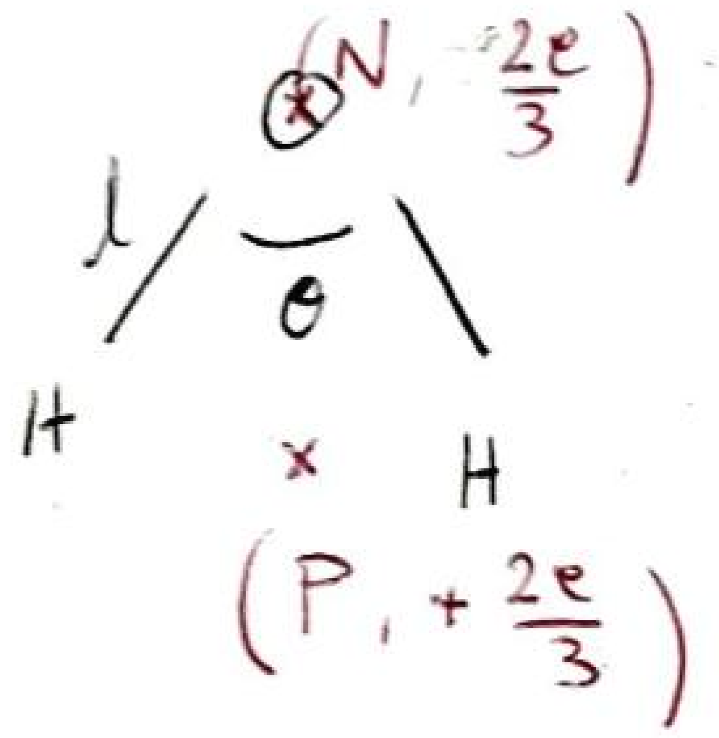
OMPP

TD 12 - Correction

Ex 1 : Moment dipolaire de la molécule d'eau



On a $\|\vec{p}\| = q\,\|\vec{NP}\|$

avec $NP = l\cos\frac{\theta}{2}$

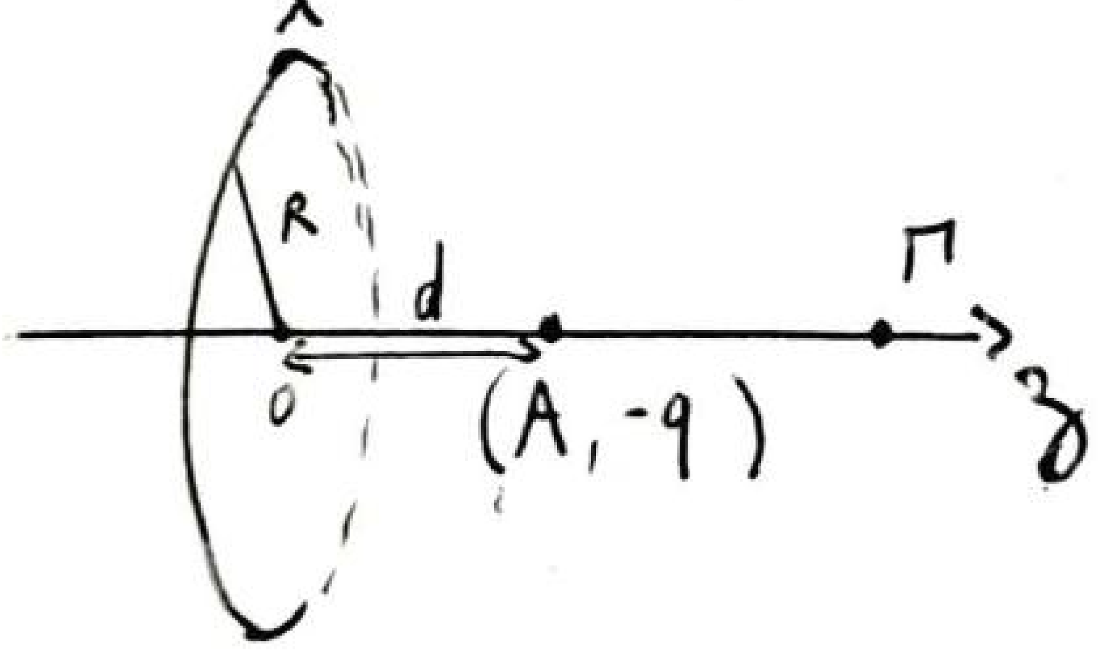
d'où $p = \frac{2e}{3}\,l\cos\frac{\theta}{2}$

AN : $p = 6{,}26 \cdot 10^{-30}\ C.m$

$\boxed{p = 1{,}87\ D}$ $\quad \left(1D = \frac{1}{3}10^{-30}\ C.m^{-1}\right)$

Ex 2 : Une charge et un cerceau

1)



2) On a $2\pi R\lambda = q$

donc $\boxed{\lambda = \frac{q}{2\pi R}}$

3) D'après le théorème de superposition $V(M) = V_{cerceau} + V_{-q}$

$$V_{-q} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 |z-d|}$$

Pour le cerceau un élément de longueur dl créé un potentiel $dV = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}$

Ainsi $V_{cerceau} = \int_0^{2\pi} \frac{\lambda R\, d\theta}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}$

Finalement $\boxed{V(M) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0|z-d|}}$

4) • $z > 0$

$$V_{cerceau} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z\sqrt{\frac{R^2}{z^2}+1}} \sim \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 z}\left(1 - \frac{R^2}{2z^2}\right)$$

$$V_{-q} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 z\left(1-\frac{d}{z}\right)} \sim \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 z}\left(1+\frac{d}{z}\right)$$

