OPTIQUE 8 : Interféromètres et cohérence spatiale

École Centrale Pékin

Année 3

Table des matières

	3 Exemple d'un interféromètre fonctionnant par division d'amplitude : l'interféromètre	
de moneeson		2
3.1 Description et représentation équivalente de l'interféromètre de MICHELSON		2
3.2 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source PONCTUELLE (divisio	on du front d'onde)	5
3.3 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source ÉTENDUE (division d'	amplitude)	8
3.4 Réalisation pratique de la séparatrice. Nécessité d'une compensatrice	1.	5

3 Exemple d'un interféromètre fonctionnant par division d'amplitude : l'interféromètre de MICHELSON

3.1 Description et représentation équivalente de l'interféromètre de MICHELSON

3.1.1 Description de l'interféromètre

• Vocabulaire :

L'interféromètre de MICHELSON (figure 1 et figure 2) est constitué, entre autres, de deux miroirs plans (M_1) et (M_2) et d'une lame semi-réfléchissante : la séparatrice.



FIGURE 1 – Photographies de l'interféromètre de MICHELSON



FIGURE 2 – Vue de haut d'un interféromètre de MICHELSON

Les **miroirs** (M_1) et (M_2) sont grossièrement perpendiculaires ; l'angle dièdre qu'ils forment vaut $\frac{\pi}{2} + \alpha$ où α est de l'ordre de quelques minutes d'angle (il varie entre 10^{-5} rad et 10^{-3} rad). Dans un trièdre OXYZ, (M_1) coupe l'axe des X en O_1 , du côté des X positifs et (M_2) coupe celui des Y en O_2 , du côté des Y positifs : notons $OO_1 = X_1 \ge 0$ et $OO_2 = Y_2 \ge 0$.

Les droites (OO_1) et (OO_2) sont les **bras de l'interféromètre**. L'ordre de grandeur des distances OO_1 et OO_2 est de quelques centimètres pour les interféromètres de lycée. La différence $e_{12} \triangleq X_1 - Y_2$ est donc positive, négative ou nulle : elle est algébrique.

La **séparatrice** est une surface plane d'équation X = Y jouant un rôle à la fois réfléchissant (selon les lois de Descartes) et transparent. Elle est donc semi-transparente (ou semi-réfléchissante) : un faisceau lumineux peut à la fois s'y réfléchir et la traverser, son énergie se séparant en deux. C'est pour cette raison qu'on la nomme surface séparatrice. Il existe aussi une lame, nommée compensatrice dont l'utilité est expliquée au paragraphe 3.4 et que l'on ne représentera pas par la suite.

Le rôle du **verre anti-calorique** est de préserver l'appareil et en particulier la surface des miroirs, très fragile, d'un échauffement excessif lors de l'emploi d'une source de lumière puissante (il filtre le rayonnement infrarouge de la source).

La région X < 0 est appelée **entrée** de l'interféromètre et la région Y > 0 la **sortie**.

• Schéma de principe :

Dans la suite du cours, nous travaillerons sur le schéma de principe représenté figure 3 de l'interféromètre de MICHEL-SON. Seuls les miroirs (M_1) et (M_2) , ainsi que la séparatrice apparaitront sur les schémas à partir de maintenant.



3.1.2 Mise en évidence de la division d'amplitude

Le rayon lumineux incident arrive sur la séparatrice et donne naissance à deux rayons :

- ① l'un est issu de la partie transmise, il se réfléchit sur (M_1) (il semble donc provenir de S'_1 image de S par (M_1)) puis sur la séparatrice (il semble donc provenir de S_1 image de S'_1 par la séparatrice). Le rayon transmis par la séparatrice n'est pas représenté;
- ② l'autre est issu de la partie réfléchie sur la séparatrice (et semble donc provenir de S' image de S par la séparatrice), il est alors réfléchi sur (M₂) (et semble donc provenir de S₂ image de S' par (M₂)) puis arrive à nouveau sur la séparatrice où une partie est transmise. Le rayon réfléchi par la séparatrice n'est pas représenté.

Chacun des deux rayons émergents a été réfléchi par la séparatrice une fois et transmis une fois. Comme la lame transmet 50 % de l'énergie et en réfléchit 50 %, les deux émergents ont même éclairement.



