

OPTIQUE 8 :

Interféromètres et cohérence spatiale

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

1 Exemple d'interféromètre fonctionnant par division du front d'onde et éclairé par une source étendue : le dispositif des trous de YOUNG	2
1.1 Rappel du dispositif - non localisation des franges d'interférences	2
1.2 Influence du déplacement de la source ponctuelle	3
1.3 Cas de deux sources ponctuelles incohérentes	4
1.4 Cas d'une fente source	6
1.5 Élargissement de la fente source	7
2 Cohérence spatiale	10
2.1 Un critère semi-quantitatif de cohérence spatiale	10
2.2 Théorème de localisation	10
3 Exemple d'un interféromètre fonctionnant par division d'amplitude : l'interféromètre de MICHELSON	11
3.1 Description et représentation équivalente de l'interféromètre de MICHELSON	11
3.2 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source PONCTUELLE (division du front d'onde)	15
3.3 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source ÉTENDUE (division d'amplitude)	18
3.4 Réalisation pratique de la séparatrice. Nécessité d'une compensatrice.	22

Le chapitre précédent portait sur la possibilité d'interférences entre deux ondes issues d'une même source **ponctuelle**. Ce chapitre a pour but de s'intéresser à ces sources **non ponctuelles** que l'on nomme aussi **étendues** :

Quel est l'effet de la taille d'une source étendue sur la figure d'interférences ?

L'ensemble des réponses à cette question dépend **et** de la source, **et** de la nature du **diviseur d'ondes** et constitue ce que l'on nomme la **cohérence spatiale**.

1 Exemple d'interféromètre fonctionnant par division du front d'onde et éclairé par une source étendue : le dispositif des trous de YOUNG

Nous nous proposons, sur un exemple, d'étudier l'influence de la **taille finie** d'une source illuminant un diviseur d'ondes particulier : **le dispositif des trous de Young**.

1.1 Rappel du dispositif - non localisation des franges d'interférences

Le dispositif des trous "infiniment fins" de Young a été présenté au chapitre précédent. La figure 1 rappelle la géométrie du problème. En notant n l'indice de l'air pour la longueur d'onde considérée, a la distance entre les deux trous, D la distance entre l'écran opaque et l'écran d'observation et (z, x) les coordonnées d'un point M sur l'écran, on a montré (sous les conditions : $D \gg a$, $D \gg x$ et $D \gg z$) que la différence de marche valait :

$$\delta(M) \triangleq (SM)_2 - (SM)_1 = n(S_2M - S_1M) = n \frac{ax}{D}$$

Si l'on suppose les trous identiques alors $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_2$ notés \mathcal{E}_0 par la suite. La formule des interférences à deux ondes s'écrit alors :

$$\mathcal{E}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \underbrace{\Gamma}_{=1} \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} n \frac{ax}{D} \right) \right]$$

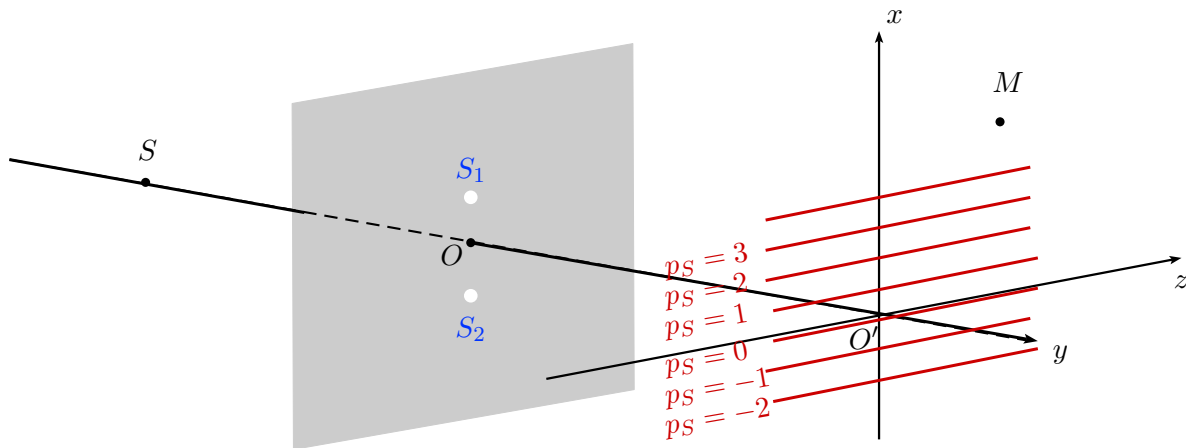


FIGURE 1 – Dispositif des trous de Young (trous «infiniment petits»)

Dans ces conditions, on observe sur l'écran une série de segments de droite équidistants parallèles à l'axe z et d'interfrange $i = \frac{\lambda_0 D}{na} = \frac{\lambda D}{a}$ où $\lambda \triangleq \frac{\lambda_0}{n}$.

Théorème - Localisation des franges d'interférences :

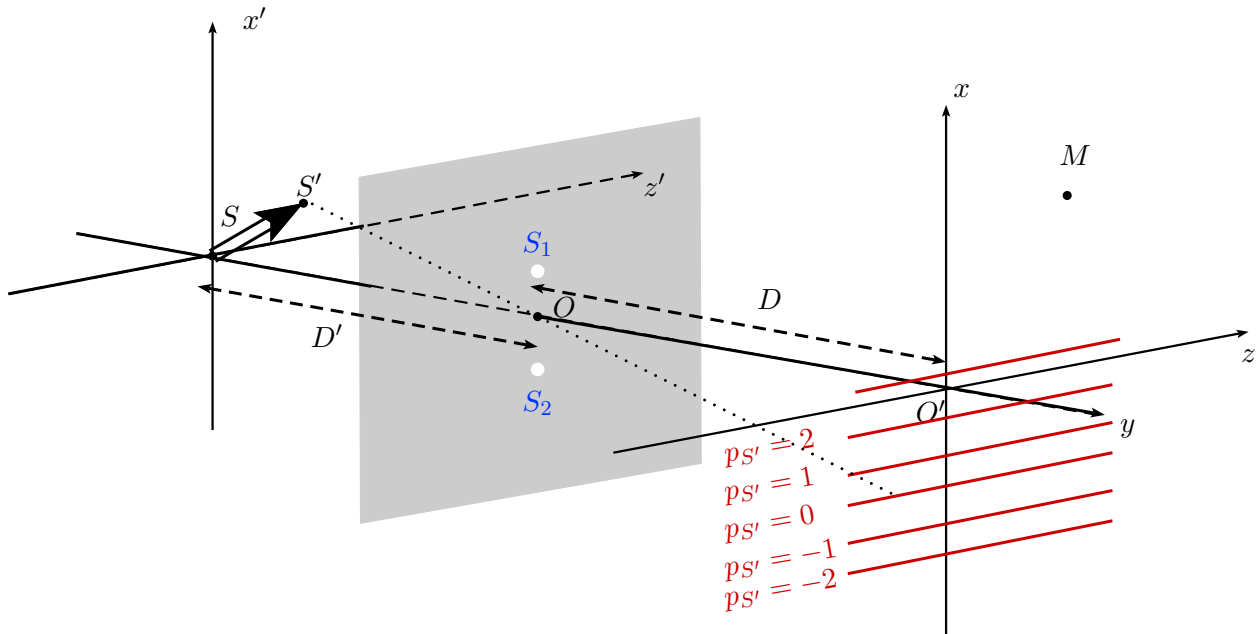
Les interférences produites par un dispositif interférentiel fonctionnant par division du front d'onde sont **non localisées** : elles sont observables en tout point de la zone de recouvrement des faisceaux passant par S_1 et S_2 nommée **champ interférentiel**.

1.2 Influence du déplacement de la source ponctuelle

Théorème - Déplacement de la source ponctuelle : Sous les hypothèses $x \ll D, z \ll D, a \ll D, x' \ll D', z' \ll D'$ et $a \ll D'$, la différence de marche en M lorsque la source ponctuelle est en S' (notée $\delta_{S'}(M)$) se déduit de la différence de marche en M lorsque la source ponctuelle est en S (notée $\delta_S(M)$) par la relation :

$$\delta_{S'}(M) = \underbrace{\delta_S(M)}_{=\frac{na x}{D}} + n \underbrace{\frac{\overrightarrow{S S'}}{D'}}_{=\frac{na x'}{D'}} \cdot \overrightarrow{S_2 S_1}$$

Les franges d'interférence sont donc translatées du vecteur $-x' \frac{D}{D'} \vec{e}_x$.



