U1$ établie entre les deux plaques Q et P ;
  - un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B_1\overrightarrow{e_z}$ avec $B_1 = 0,1$ T.



1. **Chambre d'ionisation :** Calculer les masses des ions ${}^{20}_{10}Ne^+$ et ${}^{22}_{10}Ne^+$ notées respectivement m_1 et m_2.
   <u>*Données :*</u> masse de l'électron $m_e = 9,110 \times 10^{-31}$ kg ; masse du proton $m_p = 1,672 \times 10^{-27}$ kg ; masse du neutron $m_n = 1,674 \times 10^{27}$ kg
2. **Accélérateur :**
   a) Quelle est la nature du mouvement des ions ?
   b) Déterminer le signe de la tension U_0.
   c) Déterminer la vitesse v_1 des ions ${}^{20}_{10}Ne^+$ en O_1 en supposant que leur vitesse est nulle en O.
   d) Exprimer la vitesse v_2 des ions ${}^{22}_{10}Ne^+$ en O_1 (en supposant que leur vitesse est nulle en O) en fonction des masses et de v_1.
   e) Calculer v_1 et v_2 avec la charge élémentaire $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C et $U_0 = 1200$ V.
3. **Sélecteur de vitesse :** On règle U_1 de sorte que le mouvement des ions ${}^{20}_{10}Ne^+$ soit rectiligne uniforme de trajectoire O_1O_2.
   a) Déterminer la valeur de U_1.
   b) Par une approche qualitative, déterminer dans quelle direction seront déviés les ions ${}^{22}_{10}Ne^+$. Conclure.
   c) Il eiste un trou de taille l à la fin du sélecteur de vitesse. trouver une relation entre L_1 et l pour que les ions ${}^{22}_{10}Ne^+$ ne puissent pas sortir (c'est-à-dire ne puissent pas passer le trou). On suppose ici que la composante de la vitesse v_x selon $\overrightarrow{e_x}$ ne change pas et est très grande devant la composante v_y selon $\overrightarrow{e_y}$.

Exercice 3 : Étude d'un spectromètre de masse

Un cyclotron est un accélérateur de particules qui utilise l'action combinée d'un champ électrique $\overrightarrow{E}$ et d'un champ magnétique $\overrightarrow{B}$.

Le cyclotron est constitué de deux demi-cylindres horizontaux de rayon R très légèrement écartés et creux, les "*Dees*", au sein desquels règne un champ magnétique $\overrightarrow{B}$ uniforme et constant d'intensité $B = 1,67$ T (figure 1). À l'intérieur des *Dees*, il règne un vide poussé. Entre ces deux *Dees* une tension haute fréquence de valeur maximale $U = 100$ kV crée un champ $\overrightarrow{E}$ perpendiculaire aux faces internes des *Dees* (parallèle à la direction Ox sur la figure 2).