FIGURE 4 – Mise en évidence de la division d'amplitude

3.1.3 Représentation équivalente : "repliement" de l'interféromètre

Théorème - Représentation équivalente de l'interféromètre de MICHELSON : Une source ponctuelle *S* en entrée de l'interféromètre fournit, en sortie, les mêmes ondes que le système fictif :

- une source S' symétrique de S par rapport à la séparatrice ;
- le miroir (M_2) ;
- le miroir (M'_1) symétrique de (M_1) par rapport à la séparatrice.

Complétons la figure 5 et comparons cette situation à celle de la figure 6 où l'on a introduit :

- le miroir fictif (M_1') symétrique du miroir (M_1) par la séparatrice ;
- la source fictive S', symétrique de S par la séparatrice.



L'ensemble {séparatrice-compensatrice} n'agit que sur l'amplitude de l'onde, pas sur la phase.

Démonstration. • Le chemin optique $(SM)_1$ par la voie 1, se décompose comme suit si l'on suppose l'indice optique de l'air égal à un :

$$(SM)_1 = SJ + JL + LM$$

Comme géométriquement SJ = S'K et LJ = LK, il vient :

$$(SM)_1 = \left(S'M\right)_1$$

• Le chemin optique $(SM)_2$ par la voie 2, se décompose comme suit si l'on suppose l'indice optique de l'air égal à un :

$$(SM)_2 = SI + (IM)_2$$

 $(SM)_2 = \left(S'M\right)_2$

Comme géométriquement SI = S'I, il vient :

 $S_1 \bullet$

 S'_1

La figure 6 révèle que lorsque l'interféromètre de MICHELSON est illuminé par une source ponctuelle, ce sont deux rayons différents issus de S qui vont interférer en un point M de l'espace.

Sous cette dernière condition, l'interféromètre de MICHELSON fonctionne exceptionnellement comme un diviseur du front d'onde. Cependant, usuellement, il est éclairé par une source étendue (cf. paragraphe 3.3), il fonctionnera alors comme un diviseur d'amplitude.

Le schéma équivalent est proposé en figure 7.



 $S_2 \bullet$



3.2 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source PONCTUELLE (division du front d'onde)

3.2.1 Configuration en lame d'air

Théorème - Interféromètre de MICHELSON configuré en lame d'air : L'interféromètre de MICHELSON est réglé en "lame d'air" lorsque les miroirs (M_1) et (M_2) sont orthogonaux c'est-àdire lorsque (M'_1) et (M_2) sont parallèles.

Dans ce cas, les rayons lumineux semblent provenir de deux sources équivalentes S_1 et S_2 symétriques de la source ponctuelle S respectivement par (M'_1) et (M_2) . Si la distance entre les deux miroirs $d(M'_1, M_2) = e$ alors $S_1S_2 = 2e$:

- dans le cas où e ≠ 0, on observe des anneaux dans tout l'espace si l'écran est placé orthogonalement à S₁S₂ : les franges sont délocalisées.
- dans la cas où e = 0, l'éclairement est uniforme sur l'écran. On dit qu'on est au **contact** optique. On observe la teinte plate.

En effet, si l'on se réfère à la figure 8



FIGURE 8 - Interféromètre de MICHELSON réglé en lame d'air

3.2.2 Configuration en coin d'air

La configuration en "coin d'air" correspond au cas où les miroirs (M'_1) et (M_2) ne sont pas parallèles ($\alpha \neq 0$).

Définition : L'interféromètre de MICHELSON est réglé en "coin d'air" lorsque les miroirs (M_1) et (M_2) sont **presque orthogonaux** c'est-à-dire lorsque (M'_1) et (M_2) font un angle α entre eux de l'ordre de la <u>minute d'arc</u>.

• Cas de la source ponctuelle ${\cal S}$ à distance finie :

On note à nouveau S_1 et S_2 les images respectives par les miroirs (M'_1) et (M_2) de S'. Si l'écran est quasiparallèle à la droite des sources secondaires S_1 et S_2 , les franges sont quasi-rectilignes et parallèles à l'arête du coin d'air (c'est la configuration des trous de Young). Dans le cas contraire, on obtient des franges plus ou moins incurvées. La figure d'interférences obtenue est alors difficile à exploiter quantitativement et ne correspond pas à une situation d'étude.