Démonstration. • **différence de marche :** La différence de marche en M avec une source en S' de coordonnées $(x', -D', z')$ par rapport à O s'écrit :

$$\delta_{S'}(M) = (S'M)_2 - (S'M)_1 = (S'S_2) + (S_2M) - (S'S_1) - (S_1M) = \underbrace{(S_2M) - (S_1M)}_{=\delta_S(M)} + \underbrace{(S'S_2) - (S'S_1)}_{=(S_2S') - (S_1S')}$$

On suppose que $D' \gg a, D' \gg x'$ et $D' \gg z'$: on est dans les conditions d'utilisation du lemme géométrique du chapitre précédent :

$$(S_2S') - (S_1S') = \overrightarrow{S_2 S_1} \cdot \vec{u}(S') \quad \text{avec} \quad \vec{u}(S') = \frac{\overrightarrow{O S'}}{O S'} \approx \frac{\overrightarrow{O S'}}{D'}$$

Ainsi on obtient : $(S_2S') - (S_1S') = n \overrightarrow{S_2 S_1} \cdot \frac{\overrightarrow{O S'}}{D'}$ mais $\overrightarrow{O S'} = \overrightarrow{O S} + \overrightarrow{S S'}$ où $\overrightarrow{O S}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{S_2 S_1}$, donc :

$$(S_2S') - (S_1S') = n \frac{\overrightarrow{S_2 S_1} \cdot \overrightarrow{S S'}}{D'}$$

Finalement :

$$\delta_{S'}(M) = \delta_S(M) + n \frac{\overrightarrow{S S'}}{D'} \cdot \overrightarrow{S_2 S_1}$$

On a déjà vu que : $\delta_S(M) = n \frac{ax}{D}$ et de même :

$$n \frac{\overrightarrow{S_2 S_1}}{D'} \cdot \overrightarrow{S S'} = \frac{n}{D'} \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x' \\ 0 \\ z' \end{pmatrix} = n \frac{ax'}{D'}$$

Finalement :

$$\delta_{S'}(M) = n \frac{ax}{D} + n \frac{ax'}{D'}$$

• **éclairage** : Si la source est en S, alors l'éclairement en M est :

$$\mathcal{E}_S(M) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{nax}{D} \right) \right]$$

Si la source est en S', alors l'éclairement en M est :

$$\mathcal{E}_{S'}(M) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \left(\frac{nax}{D} + \frac{nax'}{D'} \right) \right) \right]$$

autrement dit :

$$\mathcal{E}_{S'}(x) = \mathcal{E}_S \left(x + \frac{x'D}{D'} \right)$$

L'éclairement créé par S' se déduit de celui créé par S par une translation de vecteur $-\frac{x'D}{D'} \vec{e}_x$

□

1.3 Cas de deux sources ponctuelles incohérentes

1.3.1 Aspect qualitatif

Désormais, les deux trous S_1 et S_2 sont illuminés par deux sources ponctuelles (de même longueur d'onde mais incohérentes) S et S' situées dans un plan orthogonal à l'axe y. Comment placer S' par rapport à S :

- ① pour que la figure d'interférences soit inchangée (et plus lumineuse) ?
- ② pour que le phénomène d'interférences disparaisse (on dit qu'il y a **brouillage** de la figure d'interférences) ? On pourra compléter la figure 2.

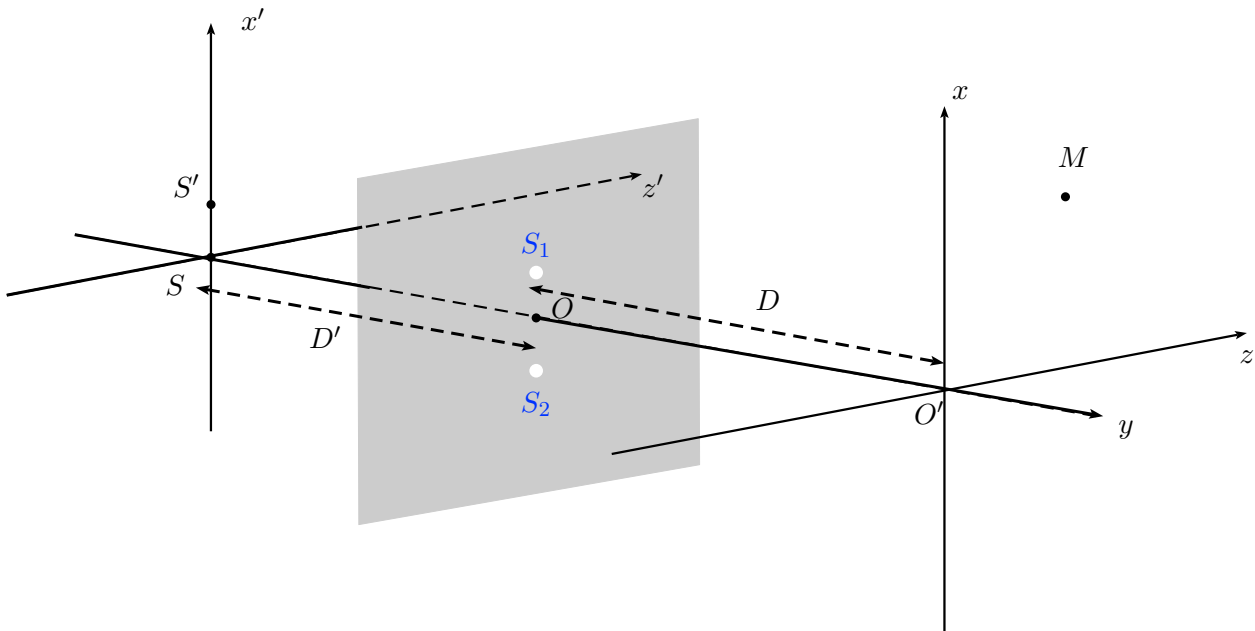


FIGURE 2 – Brouillage de la figure d'interférences

Les sources S et S' sont incohérentes donc les éclaircements qu'elles vont produire vont s'additionner : $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}_S(x) + \mathcal{E}_{S'}(x)$

① **figure d'interférences inchangée et plus lumineuse :**

il faut qu'une frange claire de S se superpose à une frange claire créée par S', c'est-à-dire lorsque :

$$\frac{\delta_{S'}(M)}{\lambda_0} \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad \frac{\delta_S(M)}{\lambda_0} \in \mathbb{Z}$$

ce qui implique compte-tenu de la partie 1.2 que :

$$\begin{aligned} \frac{n\overrightarrow{SS'}}{\lambda_0 D'} \cdot \overrightarrow{S_2 S_1} \in \mathbb{Z} \quad \text{c'est-à-dire :} \quad \frac{ax'}{D'\lambda} \in \mathbb{Z} \\ \Rightarrow \quad x' = p \frac{D'\lambda}{a} \quad \text{avec} \quad p \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

② **brouillage**

il va y avoir brouillage lorsqu'une frange sombre créée par S se superpose à une frange claire créée par S' et réciproquement : l'éclaircissement va devenir uniforme et le phénomène d'interférence disparaît, c'est-à-dire lorsque :

$$\frac{\delta_{S'}(M)}{\lambda_0} \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad \frac{\delta_S(M)}{\lambda_0} \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}$$

par exemple, ou l'inverse ce qui implique que, compte tenu de la partie 1.2 que :

$$\begin{aligned} \frac{\overrightarrow{SS'}}{\lambda D'} \cdot \overrightarrow{S_2 S_1} \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2} \quad \text{c'est-à-dire :} \quad \frac{ax'}{D'\lambda} \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \quad x' = \left(p + \frac{1}{2}\right) \frac{D'\lambda}{a} \quad \text{avec} \quad p \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

1.3.2 Aspect quantitatif : contraste

Théorème - Contraste avec deux sources ponctuelles incohérentes : De manière générale avec deux sources ponctuelles S et S' incohérentes, le contraste du phénomène est :

$$\Gamma(M) = |\cos [\pi (p_{S'}(M) - p_S(M))]|$$

Sur un écran (figure 3), on observe les franges d'interférences pour la source S seule, puis pour S' seule : on remarque bien que la figure d'interférence est décalée. Avec S et S' simultanément, on observe une superposition des figures d'interférences et un contraste différent.

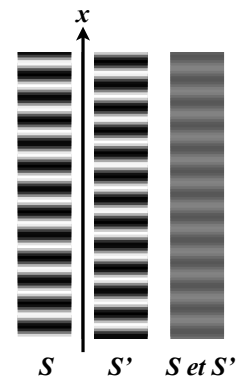


FIGURE 3 – Franges d'interférences produites par S seule, S' seule puis S et S' simultanément

Démonstration. Rappelons que les éclairagements produits par S et S' s'additionnent car S et S' sont incohérentes :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(M) &= \underbrace{2\mathcal{E}_0 [1 + \cos(2\pi p_S(M))]}_{\mathcal{E}_S(M)} + \underbrace{2\mathcal{E}_0 [1 + \cos(2\pi p_{S'}(M))]}_{\mathcal{E}_{S'}(M)} \\ &= 2\mathcal{E}_0 [2 + \cos(2\pi p_S(M)) + \cos(2\pi p_{S'}(M))] \end{aligned}$$

comme $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$, on obtient :

$$\mathcal{E}(M) = 4\mathcal{E}_0 [1 + \cos(\pi(p_{S'}(M) - p_S(M))) + \cos(\pi(p_{S'}(M) + p_S(M)))]$$

ici :

$$\begin{cases} p_{S'}(M) + p_S(M) = \frac{na}{\lambda_0 D'}(2x + x' \frac{D}{D'}) & \text{dépend de } x \\ p_{S'}(M) - p_S(M) = \frac{na}{\lambda_0 D'}x' & \text{ne dépend pas de } x \end{cases}$$

donc $\mathcal{E}(M)$ est maximal quand : $\cos(\pi(p_{S'}(M) + p_S(M))) = 1$ si $\cos(\pi(p_{S'}(M) - p_S(M))) > 0$ et minimal dans le cas contraire :

$$\begin{cases} \mathcal{E}_{max} = 4\mathcal{E}_0 [1 + |\cos(\pi(p_{S'}(M) - p_S(M)))|] \\ \mathcal{E}_{min} = 4\mathcal{E}_0 [1 - |\cos(\pi(p_{S'}(M) - p_S(M)))|] \end{cases}$$

Ainsi, le contraste Γ s'écrit :

$$\Gamma = \frac{\mathcal{E}_{max} - \mathcal{E}_{min}}{\mathcal{E}_{max} + \mathcal{E}_{min}} = \frac{|\cos(\pi(p_{S'}(M) - p_S(M)))|}{\left| \cos\left(\pi \frac{na x'}{\lambda_0 D'}\right) \right|}$$

On retrouve les résultats qualitatifs pour le brouillage. □

1.4 Cas d'une fente source

Théorème - Contraste avec une fente source : On peut remplacer la source ponctuelle S par une fente source allongée dans une direction **orthogonale à l'axe des deux trous**, sans modifier le contraste de la figure d'interférences

En effet, la fente source est constitué d'une infinité de sources ponctuelles S' incohérentes entre elles : les éclairément qu'elles produisent vont s'ajouter sur l'écran d'observation. Ces éclairément sont identiques puisque

$$\forall S' \in F, \delta_{S'}(M) = \delta_S(M) + \underbrace{n \frac{\vec{SS}'}{D'}}_{=0} \cdot \vec{S_2 S_1}. \text{ On observera la même figure d'interférences que celle produite}$$

par une source ponctuelle S mais plus lumineuse.

