

OMPP 7

Dipôles

École Centrale Pékin

2019-2020

Table des matières

1.7	Action d'un champ électrostatique extérieur sur un dipôle rigide	2
-----	--	---

1.6 Action d'un champ électrostatique extérieur sur un dipôle rigide

Jusqu'à maintenant on s'est intéressé au champ créé par un dipôle. Dans ce paragraphe, on cherche à déterminer les actions mécaniques exercées par un champ électrostatique (qu'on va nommer «extérieur» pour le distinguer du champ électrostatique créé par le dipôle) sur le dipôle.

1.6.1 Actions exercées par un champ extérieur uniforme sur le dipôle

□ Un champ électrostatique uniforme est-il uniforme ?!

Si on modélise le dipôle par une charge $-q$ placée en N et une charge $+q$ placée en P, le dipôle «ressentira» un champ électrostatique uniforme si $\vec{E}_{ext}(N) \approx \vec{E}_{ext}(P)$ autrement dit, si les variations spatiales du champ extérieur sont négligeables à l'échelle du dipôle.

Si les variations spatiales du champ électrostatique extérieur sont négligeables à l'échelle du dipôle, ce champ électrostatique sera considéré comme uniforme pour le dipôle.

□ Actions exercées par un champ extérieur uniforme sur le dipôle

- Le torseur des actions exercées par le champ extérieur \vec{E}_{ext} uniforme à l'échelle du dipôle est le couple ^a :


$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = \vec{0} \\ \vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext} \end{array} \right\}$$

- L'énergie potentielle d'interaction du champ électrique avec le dipôle électrostatique est :

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext}$$

- Le champ extérieur \vec{E}_{ext} a *tendance* à aligner le dipôle électrostatique \vec{p} dans sa direction et dans son sens.

a. On admettra que le résultat persiste si $\vec{E}_{ext}(t)$ dépend du temps t mais «qu'il ne varie pas trop vite» (approximation des états quasi-stationnaires).

 Démontrer les résultats précédents

$$\begin{aligned} \bullet \vec{F}_{tot} &= \vec{F}_N + \vec{F}_P = -q\vec{E}_{ext} + q\vec{E}_{ext} = \vec{0} \\ \bullet \vec{M}_{tot} &= \vec{M}_O(\vec{F}_N) + \vec{M}_O(\vec{F}_P) = O\vec{N} \wedge (-q\vec{E}_{ext}) + O\vec{P} \wedge (q\vec{E}_{ext}) \\ &= (\vec{N}O + O\vec{P}) \wedge (q\vec{E}_{ext}) \\ &= \vec{N}P \wedge (q\vec{E}_{ext}) \\ &= \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext} \quad \text{car } \vec{p} = q\vec{N}P \end{aligned}$$

• L'énergie potentielle d'interaction d'une particule chargée avec un champ électrique est $E_p = qV$ donc $E_p = q(V_r - V_N)$

On $\vec{E} = -\text{grad} V$ et $\vec{E} \cdot d\vec{l} = -dV$ en intégrant entre N et P il vient :

$$\vec{E} \cdot \vec{NP} = -(V_P - V_N)$$

Ainsi $E_p = -q \vec{E} \cdot \vec{NP} = -\vec{p} \cdot \vec{E}$

□ Applications

1. Fonctionnement d'un four à micro-ondes (微波炉) (voir vidéo diffusée en classe).
2. En présence d'un champ électrique extérieur, les grains de semoule (粗粒小麦粉) se polarisent (c'est-à-dire qu'il acquièrent un moment dipolaire induit). Ils ont alors tendance à s'aligner dans la direction du champ électrostatique ce qui permet de matérialiser les lignes de champ électrostatique. La figure 1.2 présente des grains de semoule plongés dans une solution de glycérine (甘油) : la champ électrostatique est créé par les deux conducteurs (la plaque et le cylindre). La figure 1.1 est une simulation informatique de la même situation : vous noterez que l'allure des lignes de champ électrostatique coïncide.

