

OMPP 6

Milieux conducteurs

École Centrale Pékin

2019-2020

Table des matières

2	L'effet Hall(1879)	2
2.1	Une approche phénoménologique	2
2.2	Le champ de HALL - la tension de HALL	2
2.3	Loi d'Ohm modifiée	3
3	Force de Laplace	4
3.1	Introduction : les rails de LAPLACE	4
3.2	Expression	4
3.3	Illustration classique : la roue de Barlow	5

2 L'effet Hall(1879)

L'effet HALL (ch : 霍尔效应) a été découvert par Edwin Herbert HALL (1855 - 1938) en 1879.

2.1 Une approche phénoménologique

Considérons un ruban en métal parallélépipédique de section $a \times b$ (cf. figure 1). Sous l'effet d'un champ électrique dont la direction est portée par x , des électrons se déplacent selon l'axe x (ils subissent la force $-e\vec{E}$) (figure 2). On applique alors un champ magnétique selon l'axe z . Pendant un régime transitoire, les électrons sont déviés par la composante $-e\vec{v} \wedge \vec{B}$ de la force de Lorentz : une partie vient alors s'accumuler contre une des faces du ruban (charges -); sur la face en regard, le déficit en charges négatives est responsable d'une charge globale + (figure 3). Ces charges statiques créent donc un nouveau champ électrique \vec{E}_H parallèle à l'axe y qui crée une force qui vient compenser la force $-e\vec{v} \wedge \vec{B}$ de sorte que les électrons retrouvent une trajectoire rectiligne à la fin de ce régime transitoire (figure 4).

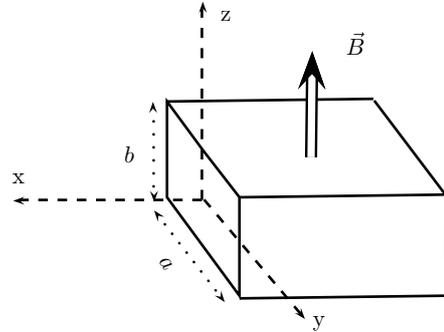


FIGURE 1 – Géométrie de l'étude

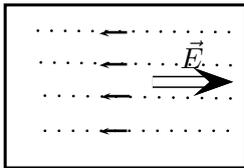


FIGURE 2 – Sous l'effet du champ électrique, les électrons ont une trajectoire rectiligne.

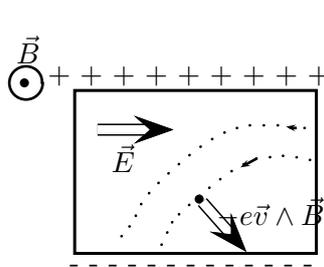


FIGURE 3 – Le champ magnétique dévie la trajectoire des électrons qui viennent s'accumuler sur une des faces du ruban (période transitoire).

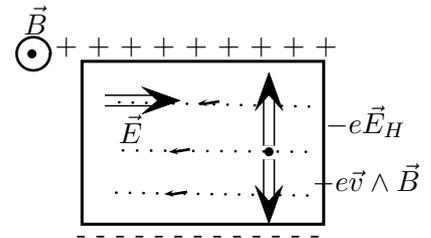


FIGURE 4 – Cette accumulation de charges crée un champ électrique qui compense le terme $\vec{v} \wedge \vec{B}$. Un nouveau régime permanent apparaît et la trajectoire des électrons est à nouveau rectiligne.

2.2 Le champ de Hall - la tension de Hall

2.2.1 Champ électrique de Hall : définition

Lorsqu'un conducteur parcouru par un courant est soumis à un champ magnétique \vec{B} , un champ électrique (dit *champ de Hall*) \vec{E}_H supplémentaire apparaît :

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B}$$

où \vec{v} désigne la vitesse des porteurs de charges par rapport au conducteur.

Ce résultat a été interprété au paragraphe 2.1

2.2.2 Tension de Hall

Avec la géométrie décrite au paragraphe 2.1, il existe entre les deux faces parallèles au champ magnétique \vec{B} et au courant I une différence de potentiel V_H dite *tension de HALL* telle que :

$$V_H = R_H \frac{IB}{b} \quad \text{où} \quad \boxed{R_H \triangleq \frac{1}{Nq}} \quad \text{se nomme } \textit{constante de HALL}$$

Si l'on note $\vec{v} = v\vec{u}_x$ et $\vec{B} = B\vec{u}_z$ alors :

$$\vec{E}_H = -\vec{v} \wedge \vec{B} = vB\vec{u}_y$$

En supposant v et B constant le champ Hall est alors uniforme et on calcule

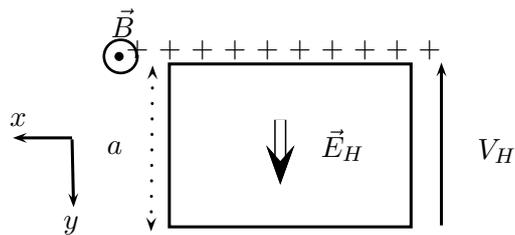
$$V_H = aE_H = avB$$

Comme $I = jab$ avec $\vec{j} = Nq\vec{v}$

On obtient finalement :

$$V_H = R_H \frac{IB}{b} \text{ avec } R_H = \frac{1}{Nq}$$

 Démontrer le résultat précédent en supposant v et B uniformes.