1.5 Élargissement de la fente source

1.5.1 Observation expérimentale

Considérons le dispositif des trous de Young illuminé par une fente source (parallèle à l'axe z') de largeur $2b$ selon x' que l'on peut faire varier (cf. figures 4 et 5).

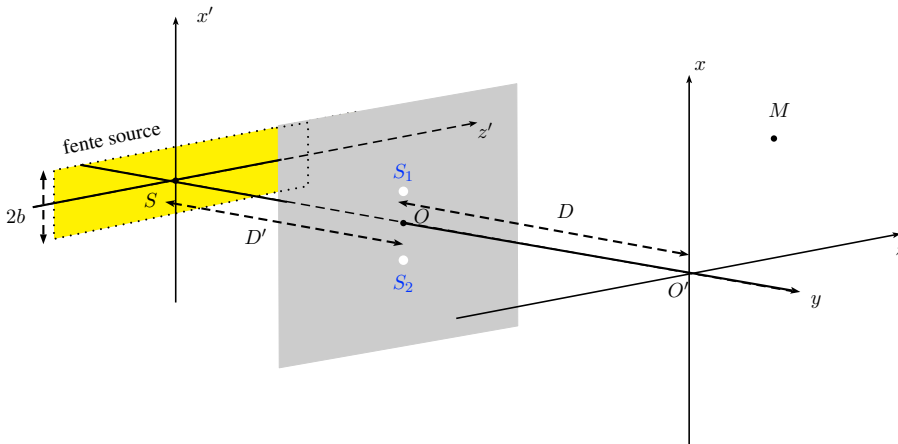


FIGURE 4 – Élargissement de la fente source

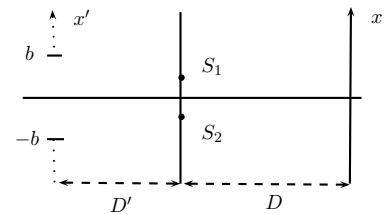


FIGURE 5 – Élargissement de la fente source

Partons d'une situation où la fente source est "infiniment mince" : on observe une figure d'interférences peu lumineuse mais bien contrastée. Lorsqu'on élargit la fente source (c'est-à-dire que l'on augmente $2b$), la luminosité augmente mais le contraste chute jusqu'à un brouillage complet des interférences.

Si l'on continue d'ouvrir la fente, les interférences réapparaissent, lumineuses, mal contrastées; on remarque par ailleurs qu'il y a une "**inversion du contraste**" c'est-à-dire que là où se trouvaient des franges claires lorsque la fente source était infiniment fine, on observe désormais des franges sombres et réciproquement.

La figure 6 représente l'évolution de la figure d'interférences en fonction de la largeur $2b$ de la fente source.

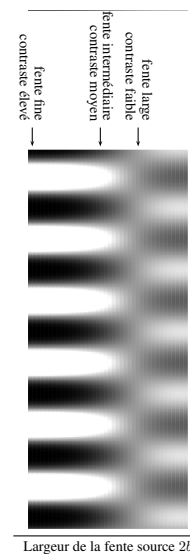


FIGURE 6 – Évolution de la figure d'interférences en fonction de la largeur de la fente source

1.5.2 Calcul de l'éclairement : conclusion

Théorème - Éclairement et contraste lors de l'élargissement d'une fente source :

Dans le cas du dispositif des trous de Young, la figure d'interférences est plus lumineuse mais moins contrastée à mesure que l'on élargit la fente source (la fente étant parallèle aux franges d'interférences). Lorsque la fente source est trop large, il y a disparition des franges ("brouillage") conformément au paragraphe 2.1. Il en est de même pour tous les dispositifs à division du front d'onde.

Démonstration. Raisonnons sur la fente source de largeur $2b$ fixée (cf. figure 5). La portion de fente source située entre x' et $x' + dx'$ possède un éclairement $d\mathcal{E}_0$ proportionnel à dx' : $d\mathcal{E}_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{2b} dx'$. □

On a : $d\mathcal{E}'_x(x) = 2d\mathcal{E}'_l \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{D} + \frac{ax'}{D'} \right) \right) \right]$ ou $\lambda = \lambda_0/n$ et $d\mathcal{E}'_l = \frac{\mathcal{E}'_l}{2b} dx'$

Toutes les portions de fentes sont incohérentes entre elles et créent des éclaircissements infinitésimaux qui s'additionnent sur l'écran :

$$\mathcal{E}(x) = \int_{x'=-b}^{x'=b} d\mathcal{E}'_{x'}(x) = \int_{x'=-b}^{x'=b} \frac{2\mathcal{E}_0}{2b} \left[1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{D} + \frac{ax'}{D'} \right) \right) \right] dx'$$

On a alors :

$$\mathcal{E}(x) = \frac{\mathcal{E}_0}{b} \left[x' + \frac{\lambda}{2\pi} \frac{D'}{a} \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{ax}{D} + \frac{ax'}{D'} \right) \right) \right]$$

On a alors une somme de sinus :

$$\mathcal{E}(x) = \frac{\mathcal{E}_0}{b} \left[2b + \frac{\lambda D'}{2\pi a} 2 \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \sin \left(\frac{2\pi ab}{\lambda D'} \right) \right]$$

On utilise alors la fonction sinus cardinal : $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$.

$$\mathcal{E}(x) = 2\mathcal{E}_0 \left[1 + \text{sinc} \left(\frac{2\pi ab}{\lambda D'} \right) \cos \left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} \right) \right]$$

Le contraste est alors : $\Gamma(b) = \left| \text{sinc} \left(\frac{2\pi ab}{\lambda D'} \right) \right|$.

• Apparté sur la fonction sinus cardinal :

La fonction **sinus cardinal** est définie comme suit : $\text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}$ pour $x \neq 0$. On la prolonge par continuité en 0 en imposant $\text{sinc}(0) = 1$. Cette fonction est paire. Elle s'annule pour $x = m\pi$ avec $m \in \mathbb{N}^*$.

La fonction dérivée s'écrit $(\text{sinc } x)' = \frac{x \cos x - \sin x}{x^2}$. La fonction **sinus cardinal** admet donc des extrema pour les valeurs de x telles que : $\tan x = x$. La résolution numérique de cette équation conduit aux valeurs suivantes :

$$\begin{array}{cccccc} x = & 0 & 1,43\pi & 2,45\pi & 3,47\pi & 4,48\pi & 5,48\pi \\ \text{sinc}(x) = & 1 & -0,217 & 0,128 & -9,13 \cdot 10^{-2} & 7,09 \cdot 10^{-2} & -5,80 \cdot 10^{-2} \end{array}$$

De façon approchée, les extrema se trouvent à des abscisses proches des valeurs $x_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi$ avec $m \in \mathbb{N}^*$. L'approximation est d'autant plus précise que m est élevé.

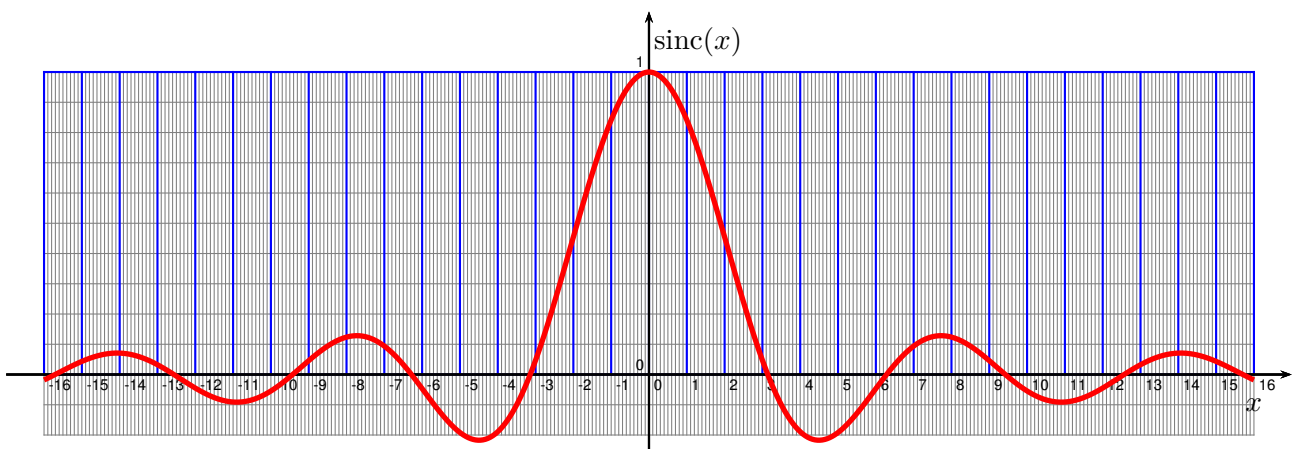


FIGURE 7 – Allure de la fonction $x \rightarrow \text{sinc}(x)$

• Évolution du contraste en fonction de la largeur de la source :

À partir de la forme du sinus cardinal, on peut déduire l'évolution du contraste en fonction de la largeur de la fente (figure 8).