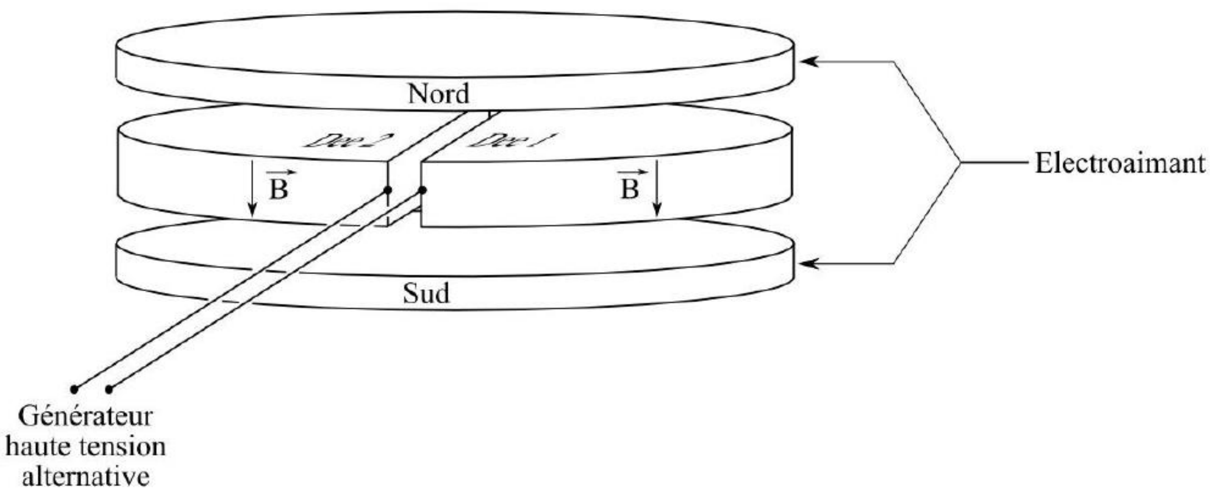


Figure 1 – Vue générale du cyclotron

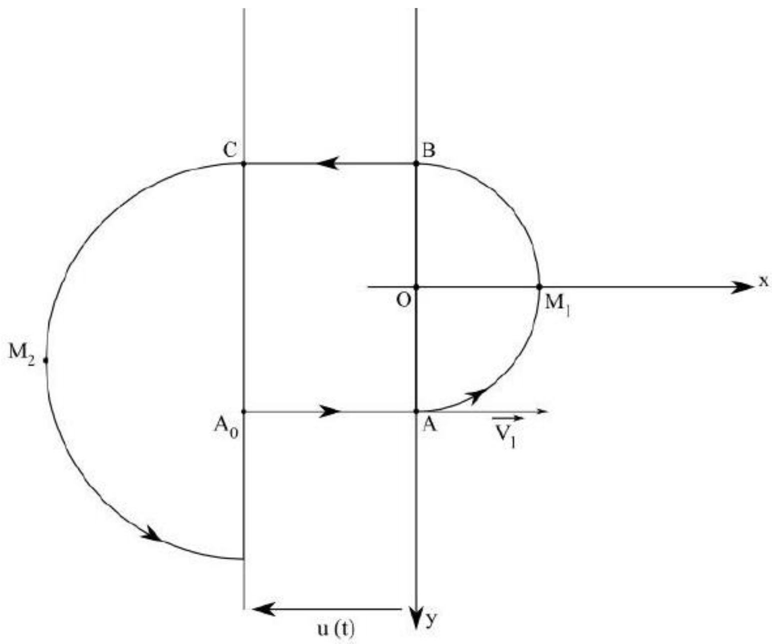


Figure 2 – Vue de dessus du cyclotron

Des protons de masse $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$ kg et de charge $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C, animés d'une vitesse horizontale négligeable, sont injectés au point A_0 de l'espace séparant les deux *Dees*.

Dans tout le problème, la force de Lorentz sera la seule force prise en compte.

1. **Étude du mouvement dans les *Dees* :** On étudie le mouvement d'un proton qui pénètre pour la première fois dans le *Dee* 1 en A avec la vitesse $\overrightarrow{v_1}$, de valeur v_1.
   a) Pourquoi ne considère-t-on que la force de Lorentz dans ce problème ?
   b) Montrer que le mouvement du proton dans un *Dee* est uniforme.
   c) Représenter sur le schéma de la figure 2 les vecteurs champ magnétique dans chacun des *Dees*, les vecteurs vitesse et force de Lorentz aux points M_1 et M_2.
   d) Par application de la relation fondamentale de la dynamique, établir le système d'équations différentielles couplées auxquelles satisfont les composantes v_x et v_y de son vecteur vitesse $\overrightarrow{v}(t)$. On introduira la pulsation cyclotron $\omega_c = \dfrac{eB}{m}$
   e) Montrer que la trajectoire du proton dans le *Dee* 1 est un cercle de rayon $R_1 = \dfrac{v_1}{\omega_c}$.

   Ce résultat se généralise et la trajectoire lors de la $n^{\text{ième}}$ traversée d'un *Dee* sera circulaire uniforme de rayon $R_n = \dfrac{v_n}{\omega_c}$.

   f) Exprimer, en fonction de R_n, la distance d parcourue dans un *Dee* lors du $n^{\text{ième}}$ demi-tour.
   g) Montrer que la durée Δt de parcours de la trajectoire dans un *Dee* est indépendante de la vitesse du proton et donner son expression en fonction de m, e et B.

2. **Étude du mouvement entre les *Dees* :** Entre les *Dees*, qui sont très faiblement écartés, le proton décrit une trajectoire rectiligne et est accéléré.
   a) Préciser la direction et le sens que doit avoir le champ électrique $\overrightarrow{E}$ entre les *Dees* quand le proton décrit A_0A puis BC. Dans chaque cas, quel doit être le signe de la tension u entre les *Dees* pour que les protons soient toujours accélérés quand ils passent entre les *Dees* ?
   b) Le schéma de la figure 3 fournit le graphe de la tension $u(t)$.

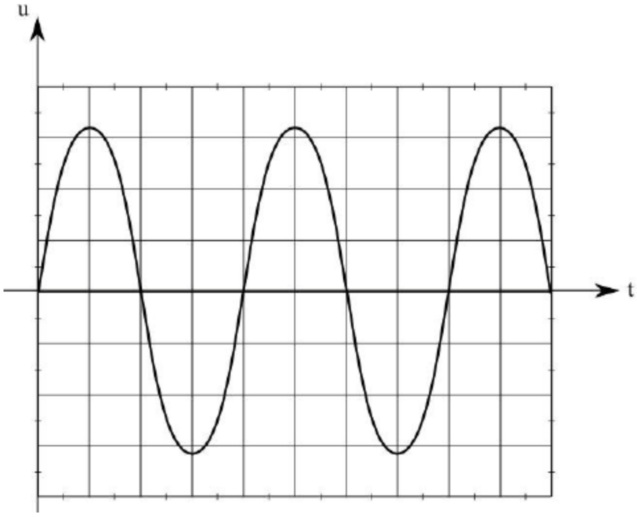


Figure 3 – Évolution de la tension u en fonction du temps

Noter sur ce graphe :
- le moment où le proton passe de A_0 à A, puis lorsqu'il passe de B à C ;
- la durée Δt de parcours de la trajectoire dans chacun des *Dees*.

c) Donner la relation entre la période T de la tension $u(t)$ et la durée Δt. En déduire l'expression de la fréquence f de $u(t)$ en fonction de m, e et B.

Pour aller plus loin

Exercice 4 : Mouvement avec frottements

On considère une particule chargée positivement (q), de masse m, en mouvement par rapport à un référentiel $\mathcal{R}$ dans un champ magnétique uniforme et constant $\vec{B} = B_0\vec{e}_z$. La particule se situe initialement en O, avec une vitesse $\vec{v}_0 = v_{0,x}\vec{e}_x + v_{0,y}\vec{e}_y$. Elle est en outre soumise à une force de frottement de la forme $\vec{F} = -kv^2\frac{\vec{v}}{v}$ où k est une constante positive.
Montrer que la norme de la vitesse de la particule décroît au cours du temps.
Atteint-on la vitesse nulle au bout d'un temps fini ?