2.2.3 Applications

Grâce à la tension de HALL, on peut enfin accéder au signe des porteurs de charge. En effet, le signe du courant étant connu (mesuré par un ampèremètre), la mesure de V_H permet donc d'accéder au signe de q . Historiquement, c'est ainsi qu'on a pu découvrir le signe des porteurs de charge mobiles dans un conducteur!

Les *capteurs à effet HALL* sont des transducteurs qui produisent une tension proportionnelle à une composante du champ magnétique auquel ils sont soumis. Ils équipent les *sondes à effet HALL* que l'on utilise dans les laboratoires de lycée.

2.2.4 Ordres de grandeur

- Pour le cuivre, par exemple, $q = -e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C et $N = 8,5 \cdot 10^{28}$ m⁻³ donc

$$R_H = \frac{1}{nq} = \frac{1}{8,5 \cdot 10^{28} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})} = -0,74 \cdot 10^{-10} \text{ m}^3 \cdot \text{C}^{-1}$$

Expérimentalement, on obtient : $R_H = -0,5 \cdot 10^{-10}$ m³·C⁻¹ : le modèle théorique, sur ce point, rend compte de l'expérience.

Par ailleurs, pour un ruban tel que $a = 10$ mm et $b = 0,10$ mm avec $I = -10$ A et $B = 1,0$ T, on trouve :

$$V_H = \frac{1}{Nq} \frac{IB}{b} = \frac{1}{8,5 \cdot 10^{28} \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})} \frac{-10 \cdot 1}{10^{-4}} = 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ V}$$

- Pour d'autres métaux, comme le fer ou le plomb, des écarts importants apparaissent. Un modèle classique ne suffit plus à rendre compte de l'expérience, il faut faire appel à la physique quantique.

2.3 Loi d'Ohm modifiée

Dans un milieu ohmique de conductivité γ soumis localement aux champs \vec{E} et \vec{B} , la loi locale d'Ohm s'écrit :

$$\vec{j} = \gamma \left(\vec{E} + R_H \vec{j} \wedge \vec{B} \right) = \gamma \left(\vec{E} + \frac{\vec{j}}{Nq} \wedge \vec{B} \right)$$

Cette loi d'Ohm modifiée est une coquetterie : les ordres de grandeurs étant souvent tels que $\|\vec{E}\| \gg \left\| \frac{\vec{j}}{Nq} \wedge \vec{B} \right\|$, l'utilisation de la classique relation $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ demeure légitime.

3 Force de Laplace

3.1 Introduction : les rails de Laplace

Le dispositif des **rails de Laplace** est représenté sur la figure 5. Une tige métallique mobile est posée sur deux rails métalliques parallèles. Un générateur de courant (non représenté) ferme le circuit : un courant circule donc dans les rails et la tige mobile. Dans l'expérience de la figure 5 de gauche, la tige demeure immobile tandis que pour la figure 5 de droite, la tige se met en mouvement : **un conducteur électrique parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique est soumis à des efforts nommés forces de Laplace**.

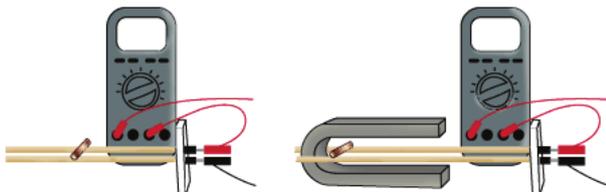


FIGURE 5 – Expérience des rails de LAPLACE (figure de gauche : absence de champ magnétique / figure de droite : présence d'un champ magnétique)

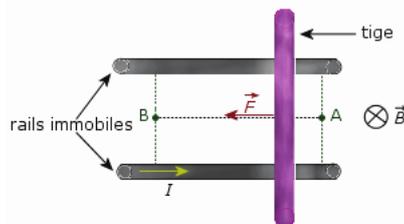


FIGURE 6 – Interprétation (vue de haut)

3.2 Expression

3.2.1 Énoncé

- Sur un élément de conducteur, centré sur M , de volume $d\tau$, parcouru par un courant volumique $\vec{j}(M, t)$ et placé dans un champ magnétique $\vec{B}(M, t)$, s'exerce une force infinitésimale dite de «Laplace» :

$$d\vec{F}(M, t) = \left(\vec{j}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t) \right) d\tau$$