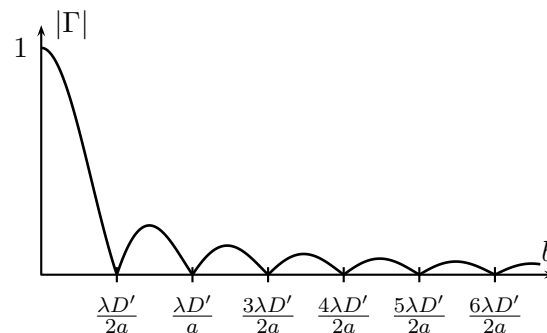


FIGURE 8 – Contraste en fonction de la demi-largeur b de la fente source

Les figures 7 et 8 permettent de rendre compte des résultats expérimentaux :

- pour $b \ll \frac{\lambda D'}{2a}$: bon contraste ($\Gamma \approx 1$)
- pour $b \approx \frac{\lambda D'}{2a}$: mauvais contraste ($\Gamma \approx 0$), on a brouillage
- pour $\frac{\lambda D'}{2a} < b < \frac{\lambda D'}{a}$: $\text{sinc}\left(\frac{2\pi ab}{\lambda D'}\right) < 0$, ainsi quand $\cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D'}\right) = 1$ on obtient désormais une frange sombre car $\mathcal{E}(x)$ est minimal : on dit qu'il y a "inversion de contraste" car les franges claires sont devenues des franges sombre (et réciproquement) quand le sinus cardinal change de signe

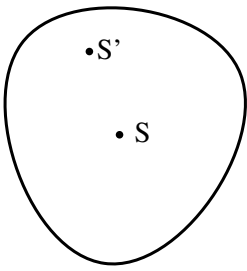
2 Cohérence spatiale

2.1 Un critère semi-quantitatif de cohérence spatiale

Dans le cas d'une source étendue, le problème revient à avoir une somme de sources ponctuelles incohérentes entre elles car les phases à l'émission ϕ sont différentes. Ainsi, chaque source ponctuelle est source d'une figure d'interférence après passage dans l'interféromètre. Au total, les figures d'interférence se superposent sur l'écran avec un décalage de frange : il y a **brouillage** et les franges d'interférences ne sont plus visibles.

Il faut ainsi se munir d'un critère de **cohérence spatiale** c'est-à-dire un critère concernant la taille de la source afin qu'il n'y ait pas brouillage des interférences.

Cohérence spatiale :



source étendue

Soit S la position moyenne d'une source étendue, constituée de sources ponctuelles S' monochromatiques (incohérentes). Il n'y a pas brouillage de la figure d'interférences en un point M du champ d'interférences lorsque :

$\forall S' \in \text{source étendue} :$

$$|\delta_{S'}(M) - \delta_S(M)| < \frac{\lambda_0}{2} \iff |p_{S'}(M) - p_S(M)| < \frac{1}{2}$$

La notion de cohérence spatiale est donc une notion relative au système {source - diviseur d'ondes}.

2.2 Théorème de localisation

2.2.1 Situation

Considérons un **diviseur du front d'ondes** quelconque, éclairé par une source ponctuelle S , comme représenté sur la figure 9. Les interférences sont observées en un point M de l'espace, et on note \vec{u}_1 et \vec{u}_2 les directions d'entrée dans l'interféromètre des deux rayons qui interfèrent en M . La différence de marche entre les deux voies s'écrit :

$$\delta = \delta_{12}(S, M) = (SM)_1 - (SM)_2$$

où il est rappelé qu'elle dépend a priori à la fois du point M et du point S .

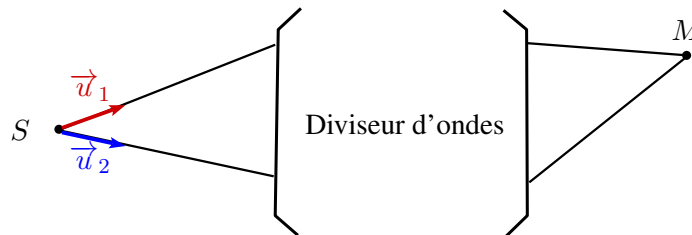


FIGURE 9 – Schéma de principe de la situation

2.2.2 Critère de non brouillage

On cherche à établir un critère de non-brouillage des interférences sous l'effet de l'élargissement de la source. Rappelons qu'une source large classique est modélisée comme une assemblée de sources ponctuelles deux à deux incohérentes.

Théorème - Critère de non brouillage : Trouver un critère de non-brouillage revient à chercher les points M pour lesquels la différence de marche $\delta_{12}(S, M)$ ne dépend pas (ou presque pas) de la position de la source S : **pour deux points sources S et S'**

$$\delta_{12}(S, M) = \delta_{12}(S', M) \text{ si et seulement si } \overrightarrow{SS'} \cdot (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) = 0$$

Démonstration. Reprenons le résultat montré précédemment dans le cas des trous d'Young où le rayon de direction \vec{u}_1 passe par S_1 et le rayon de direction \vec{u}_2 passe par S_2 avec la source mère S est déplacée en S' :

$$\delta_{12}(S', M) = \delta_{12}(S, M) + n \frac{\overrightarrow{SS'}}{D'} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}$$

on peut écrire que : $\overrightarrow{S_2S_1} = \overrightarrow{S_2S} + \overrightarrow{SS_1} = S_2S\vec{u}_2 - SS_1\vec{u}_1 \approx D'(\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$ si $D' \gg x'$ et $D' \gg z'$. On obtient alors :

$$\delta_{12}(S', M) = \delta_{12}(S, M) + n\overrightarrow{SS'} \cdot (\vec{u}_2 - \vec{u}_1)$$

Ainsi, on a bien $\delta_{12}(S', M) = \delta_{12}(S, M)$ si $\overrightarrow{SS'} \cdot (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) = 0$ □

Ce résultat est général en ce sens qu'il vaut pour n'importe quel **interféromètre**. Analysons ce résultat. Il y a deux possibilités pour que le contraste des interférences soit préservé quand la source est élargie :

- ① **possibilité 1** : l'élargissement se fait orthogonalement aux rayons qui interfèrent (voir paragraphe 1.3);
- ② **possibilité 2** : les rayons qui interfèrent vérifient $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ et **proviennent du même rayon incident**.

La **possibilité 1** est contraignante sur la source : elle ne concerne que $\overrightarrow{SS'}$ et pas M : c'est celle qui est abordée au paragraphe 1.3. La **possibilité 2** n'est pas contraignante sur la source mais sur l'interféromètre : en effet, il n'est pas possible de vérifier le critère $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ avec un interféromètre fonctionnant par division du front d'onde. Seul un interféromètre fonctionnant à division d'amplitude le permet.

2.2.3 Théorème de localisation

On reformule l'interprétation du paragraphe précédent mais avec des mots différents :

Théorème - Théorème de localisation : Lorsqu'un dispositif fonctionnant par **division d'amplitude** est illuminé par une **source étendue**, les interférences **ne sont pas délocalisées**. Il existe une surface de l'espace où leur contraste est maximal nommée **surface de localisation** : **cette surface se trouve à l'intersection des deux rayons émergents nés d'un même rayon incident**.

Remarquez la «modestie» du théorème : on parle de *zone de contraste maximal*. Le théorème de localisation est en effet un résultat de premier ordre mais rien ne dit que les ordres suivants sont non négligeables. Heureusement, c'est toujours dans la pratique le cas car on utilise des sources pas trop larges qui éclairent les interféromètres avec des incidences pas trop grandes.

3 Exemple d'un interféromètre fonctionnant par division d'amplitude : l'interféromètre de MICHELSON

3.1 Description et représentation équivalente de l'interféromètre de MICHELSON

3.1.1 Description de l'interféromètre

• **Vocabulaire** :

L'interféromètre de MICHELSON (figure 10 et figure 11) est constitué, entre autres, de deux miroirs plans (M_1) et (M_2) et d'une lame semi-réfléchissante : la séparatrice.

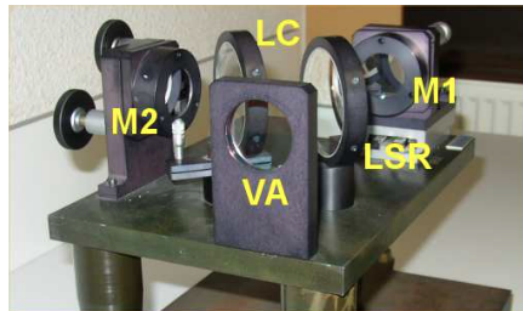


FIGURE 10 – Photographies de l'interféromètre de MICHELSON

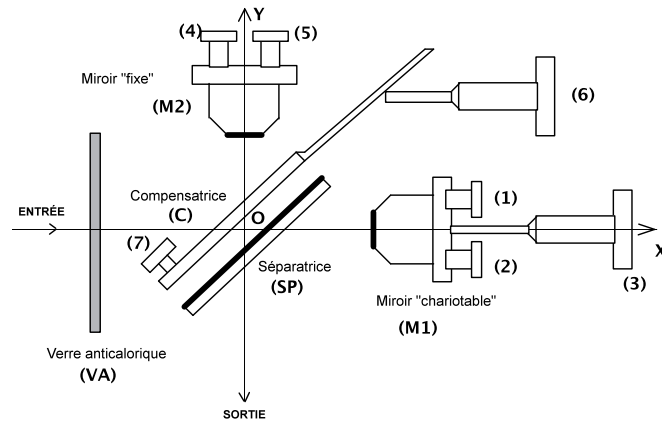


FIGURE 11 – Vue de haut d'un interféromètre de MICHELSON

Les **miroirs** (M_1) et (M_2) sont grossièrement perpendiculaires ; l'angle dièdre qu'ils forment vaut $\frac{\pi}{2} + \alpha$ où α est de l'ordre de quelques minutes d'angle (il varie entre 10^{-5} rad et 10^{-3} rad). Dans un trièdre OXYZ, (M_1) coupe l'axe des X en O_1 , du côté des X positifs et (M_2) coupe celui des Y en O_2 , du côté des Y positifs : notons $OO_1 = X_1 \geq 0$ et $OO_2 = Y_2 \geq 0$.

Les droites (OO_1) et (OO_2) sont les **bras de l'interféromètre**. L'ordre de grandeur des distances OO_1 et OO_2 est de quelques centimètres pour les interféromètres de lycée. La différence $e_{12} \triangleq X_1 - Y_2$ est donc positive, négative ou nulle : elle est algébrique.

La **séparatrice** est une surface plane d'équation $X = Y$ jouant un rôle à la fois réfléchissant (selon les lois de Descartes) et transparent. Elle est donc semi-transparente (ou semi-réfléchissante) : un faisceau lumineux peut à la fois s'y réfléchir et la traverser, son énergie se séparant en deux. C'est pour cette raison qu'on la nomme surface séparatrice. Il existe aussi une lame, nommée compensatrice dont l'utilité est expliquée au paragraphe 3.4 et que l'on ne représentera pas par la suite.

