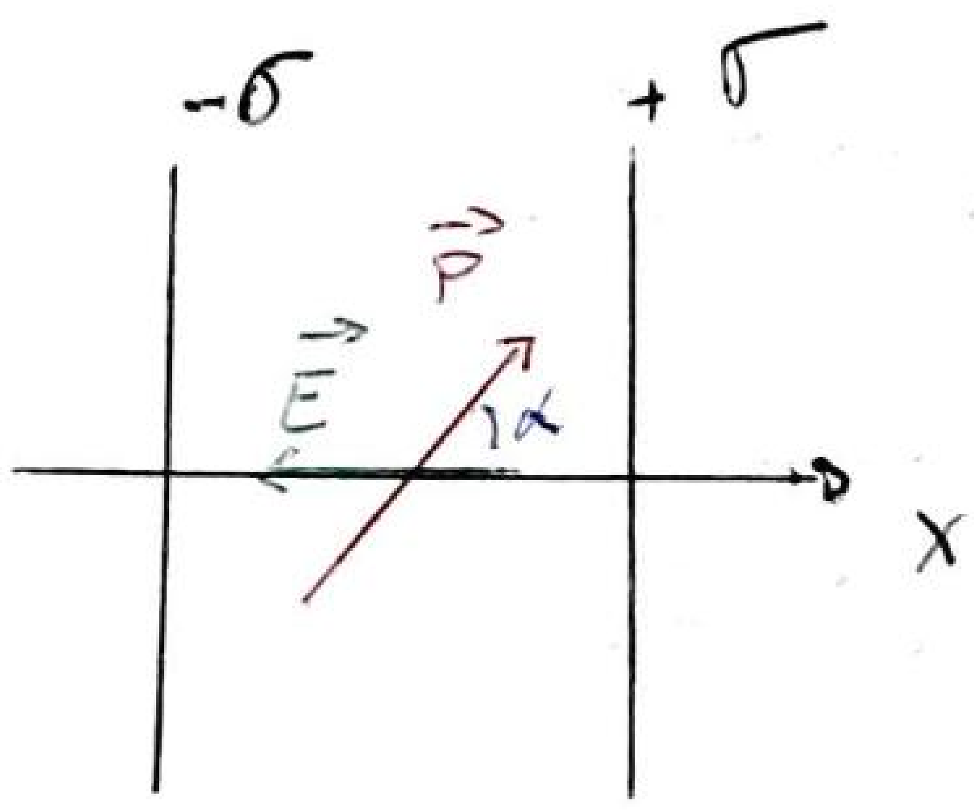
OMPP

TD13 - Correction

Ex 1 : Equilibre d'un dipôle dans un condensateur



1) $E_p = -\vec{p}\cdot\vec{E} = pE\cos\alpha$

2) $\dfrac{dE_p}{d\alpha} = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 0\,[\pi]}$

$$\frac{d^2E_p}{d\alpha^2} = -pE\cos\alpha$$

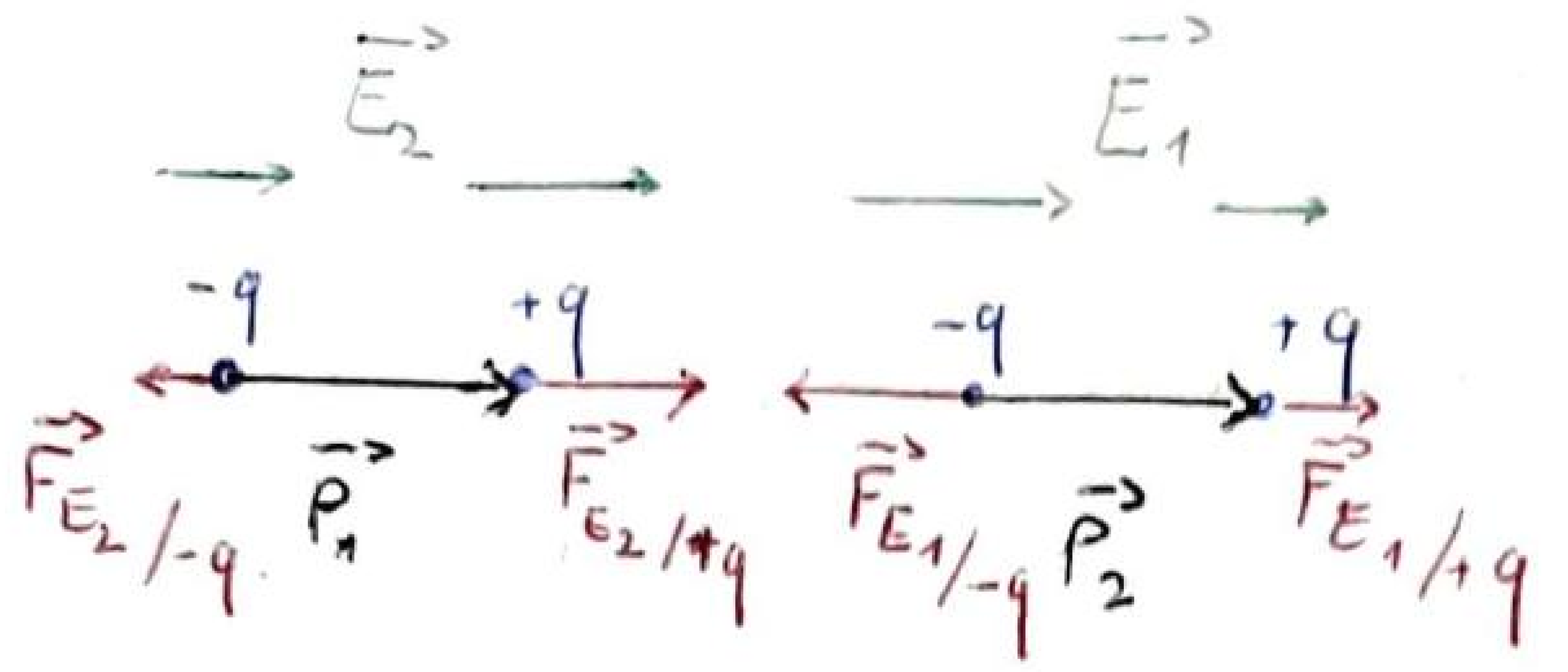
donc $\dfrac{d^2E_p}{d\alpha^2}(0) < 0 \rightarrow$ instable