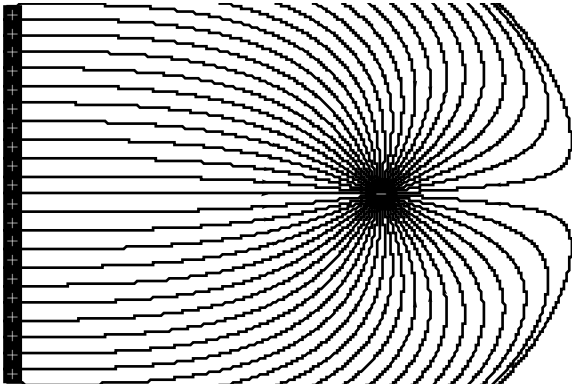


FIGURE 1.1 – Simulation informatique des lignes de champ électrostatique créées par les deux conducteurs

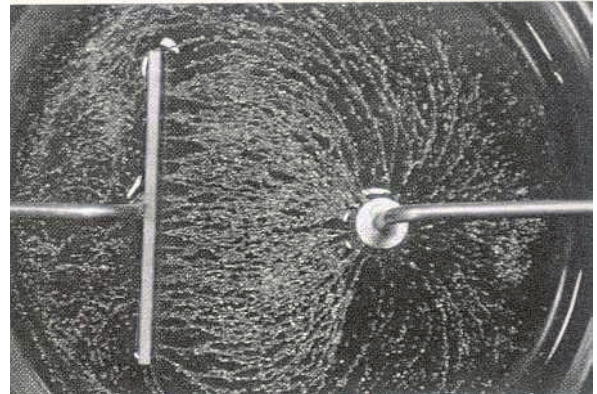



FIGURE 1.2 – Matérialisation des lignes de champ électrostatique par des grains de semoule

1.6.2 Actions exercées par un champ extérieur quelconque sur le dipôle

Le torseur des actions exercées par le champ extérieur $\vec{E}_{ext}(M)$ est *au premier ordre* :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{grad}) \vec{E}_{ext}(M) \\ \vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}_{ext}(M) \end{array} \right\}$$

 Démontrer les résultats précédents

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \vec{F}(N) + \vec{F}(P) \\ &= q(\vec{E}(P) - \vec{E}(N)) \end{aligned}$$

$$\text{Sur l'axe } x : F_x = q(E_x(P) - E_x(N)) = q dE_x(N) \quad \text{et}$$

$$dE_x = \vec{grad} E_x \cdot d\vec{l} = \vec{N}\vec{P} \cdot \vec{grad} E_x$$

$$\text{donc } F_x = q \vec{N}\vec{P} \cdot \vec{grad} E_x = \vec{p} \cdot \vec{grad} E_x$$

$$\text{puis } \boxed{\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{grad}) \vec{E}}$$

$$\begin{aligned} \vec{\Gamma}_o &= \vec{\Gamma}_o(N) + \vec{\Gamma}_o(P) \\ &= \vec{ON} \wedge -q\vec{E}(N) + \vec{OP} \wedge q\vec{E}(P) \end{aligned}$$

Au premier ordre $\vec{E}(P) = \vec{E}(N) + (\vec{NP} \cdot \vec{\text{grad}})\vec{E}$

$$\text{Donc } \vec{\Gamma}_o = \vec{ON} \wedge -q\vec{E}(N) + \vec{OP} \wedge q\vec{E}(N) + \vec{OP} \wedge ((\vec{NP} \cdot \vec{\text{grad}})\vec{E})$$

$$\vec{\Gamma}_o = \vec{P} \wedge \vec{E} + \underbrace{\vec{OP} \wedge ((\vec{NP} \cdot \vec{\text{grad}})\vec{E})}_{\text{en général négligeable}}$$

□ Application

Lorsqu'on électrise un bâtonnet ^a que l'on place au voisinage d'un filet d'eau, le filet est dévié à cause de l'action de ce champ non uniforme sur le moment dipolaire des molécules d'eau (cf. figure 1.3).

^a. C'est-à-dire qu'on place à sa surface des charges qui vont créer un champ électrostatique.

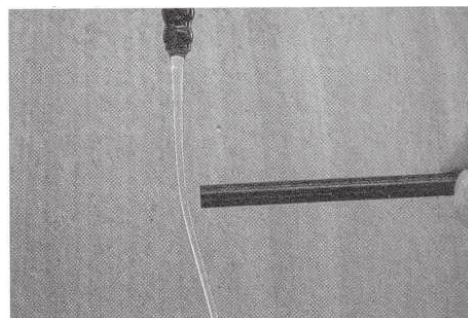


FIGURE 1.3 – Déviation d'un filet d'eau par l'action d'un champ non uniforme.