Le rôle du **verre anti-calorique** est de préserver l'appareil et en particulier la surface des miroirs, très fragile, d'un échauffement excessif lors de l'emploi d'une source de lumière puissante (il filtre le rayonnement infrarouge de la source).

La région $X < 0$ est appelée **entrée** de l'interféromètre et la région $Y > 0$ la **sortie**.

• Schéma de principe :

Dans la suite du cours, nous travaillerons sur le schéma de principe représenté figure 12 de l'interféromètre de MICHELSON. Seuls les miroirs (M_1) et (M_2), ainsi que la séparatrice apparaîtront sur les schémas à partir de maintenant.

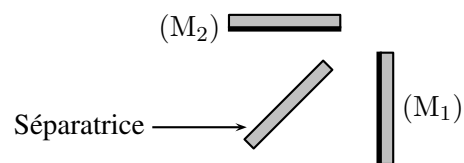


FIGURE 12 – Schéma de principe d'un interféromètre de MICHELSON

3.1.2 Mise en évidence de la division d'amplitude

Le rayon lumineux incident arrive sur la séparatrice et donne naissance à deux rayons :

- ① l'un est issu de la partie transmise, il se réfléchit sur (M_1) (il semble donc provenir de S'_1 image de S par (M_1)) puis sur la séparatrice (il semble donc provenir de S_1 image de S'_1 par la séparatrice). Le rayon transmis par la séparatrice n'est pas représenté ;
- ② l'autre est issu de la partie réfléchiée sur la séparatrice (et semble donc provenir de S' image de S par la séparatrice), il est alors réfléchi sur (M_2) (et semble donc provenir de S_2 image de S' par (M_2)) puis arrive à nouveau sur la séparatrice où une partie est transmise. Le rayon réfléchi par la séparatrice n'est pas représenté.

Chacun des deux rayons émergents a été réfléchi par la séparatrice une fois et transmis une fois. Comme la lame transmet 50 % de l'énergie et en réfléchit 50 %, les deux émergents ont même éclairement.

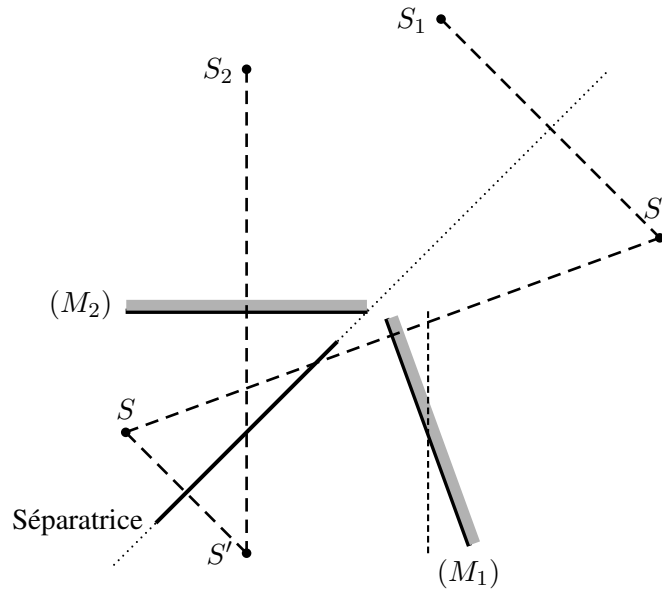


FIGURE 13 – Mise en évidence de la division d'amplitude

3.1.3 Représentation équivalente : "repliement" de l'interféromètre

Théorème - Représentation équivalente de l'interféromètre de MICHELSON : Une source ponctuelle S en entrée de l'interféromètre fournit, en sortie, les mêmes ondes que le système fictif :

- une source S' symétrique de S par rapport à la séparatrice ;
- le miroir (M_2) ;
- le miroir (M'_1) symétrique de (M_1) par rapport à la séparatrice.

Complétons la figure 14 et comparons cette situation à celle de la figure 15 où l'on a introduit :

- le miroir fictif (M'_1) symétrique du miroir (M_1) par la séparatrice ;
- la source fictive S' , symétrique de S par la séparatrice.

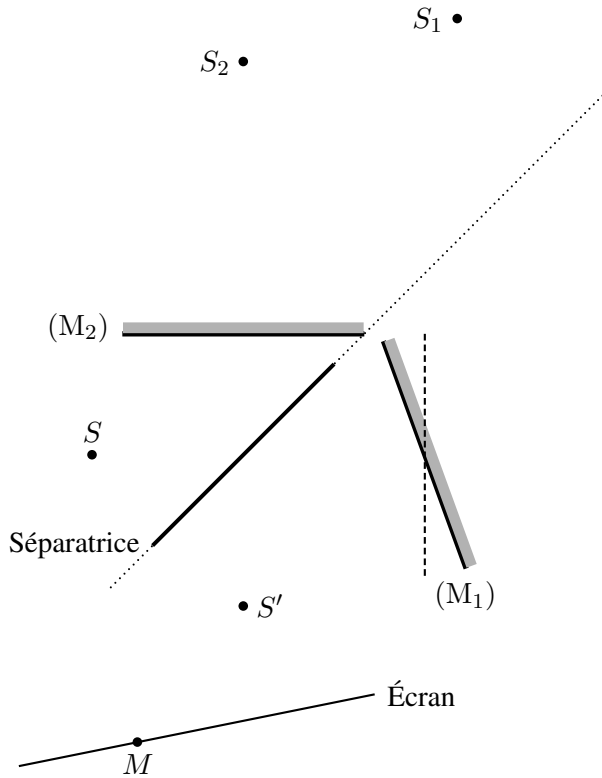


FIGURE 14 – Rayons lumineux interférant en M

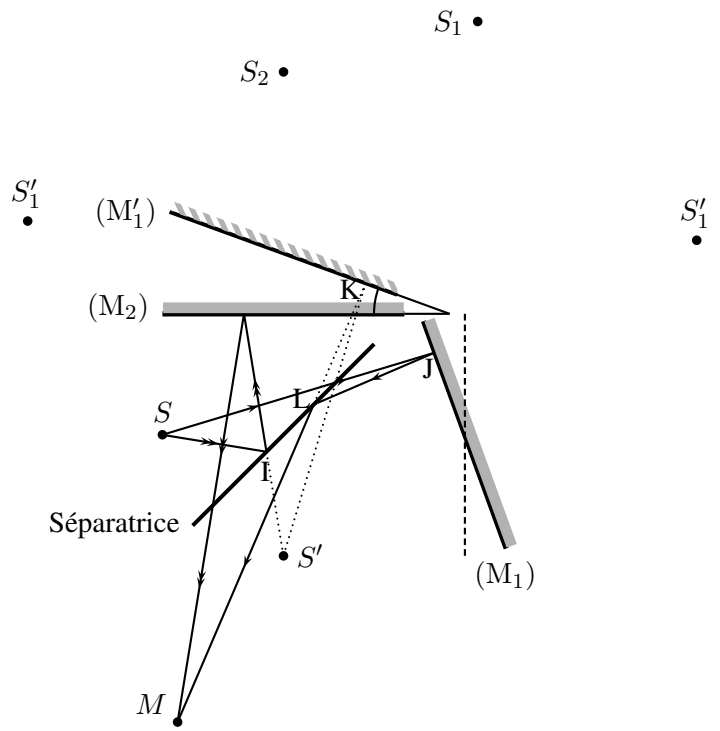


FIGURE 15 – Schéma équivalent à la figure 14

L'ensemble {séparatrice-compensatrice} n'agit que sur l'amplitude de l'onde, pas sur la phase.

Démonstration. • Le chemin optique $(SM)_1$ par la voie 1, se décompose comme suit si l'on suppose l'indice optique de l'air égal à un :

$$(SM)_1 = SJ + JL + LM$$

Comme géométriquement $SJ = S'K$ et $LJ = LK$, il vient :

$$(SM)_1 = (S'M)_1$$

• Le chemin optique $(SM)_2$ par la voie 2, se décompose comme suit si l'on suppose l'indice optique de l'air égal à un :

$$(SM)_2 = SI + (IM)_2$$

Comme géométriquement $SI = S'I$, il vient :

$$(SM)_2 = (S'M)_2$$

□

La figure 15 révèle que lorsque **l'interféromètre de MICHELSON est illuminé par une source ponctuelle**, ce sont deux rayons différents issus de S qui vont interférer en un point M de l'espace.

Sous cette dernière condition, l'interféromètre de MICHELSON fonctionne exceptionnellement comme un **diviseur du front d'onde**. Cependant, usuellement, il est éclairé par une source étendue (cf. paragraphe 3.3), il fonctionnera alors comme un **diviseur d'amplitude**.

Le schéma équivalent est proposé en figure 16.

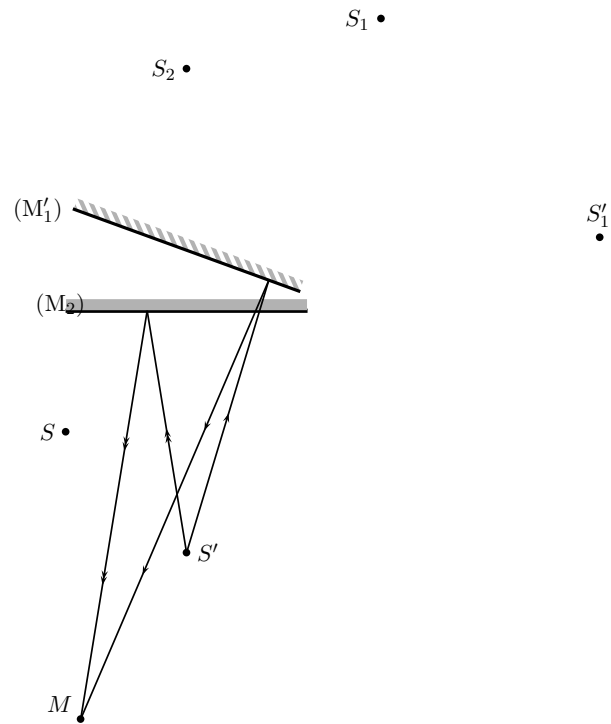


FIGURE 16 – L'interféromètre de MICHELSON "replié"

3.2 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source PONCTUELLE (division du front d'onde)

3.2.1 Configuration en lame d'air

Théorème - Interféromètre de MICHELSON configuré en lame d'air : L'interféromètre de MICHELSON est réglé en "lame d'air" lorsque les miroirs (M_1) et (M_2) sont orthogonaux c'est-à-dire lorsque (M_1') et (M_2) sont parallèles.