$\dfrac{d^2E_p}{d\alpha^2}(\pi) > 0 \rightarrow$ stable

3) le champ est uniforme donc la resultante des forces sur le dipôle est nulle.

Ex 2 : Force de Keesom

1)



les 2 dipôles se rapprochent

2) On a $E_1(-q) = E_1\left(r - \frac{d}{2}\right)$

$$= \frac{2p_1}{4\pi\varepsilon_0\left(r-\frac{d}{2}\right)^3}$$

$$E_1(+q) = E_1\left(r+\frac{d}{2}\right)$$

$$= \frac{2p_1}{4\pi\varepsilon_0\left(r+\frac{d}{2}\right)^3}$$

(cf expression de $\vec{E}$ dans le cours)

On a donc $\vec{F} = \vec{F}(-q) + \vec{F}(+q)$

$$= \left(\frac{-2qp_1}{4\pi\varepsilon_0\left(r-\frac{d}{2}\right)^3} + \frac{2qp_1}{4\pi\varepsilon_0\left(r+\frac{d}{2}\right)^3}\right)\vec{u}$$

$$\vec{F} = \frac{2p_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(\frac{1}{\left(1+\frac{d}{2r}\right)^3} - \frac{1}{\left(1-\frac{d}{2r}\right)^3}\right)\vec{u}$$

$$\vec{F} \simeq \frac{2q^2 d}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(1 - \frac{3}{2}\frac{d}{r} - 1 - \frac{3d}{2r}\right)\vec{u}$$

$$\boxed{\vec{F} \sim \frac{-6q^2d^2}{4\pi\varepsilon_0 r^4}}$$

Ex 3 : Intéractions dipolaires électriques

1) cf cours

$$V = \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad \text{puis} \quad \vec{E} = -\vec{\text{grad}}\, V = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\begin{vmatrix} 2\cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{vmatrix}$$

2) $E_p = -\vec{p}\cdot\vec{E}$

$$= -p\begin{vmatrix} \cos\theta \\ -\sin\theta \\ 0 \end{vmatrix} \cdot \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\begin{vmatrix} 2\cos\theta \\ \sin\theta \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$E_p = -\frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(2\cos^2\theta - \sin^2\theta\right) = \frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\left(1 - 3\cos^2\theta\right)$$

3) On a $\vec{F} = -\vec{\text{grad}}\, E_p$ donc

$$F_r = \frac{\partial E}{\partial r} = \frac{3p^2}{4\pi\varepsilon_0 r^4}\left(1 - 3\cos^2\theta\right)$$

$$F_\theta = \frac{1}{r}\frac{\partial E}{\partial \theta} = \frac{-3p^2}{2\pi\varepsilon_0 r^4}\left(\cos\theta\sin\theta\right)$$

$$F_\varphi = 0$$

4) Pour $\theta = 0$, $\vec{F} = \frac{3p^2}{4\pi\varepsilon_0 r^4}(-2)\,\vec{e_r}$ la force est attractive

5) Trop près l'approximation dipôlaire n'est plus valable