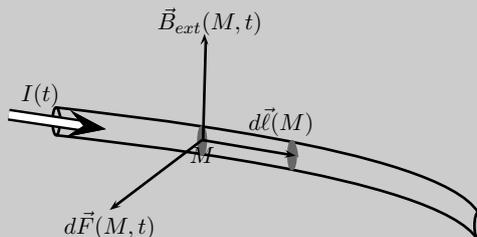
- Pour une distribution surfacique de courant de densité superficielle $\vec{j}_s(M, t)$ et un élément de surface $dS(M)$, on a l'équivalence $\vec{j}(M, t)d\tau = \vec{j}_s(M, t)dS(M)$ soit :

$$d\vec{F}(M, t) = \left(\vec{j}_s(M, t) \wedge \vec{B}_{ext}(M, t) \right) dS$$

- Sur un élément de conducteur filiforme, centré sur M , de longueur $d\ell$, parcouru par un courant d'intensité I et placé dans un champ magnétique $\vec{B}_{ext}(M, t)$, s'exerce une force infinitésimale dite de «Laplace» :

$$d\vec{F}(M, t) = I(M, t)d\vec{\ell} \wedge \vec{B}_{ext}(M, t)$$

^a Le sens de $d\vec{\ell}$ est celui de l'orientation arbitraire de l'intensité.



^a. Dans les deux dernières expressions obtenues, on se limite au champ extérieur car le champ propre n'est pas défini sur le fil ou à la surface de la distribution surfacique.

Preuve (hors-examen) : Supposons le régime établi et la vitesse des porteurs de charge uniforme.

On a vu au 2, que la composante $q\vec{E}_H$ compensait la composante $q\vec{v} \wedge \vec{B}$ qui s'exerçait sur les porteurs de charge **mobiles**. La situation est différente pour les porteurs de charge immobiles qui sont de charge opposée $-q$: la composante $-q\vec{0} \wedge \vec{B}$ est nulle mais la composante $-q\vec{E}_H$ ne l'est pas. Le tableau de la figure 7 propose un résumé :

Composante	Charges mobiles	Charges immobiles
	charge q	charge $-q$
magnétique	$q\vec{v} \wedge \vec{B}$	$-q\vec{0} \wedge \vec{B}$
électrique	$q\vec{E}_H = -q\vec{v} \wedge \vec{B}$	$-q\vec{E}_H = q\vec{v} \wedge \vec{B}$
somme	$\vec{0}$	$-q\vec{E}_H = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

FIGURE 7 – Bilan des forces électromagnétiques sur les charges

Si $n(P)$ désigne la densité volumique des porteurs de charge autour de P , il s'exerce sur un volume $d\tau$ centré sur P , la force :

$$d\vec{F} = -qn(P)\vec{E}_H d\tau = \underbrace{n(P)q\vec{v}}_{\vec{j}(P)} \wedge \vec{B} d\tau$$

que l'on écrira $d\vec{F} = Id\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ si l'on adopte une modélisation linéique.

3.2.2 La force de Laplace n'est pas la composante magnétique de la force de Lorentz !

- **Il ne faut pas confondre :**
 - la composante magnétique $q\vec{v}(M, t) \wedge \vec{B}(M, t)$ de la force de Lorentz qui s'exerce sur *une particule chargée de vitesse $\vec{v}(M, t)$ placée dans le champ $\vec{B}(M, t)$* ;
 - la force de Laplace $d\vec{F} = \vec{j} \wedge \vec{B} d\tau$ (ou $d\vec{F} = Id\vec{\ell} \wedge \vec{B}$) qui s'exerce sur *une portion de conducteur placée dans un champ magnétique*.
- En particulier, vous remarquerez que la composante magnétique de la force de Lorentz ne travaille jamais tandis que la force de Laplace travaille.

L'origine de la force de LAPLACE à l'échelle microscopique est bien la force de Lorentz mais s'en suit un transfert de quantité de mouvement des porteurs de charges en mouvement par rapport au réseau au porteurs de charges immobiles du réseau : chaque porteur sous l'effet du champ magnétique acquiert une quantité de mouvement transversale. En régime établi, il ne peut que se déplacer longitudinalement. Il cède donc cette quantité de mouvement au réseau constitué par les ions fixes du conducteur.

3.3 Illustration classique : la roue de Barlow

Une roue de Barlow (cf. figures 8 et 9) se compose principalement d'un disque en cuivre pouvant tourner librement autour d'un axe horizontal passant par son centre O . Un générateur de courant fait circuler un courant I dans la roue : il pénètre par le point O et ressort par le point A du bain de mercure qui permet ainsi de fermer le circuit. La roue est placée dans l'entrefer d'un aimant. Sous l'effet des actions de LAPLACE, la roue est en rotation.



FIGURE 8 – Roue de Barlow présente dans les collections de lycée

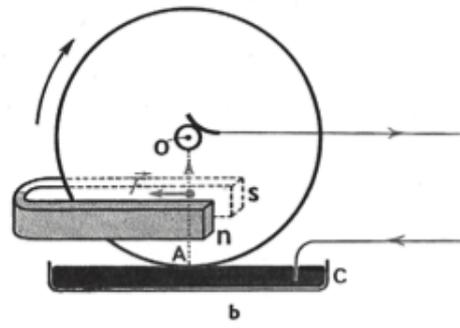


FIGURE 9 – Interprétation