Dans ce cas, les rayons lumineux semblent provenir de deux sources équivalentes S_1 et S_2 symétriques de la source ponctuelle S respectivement par (M_1') et (M_2) . Si la distance entre les deux miroirs $d(M_1', M_2) = e$ alors $S_1 S_2 = 2e$:

- dans le cas où $e \neq 0$, on observe des anneaux dans tout l'espace si l'écran est placé orthogonalement à $S_1 S_2$: les franges sont **délocalisées**.
- dans la cas où $e = 0$, l'éclairement est uniforme sur l'écran. On dit qu'on est au **contact optique**. On observe la **teinte plate**.

En effet, si l'on se réfère à la figure 17 on a deux sources ponctuelles séparée d'une distance $2e$. On observe les interférences sur un écran orthogonal à l'axe des sources, d'après le chapitre 7 on observe des franges d'interférences circulaires.

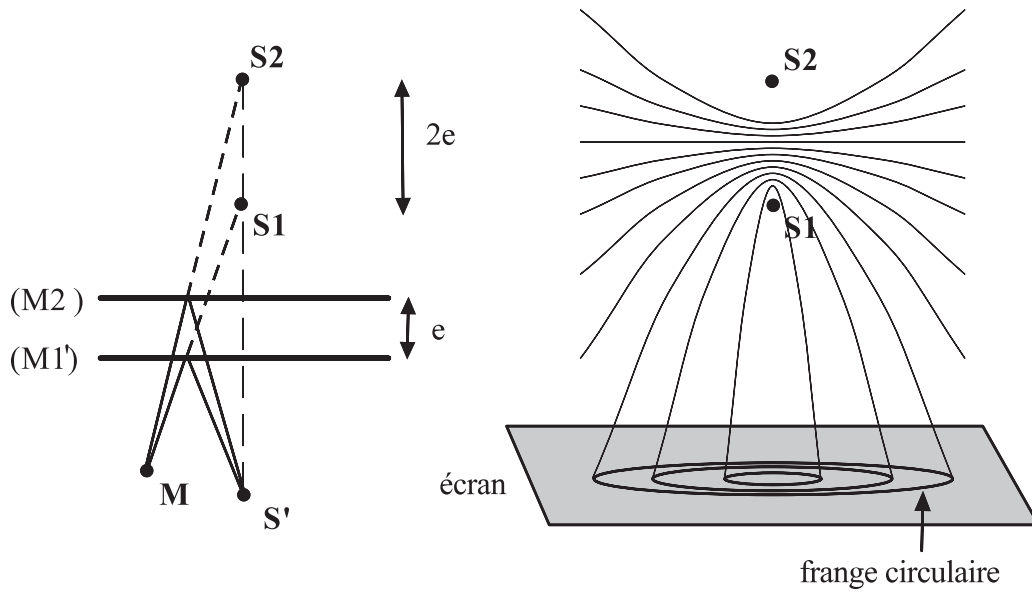


FIGURE 17 – Interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air

3.2.2 Configuration en coin d'air

La configuration en "coin d'air" correspond au cas où les miroirs (M_1) et (M_2) ne sont pas parallèles ($\alpha \neq 0$).

Définition : L'interféromètre de MICHELSON est réglé en "coin d'air" lorsque les miroirs (M_1) et (M_2) sont **presque orthogonaux** c'est-à-dire lorsque (M_1) et (M_2) font un angle α entre eux de l'ordre de la minute d'arc.

• Cas de la source ponctuelle S à distance finie :

On note à nouveau S_1 et S_2 les images respectives par les miroirs (M_1) et (M_2) de S' . Si l'écran est quasi-parallèle à la droite des sources secondaires S_1 et S_2 , les franges sont quasi-rectilignes et parallèles à l'arête du coin d'air (c'est la configuration des trous de Young). Dans le cas contraire, on obtient des franges plus ou moins incurvées. La figure d'interférences obtenue est alors difficile à exploiter quantitativement et ne correspond pas à une situation d'étude.

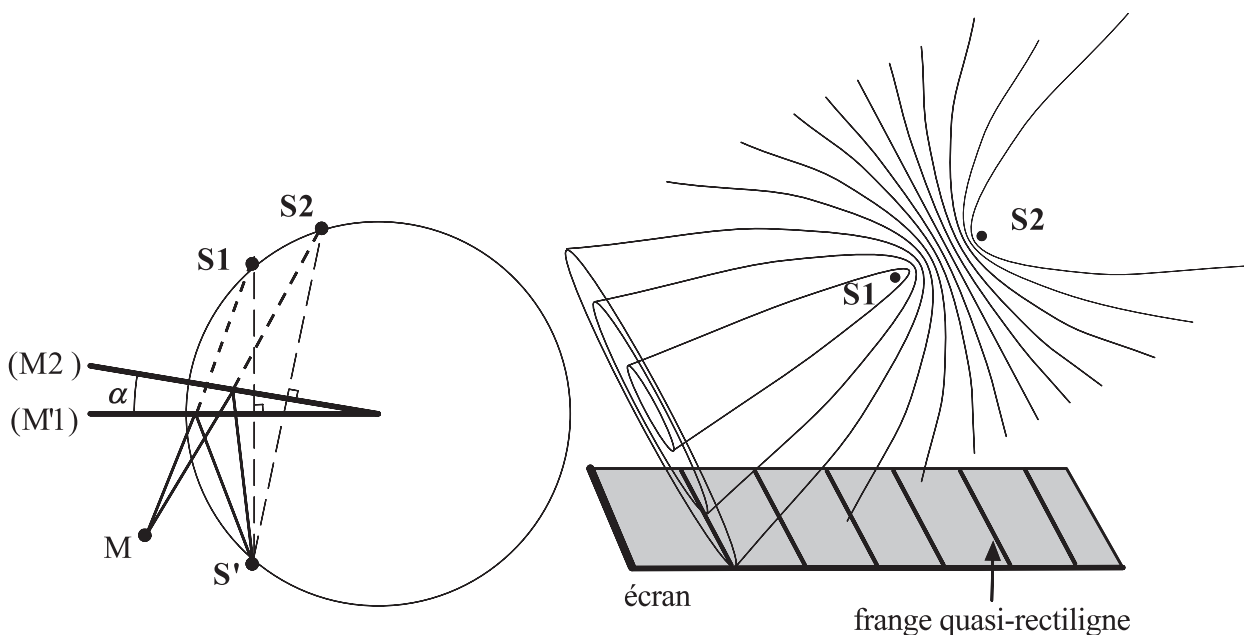
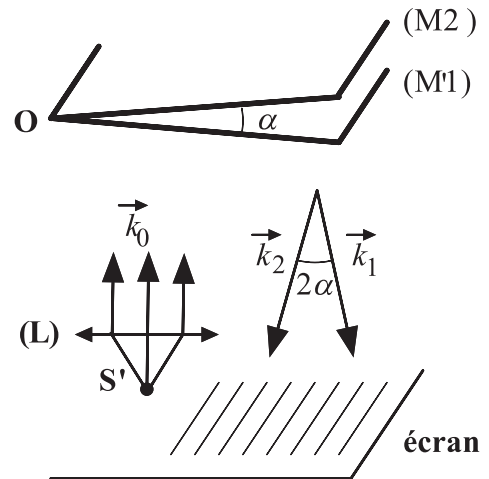


FIGURE 18 – Interféromètre de MICHELSON réglé en coin d'air

• Cas de la source ponctuelle S à l'infini :

Théorème - Coin d'air avec source ponctuelle à l'infini : Lorsque la source ponctuelle est à l'infini sur le bras de l'interféromètre (onde plane de longueur d'onde dans le vide λ_0), on obtient des franges rectilignes **délocalisées**, parallèles à l'arête du coin d'air. L'interfrange est donné par l'expression :

$$i = \frac{\lambda_0}{2n_{air} \sin(\alpha)} \approx \frac{\lambda_0}{2n_{air} \alpha} = \frac{\lambda}{2\alpha}$$



Il s'agit de la figure d'interférence créée par deux ondes planes cohérentes de vecteur d'onde \vec{k}_1 et \vec{k}_2 . Nous avons vu dans le chapitre 7 que les franges sont rectilignes parallèles au plan médiateur des deux vecteurs et d'interfrange constant :

$$i = \frac{\lambda_0}{2n_{air} \sin \frac{\vec{k}_1, \vec{k}_2}{2}} = \frac{\lambda}{2 \sin \alpha}$$

3.3 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source ÉTENDUE (division d'amplitude)

Lorsque l'interféromètre de MICHELSON est éclairé par une source ponctuelle, les interférences sont délocalisées mais peu lumineuses. Que se passe-t-il si on étend la source ?

Théorème - Interféromètre de MICHELSON avec source étendue : Si on remplace la source ponctuelle par une **source étendue**, on constate une **diminution du contraste** voire même une **disparition du phénomène d'interférences**. En effet, les systèmes de franges créées par chaque point source se superposent et l'ensemble se brouille.

On constate cependant, suivant le réglage de l'interféromètre et les conditions d'éclairage, qu'on peut retrouver des interférences en certaines zones de l'espace (cf. 2.2.3).