• Cas de la source ponctuelle S à l'infini :

Théorème - Coin d'air avec source ponctuelle à l'infini : Lorsque la source ponctuelle est à l'infini sur le bras de l'interféromètre (onde plane de longueur d'onde dans le vide λ_0), on obtient des franges rectilignes **délocalisées**, parallèles à l'arête du coin d'air. L'interfrange est donné par l'expression :

$$i = \frac{\lambda_0}{2n_{air}\sin(\alpha)} \approx \frac{\lambda_0}{2n_{air}\alpha} = \frac{\lambda}{2\alpha}$$



École Centrale Pékin

3.3 Interféromètre de MICHELSON illuminé par une source ÉTENDUE (division d'amplitude)

Lorsque l'interféromètre de MICHELSON est éclairé par une source ponctuelle, les interférences sont délocalisées mais peu lumineuses. Que se passe-t-il si on étend la source?

Théorème - Interféromètre de MICHELSON avec source étendue : Si on remplace la source ponctuelle par une source étendue, on constate une diminution du contraste voire même une disparition du phénomène d'interférences. En effet, les systèmes de franges créées par chaque point source se superposent et l'ensemble se brouille.

On constate cependant, suivant le réglage de l'interféromètre et les conditions d'éclairage, qu'on peut retrouver des interférences en certaines zones de l'espace (cf. ??).

3.3.1 Configuration en lame d'air à faces parallèles : anneaux d'égale inclinaison

• Principaux résultats :

Lorsque l'interféromètre de MICHELSON est réglé en lame d'air à faces parallèles avec un éclairage étendu **convergent sur le miroir** (M_1) :

- les franges d'interférences sont localisées à l'infini;
- la différence de marche au point M est : $\delta(M) = 2n_{air}e\cos i |^a$

où : $\begin{cases} e \text{ est l'épaisseur de la lame d'air;} \\ i \text{ est l'angle du rayon incident avec la normale aux miroirs.} \end{cases}$

— les franges sont des anneaux dit "d'égale inclinaison" concentriques non équidistants (plus resserrés sur les bords qu'au centre).

a. Les notations variant d'un problème à l'autre, on définit $\delta(M)$ tantôt par $(SM)_2 - (SM)_1$, tantôt par $(SM)_1$ -SM)₂ pour que la relation précédente soit valable. On peut être aussi amené à algébriser e.



• Dispositif expérimental :

Dans le paragraphe 3.3.1, nous avons mis en évidence que l'utilisation d'une source étendue impliquait que les franges circulaires étaient localisées à l'infini. Pour observer ces franges, on peut :

- soit placer son œil à la sortie de l'interféromètre;
- soit les projeter en plaçant un écran dans le plan focal image d'une lentille convergente (c'est le choix fait à la figure 10).

Afin d'observer un grand nombre d'anneaux, il faut que les valeurs de l'angle i (cf. paragraphe 3.3.1) soient suffisamment grandes, c'est pourquoi on réalise un éclairage convergent vers le miroir M_1 (cf. figure 10).



FIGURE 10 – Dispositif expérimental pour observer les interférences en «lame d'air» (source étendue)

• Anneaux qui rentrent, anneaux qui sortent... :

Fait expérimental : On constate expérimentalement que lorsque *e* diminue (respectivement **augmente**), les anneaux rentrent (respectivement ressortent).



FIGURE 11 – Notations pour le calcul du rayon des anneaux

Rendons compte de ces observations par le calcul.



FIGURE 12 – Anneaux pour deux épaisseurs e différentes

3.3.2 Configuration en coin d'air : franges d'égale épaisseur

• Principaux résultats :

Lorsque linterféromètre de MICHELSON est réglé en coin d'air avec un éclairage étendu en incidence quasi normale sur le miroir (M_1) :

— les franges d'interférences sont localisées sur le coin d'air;

— la différence de marche au point M est : $\delta(M) \approx 2n_{air}e(M) \approx 2n_{air}\alpha x |^a$

e(M) est l'épaisseur locale du coin d'air;

où : $\begin{cases} \alpha \text{ est l'angle entre les deux miroirs;} \\ x \text{ est l'abscisse du point M comptée à partir de l'arête des deux miroirs.} \end{cases}$

- les franges sont parallèles à l'arête du coin d'air et équidistantes. L'nterfrange vaut :

$$i = \frac{\lambda_0}{2n_{air}\alpha} = \frac{\lambda}{2\alpha}$$

où λ_0 est la longueur d'onde de la lumière monochromatique dans le vide.