D'où $\underline{V(M)} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 z}\left(\frac{d}{z} + \frac{R^2}{2z^2}\right) \sim \boxed{\frac{-qd}{4\pi\varepsilon_0 z}}$

• $z < 0$

$V_{cerceau} \sim \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 z}\left(1 - \frac{R^2}{2z^2}\right)$ et $V_{-q} \sim \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 z}\left(-\frac{d}{z} - 1\right)$

D'où $\underline{V(M)} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 z}\left(-\frac{d}{z} - \frac{R^2}{2z^2}\right) \sim \boxed{\frac{qd}{4\pi\varepsilon_0 z}}$

On reconnait dans les 2 cas l'expression d'un potentiel créé par un dipole $\boxed{p = q d}$

Ainsi $\boxed{\vec{p} = q \vec{AO}}$

Ex 3 : Un dipôle, un champ et des équipotentielles

1) $V_d(M) = \dfrac{\vec{p} \cdot \vec{OM}}{4\pi \varepsilon_0 OM^3} = \boxed{\dfrac{p \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 OM^2}}$

2) On a $\vec{E} = -\vec{grad}\, V_c$ donc $-\dfrac{dV_c}{dx} = E_0$ et $V_c = -E_0 x + cst$

Sachant que $V(0) = 0$ on obtient $\boxed{V_c = -E_0 x}$

3) En coordonnées polaires $x = r \cos\theta$

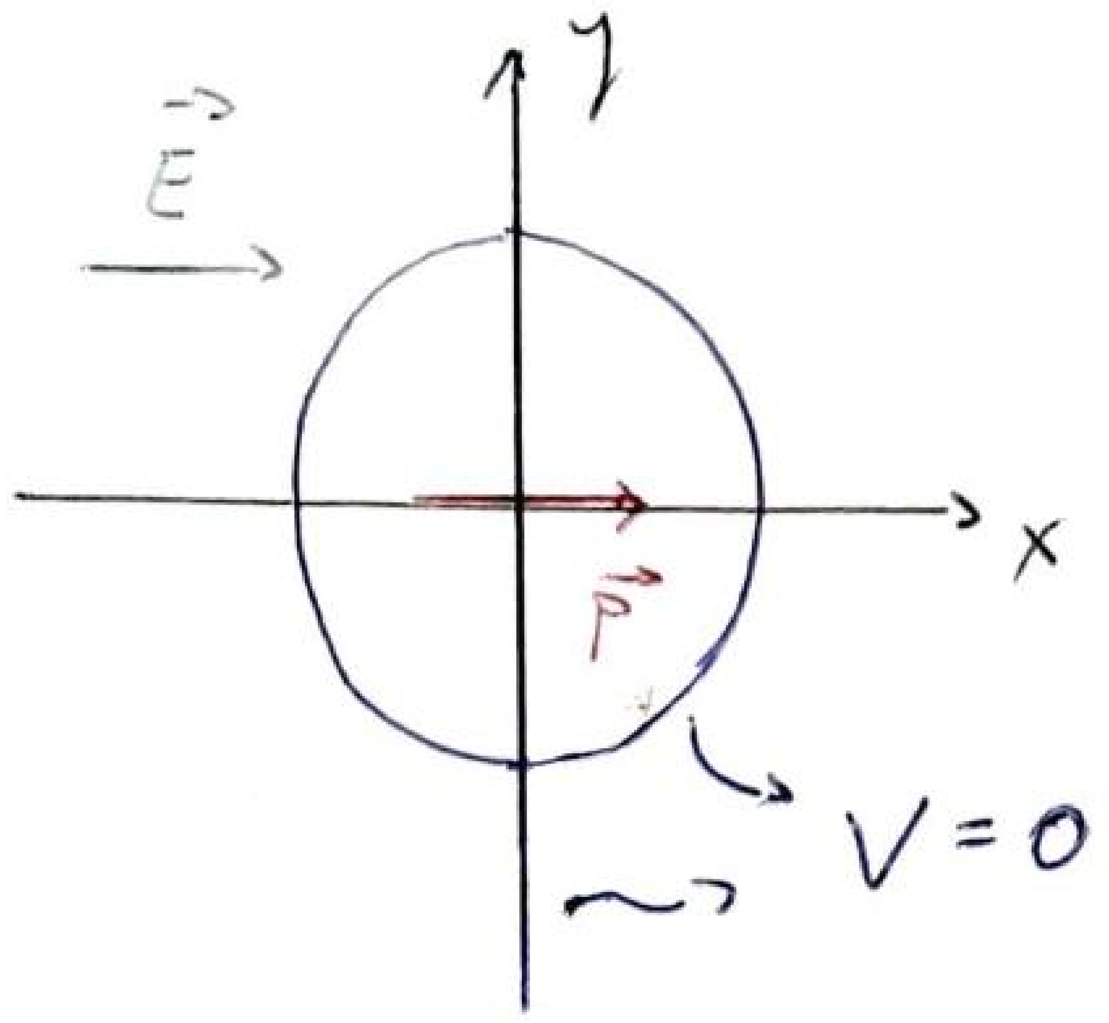
D'après le théorème de superposition :

$$V(M) = V_d(M) + V_c(M) = \frac{p \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} - E_0 r \cos\theta$$

4) $V(M) = 0 = \cos\theta \left(\dfrac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2} - E r \right) \Rightarrow \boxed{\theta = \dfrac{\pi}{2}}$

ou

$$\boxed{r = \sqrt[3]{\frac{p}{4\pi\varepsilon_0 E_0}}}$$



5)
Par rotation autour de Ox, la droite Oy donne le plan Oyz et le cercle de rayon r une sphère de rayon r centré en O.