3.3.1 Configuration en lame d'air à faces parallèles : anneaux d'égal inclinaison

• Principaux résultats :

Lorsque l'interféromètre de MICHELSON est réglé en lame d'air à faces parallèles avec un éclairage étendu **convergent sur le miroir** (M_1) :

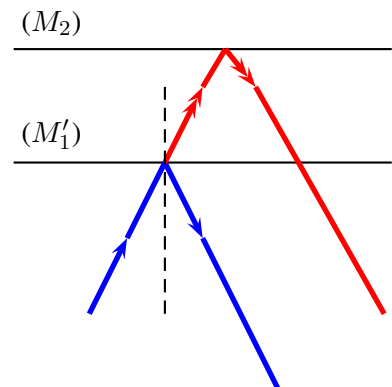
— les franges d'interférences sont localisées à l'infini ;

— la différence de marche au point M est : $\delta(M) = 2n_{air}e \cos i$ ^a

où : $\begin{cases} e \text{ est l'épaisseur de la lame d'air;} \\ i \text{ est l'angle du rayon incident avec la normale aux miroirs.} \end{cases}$

— les franges sont des anneaux dit "**d'égal inclinaison**" concentriques non équidistants (plus resserrés sur les bords qu'au centre).

a. Les notations variant d'un problème à l'autre, on définit $\delta(M)$ tantôt par $(SM)_2 - (SM)_1$, tantôt par $(SM)_1 - (SM)_2$ pour que la relation précédente soit valable. On peut être aussi amené à algébriser e .



Localisation des franges d'interférence

- Le même rayon est séparé en deux rayons parallèles en sortie du dispositif à division d'amplitude : ils se croisent et interfèrent à l'infini.
- On observe soit avec un écran très loin, soit situé dans le plan focal image d'une lentille convergente.

Différence de marche On considère un point M à l'infini. D'après le théorème de Malus, les pseudo-surfaces d'onde qui vont vers M sont des plans orthogonaux au rayon. On considère la pseudo surface d'onde qui passe par le point K d'intersection entre le rayon réfléchi par M_2 et le plan de M_1' . On nomme H le point de cette pseudo-surface d'onde associé à l'autre rayon. Par construction de pseudo surface d'onde on a donc $(HM) = (KM)$.

Soit I le point d'incidence des rayons sur M_1' et J celui sur M_2 . On note i l'angle d'incidence.

On a alors la différence de marche :

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = n(SI + IJ + JK + KM - SI - IH - HM) = n(2IJ - IH)$$

$$\delta(M) = n(2e/\cos i - IK \sin i) = n2e(1/\cos i - \sin i \tan i) = 2ne \cos i$$

Forme des franges Les franges sont définies par une différence de marche constante, donc $i = \text{cste}$. Ce sont donc des cercles concentriques !

Cependant l'écart entre les franges n'est pas constant à cause du cosinus.

• Dispositif expérimental :

Dans le paragraphe 3.3.1, nous avons mis en évidence que l'utilisation d'une source étendue impliquait que les franges circulaires étaient localisées à l'infini. Pour observer ces franges, on peut :

- soit placer son œil à la sortie de l'interféromètre ;
- soit les projeter en plaçant un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente (c'est le choix fait à la figure 19).

Afin d'observer un grand nombre d'anneaux, il faut que les valeurs de l'angle i (cf. paragraphe 3.3.1) soient suffisamment grandes, c'est pourquoi on réalise un éclairage convergent vers le miroir M_1 (cf. figure 19).

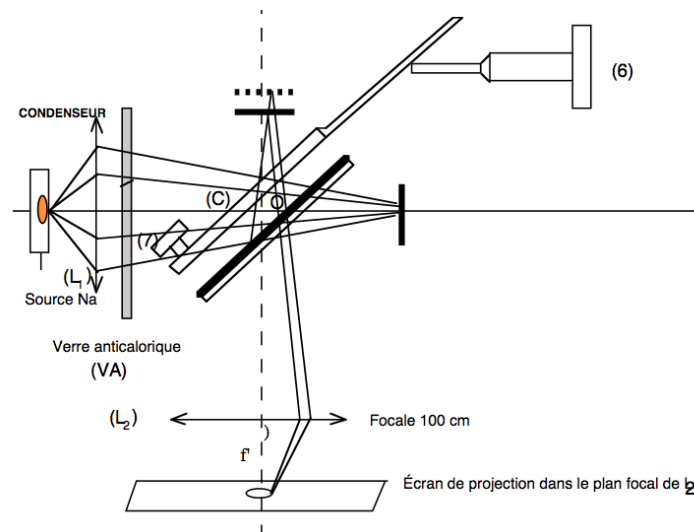


FIGURE 19 – Dispositif expérimental pour observer les interférences en « lame d'air » (source étendue)

• Anneaux qui rentrent, anneaux qui sortent... :

Fait expérimental : On constate expérimentalement que lorsque e **diminue** (respectivement **augmente**), les anneaux **rentrent** (respectivement **ressortent**).

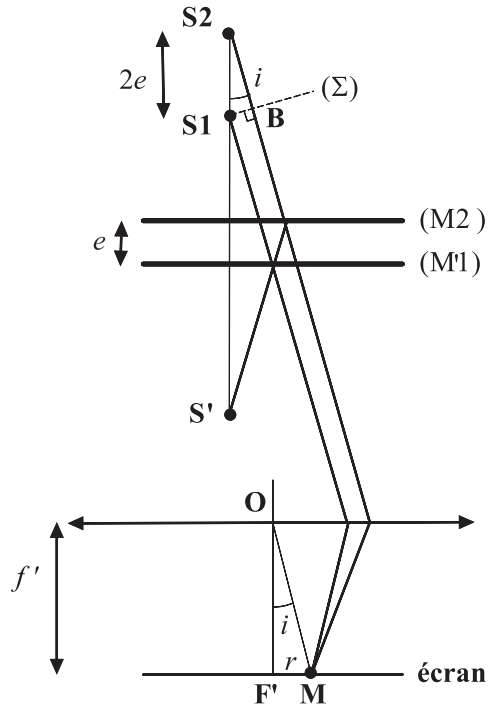


FIGURE 20 – Notations pour le calcul du rayon des anneaux

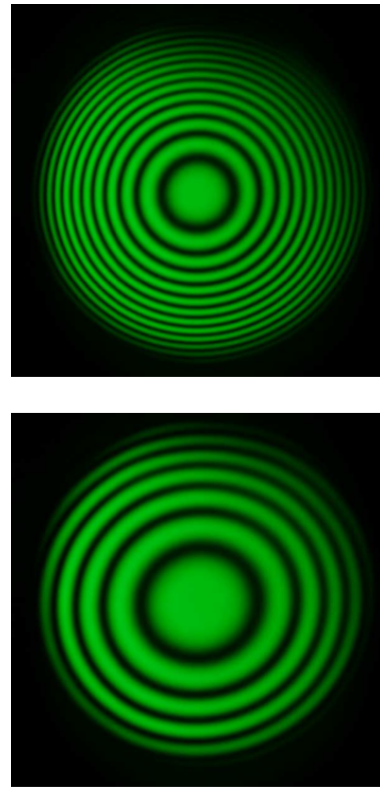


FIGURE 21 – Anneaux pour deux épaisseurs e différentes

Rendons compte de ces observations par le calcul.

On suppose que l'angle est petit donc $\tan i = r/f' \approx i$ et $\cos i \approx 1 - i^2/2 = 1 - r^2/2f'^2$.

Les franges claires ont un ordre $p \in \mathbb{Z}$ tel que $p = \delta(M)/\lambda_0$.

$$2en_{air}(1 + R_p^2/2f'^2) = p\lambda_0$$

Le rayon de l'ordre p est donc : $r_p^2 = 2f'^2(1 - p\lambda/2e)$. Cette frange n'existe donc que si $1 - p\lambda/2e > 0$!

De plus lorsque à p fixé e diminue, r_p diminue aussi, c'est à dire que les anneaux défilent de l'extérieur vers l'intérieur. On dit que les anneaux rentrent quand on se rapproche du contact optique.

De plus on constate que les ordres les plus grands correspondent au centre de la figure et les ordres les plus petits au bord de la figure.

3.3.2 Configuration en coin d'air : franges d'égale épaisseur

• Principaux résultats :

Lorsque l'interféromètre de MICHELSON est réglé en **coin d'air** avec un éclairage étendu en incidence quasi normale sur le miroir (M_1) :

— les franges d'interférences sont localisées sur le coin d'air ;

— la différence de marche au point M est : $\delta(M) \approx 2n_{air}e(M) \approx 2n_{air}\alpha x$ ^a

où : $\begin{cases} e(M) \text{ est l'épaisseur locale du coin d'air ;} \\ \alpha \text{ est l'angle entre les deux miroirs ;} \\ x \text{ est l'abscisse du point M comptée à partir de l'arête des deux miroirs.} \end{cases}$

— les franges sont parallèles à l'arête du coin d'air et équidistantes. L'interfrange vaut :

$$i = \frac{\lambda_0}{2n_{air}\alpha} = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

où λ_0 est la longueur d'onde de la lumière monochromatique dans le vide.

On les nomme "**franges d'égale épaisseur**" car l'ordre d'une frange correspond à une égale épaisseur d'air traversée.

a. Les notations variant d'un problème à l'autre, on définit $\delta(M)$ tantôt par $(SM)_2 - (SM)_1$, tantôt par $(SM)_1 - (SM)_2$ pour que la relation précédente soit valable. On peut être aussi amené à algébriser e .

Démonstration. On se place dans le cas où tous les rayons incidents arrivent perpendiculairement au miroir M'_1 . On admettra que le résultat est généralisable.

Soit I le point d'incidence des rayons sur M'_1 et J sur M_2 .

Le rayon arrivant sur M_2 fait un angle α avec la normal et est réfléchi selon la seconde loi de Descartes. → les deux rayons émergeant se croisent sur M_2 (ou du moins leur prolongement).

Remarque : Cette dernière affirmation n'est pas vraie si les rayons ne sont pas incidents perpendiculairement à M'_1 , cependant dans les conditions de Gauss, l'intersection est proche des deux miroirs.