On les nomme "franges d'égale épaisseur" car l'ordre d'une frange correspond à une égale épaisseur d'air traversée.

a. Les notations variant d'un problème à l'autre, on définit $\delta(M)$ tantôt par $(SM)_2 - (SM)_1$, tantôt par $(SM)_1 - (SM)_2 - (SM)_2$ SM)₂ pour que la relation précédente soit valable. On peut être aussi amené à algébriser e.

En effet,

• Dispositif expérimental :

Dans le paragraphe 3.3.2, nous avons mis en évidence que l'utilisation d'une source étendue impliquait que les franges rectilignes étaient localisées sur le coin d'air. Pour observer ces franges, on peut :

- soit placer son œil à la sortie de l'interféromètre : il accommodera naturellement sur le coin d'air;
- soit les projeter sur un écran (c'est le choix fait à la figure 13) c'est-à-dire faire l'image du coin d'air sur l'écran avec une lentille convergente (songer alors à *la condition de projection* "D > 4f'").



FIGURE 13 – Dispositif expérimental pour observer les interférences en "coin d'air" (source étendue)

• Exemple d'application :

Supposons qu'on introduise un petit défaut transparent d'épaisseur h et d'indice n à proximité de la surface du miroir (M_2) . On éclaire le MICHELSON en coin d'air avec une source étendue à l'infini. Sur la zone du défaut, la différence de marche s'écrit :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = 2\alpha x + 2(n-1)h = p\lambda$$

La présence du défaut revient à augmenter localement l'épaisseur du coin d'air de la quantité (n - 1)h. La frange d'ordre p se trouve à la position :

$$x_p'(\text{avec defaut}) = \frac{p\lambda}{2\alpha} - \frac{2(n-1)h}{2\alpha} = x_p(\text{sans defaut}) - \frac{2(n-1)h}{2\alpha}$$

Sur le défaut, les franges sont décalées vers l'arête du coin d'air. La mesure de ce décalage permet d'avoir accès à des valeurs de (n-1)h de l'ordre de la fraction de longueur d'onde; en effet, pour $2(n-1)h = \lambda$, la figure se décale d'un interfrange (cf. figure 14).



FIGURE 14 – Influence d'un défaut sur la figure d'interférences

3.4 Réalisation pratique de la séparatrice. Nécessité d'une compensatrice.

La séparatrice réelle est une lame de verre à faces parallèles dont la face d'entrée est traitée pour être semiréfléchissante. En l'absence de compensatrice (figure 15 à gauche), un rayon traverse une fois la séparatrice lorsqu'il suit la voie 2 et la traverse trois fois lorsqu'il suit la voie 1. Cette dissymétrie introduit une différence de marche qui dépend de l'angle et de la longueur d'onde (indice dispersif $n(\lambda)$), ce qui rend difficilement exploitable la figure d'interférence **en lumière polychromatique**.

En plaçant une lame du même verre et de même épaisseur, **parallèlement** à la séparatrice, cela compense cette dissymétrie : cette lame s'appelle la **compensatrice**. Sur chaque voie, les faisceaux traversent quatre fois une épaisseur de verre (figure 15 à droite).



FIGURE 15 – Nécessité d'une lame compensatrice

On montre que la compensation est parfaite quand le MICHELSON est réglé en lame d'air pour deux rayons émergents parallèles issu d'un même rayon incident (observation des interférences à l'infini). En coin d'air, la compensation n'est pas parfaite mais suffisante en pratique.

Le système est alors équivalent à l'interféromètre "de principe" muni d'une séparatrice infiniment mince.

Les traitements de surface des lames de verre peuvent introduire éventuellement une différence de marche supplémentaire et on a :

$$\delta_{\rm optique} = \delta_{\rm g\acute{e}om\acute{e}trique} + \delta_{\rm sup}$$

Suivant les modèles d'interféromètre, on peut avoir $\delta_{sup} = 0$ ou $\delta_{sup} = \lambda/2$. Si le réglage de la compensatrice n'est pas parfait, cela introduit aussi un δ_{sup} qui dépend de l'angle. Sauf indication contraire, nous considèrerons dans le cours et les exercices que $\delta_{sup} = 0$. Nous étudierons les conséquences de ce $\delta_{sup} \neq 0$ en TP pour des interférences en lumière blanche.