Localisation : les franges sont localisées sur les miroirs. Pour les observer sur un écran il faut donc projeter les miroirs avec une lentille. \square

On considère alors le point M image de J par la lentille. La pseudo surface d'onde associée à M est une sphère de centre J avant la lentille. Soit H le point du second rayon qui est sur la même surface d'onde que I . On a alors $(HM) = (IM)$.

Or $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (IJHM) - (IM) = n(IJ + IH) = 2ne = 2nx \sin \alpha$.

Donc la différence de marche est $2nx\alpha$ car l'angle entre les deux miroirs est très faible.

Remarque : On utilise ici la différence de marche sur l'écran et non pas sur les miroirs, c'est une astuce de calcul. En effet avec la construction seul le prolongement des rayons se croise en J , il faut donc considérer un chemin optique (IJ) négatif pour le rayon prolongé. S'il n'y a pas de prolongement (en inversant l'ordre des miroirs) la question ne se pose pas et on trouve aisément le même résultat.

Détermination de l'interfrange i : Soit p l'ordre d'interférence. On cherche la distance entre la frange p et la frange $p + 1$. $x_p = \frac{p\lambda}{2\alpha}$. Donc $x_{p+1} - x_p = \lambda/2\alpha = i$. Les franges ont donc toutes le même espacement.

• Dispositif expérimental :

Dans le paragraphe 3.3.2, nous avons mis en évidence que l'utilisation d'une source étendue impliquait que les franges rectilignes étaient localisées sur le coin d'air. Pour observer ces franges, on peut :

- soit placer son œil à la sortie de l'interféromètre : il accommodera naturellement sur le coin d'air ;
- soit les projeter sur un écran (c'est le choix fait à la figure 22) c'est-à-dire faire l'image du coin d'air sur l'écran avec une lentille convergente (songer alors à la condition de projection " $D > 4f'$ ").

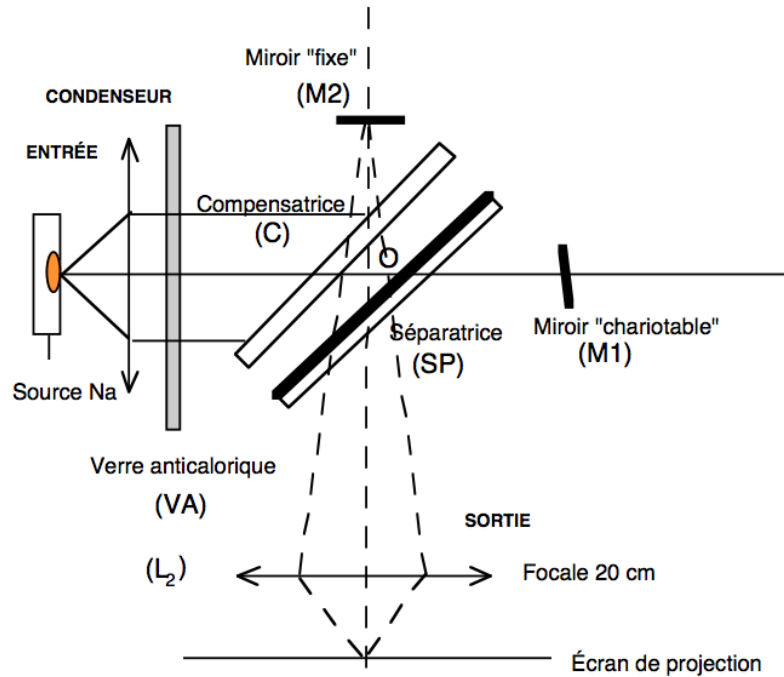


FIGURE 22 – Dispositif expérimental pour observer les interférences en "coin d'air" (source étendue)

• **Exemple d'application :**

Supposons qu'on introduise un petit défaut transparent d'épaisseur h et d'indice n à proximité de la surface du miroir (M_2). On éclaire le MICHELSON en coin d'air avec une source étendue à l'infini. Sur la zone du défaut, la différence de marche s'écrit :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = 2\alpha x + 2(n-1)h = p\lambda$$

La présence du défaut revient à augmenter localement l'épaisseur du coin d'air de la quantité $(n-1)h$. La frange d'ordre p se trouve à la position :

$$x'_p(\text{avec défaut}) = \frac{p\lambda}{2\alpha} - \frac{2(n-1)h}{2\alpha} = x_p(\text{sans défaut}) - \frac{2(n-1)h}{2\alpha}$$

Sur le défaut, les franges sont décalées vers l'arête du coin d'air. La mesure de ce décalage permet d'avoir accès à des valeurs de $(n-1)h$ de l'ordre de la fraction de longueur d'onde ; en effet, pour $2(n-1)h = \lambda$, la figure se décale d'un interfrange (cf. figure 23).

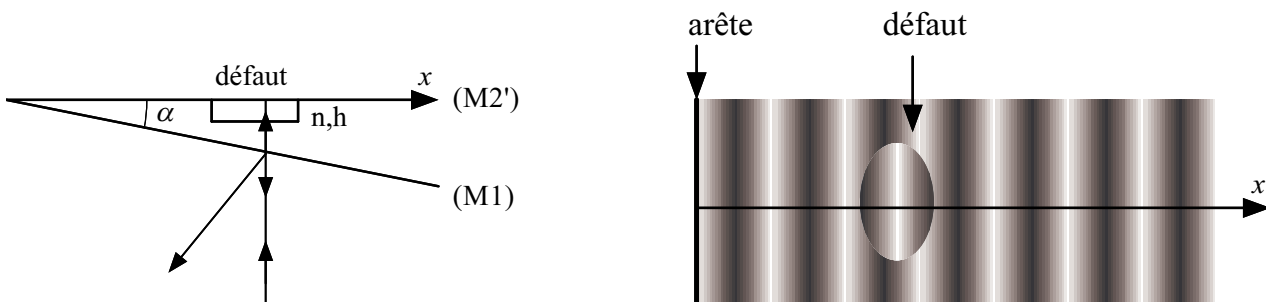


FIGURE 23 – Influence d'un défaut sur la figure d'interférences

3.4 Réalisation pratique de la séparatrice. Nécessité d'une compensatrice.

La séparatrice réelle est une lame de verre à faces parallèles dont la face d'entrée est traitée pour être semi-réfléchissante. En l'absence de compensatrice (figure 24 à gauche), un rayon traverse une fois la séparatrice lorsqu'il suit la voie 2 et la traverse trois fois lorsqu'il suit la voie 1. Cette dissymétrie introduit une différence

de marche qui dépend de l'angle et de la longueur d'onde (indice dispersif $n(\lambda)$), ce qui rend difficilement exploitable la figure d'interférence **en lumière polychromatique**.

En plaçant une lame du même verre et de même épaisseur, **parallèlement** à la séparatrice, cela compense cette dissymétrie : cette lame s'appelle la **compensatrice**. Sur chaque voie, les faisceaux traversent quatre fois une épaisseur de verre (figure 24 à droite).

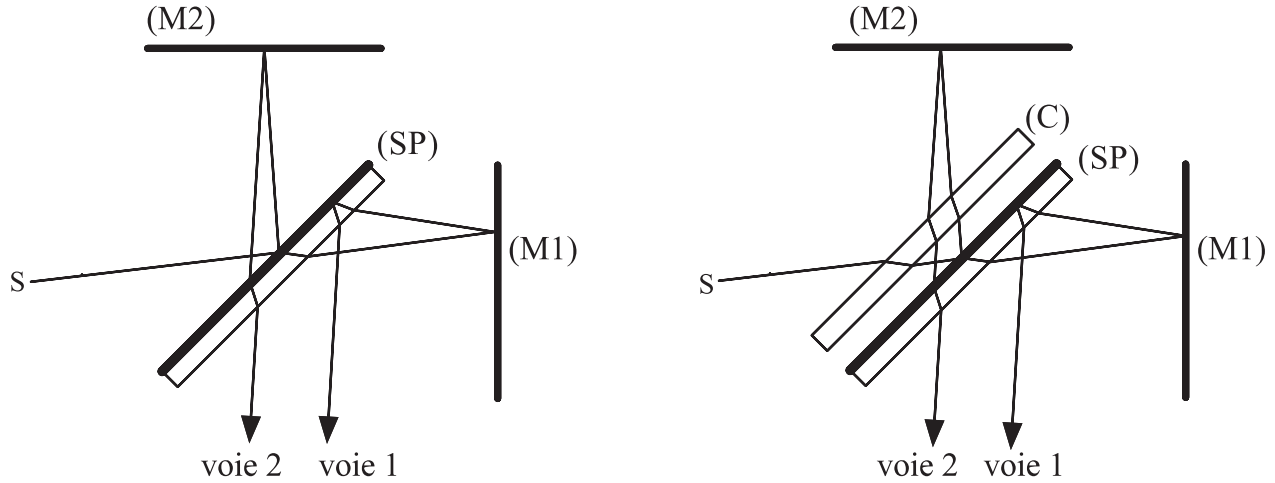


FIGURE 24 – Nécessité d'une lame compensatrice

On montre que la compensation est parfaite quand le MICHELSON est réglé en lame d'air pour deux rayons émergents parallèles issu d'un même rayon incident (observation des interférences à l'infini). En coin d'air, la compensation n'est pas parfaite mais suffisante en pratique.

Le système est alors équivalent à l'interféromètre "de principe" muni d'une séparatrice infiniment mince.

Les traitements de surface des lames de verre peuvent introduire éventuellement une différence de marche supplémentaire et on a :

$$\delta_{\text{optique}} = \delta_{\text{géométrique}} + \delta_{\text{sup}}$$

Suivant les modèles d'interféromètre, on peut avoir $\delta_{\text{sup}} = 0$ ou $\delta_{\text{sup}} = \lambda/2$. Si le réglage de la compensatrice n'est pas parfait, cela introduit aussi un δ_{sup} qui dépend de l'angle. Sauf indication contraire, nous considérerons dans le cours et les exercices que $\delta_{\text{sup}} = 0$. Nous étudierons les conséquences de ce $\delta_{\text{sup}} \neq 0$ en TP pour des interférences en lumière blanche.