



CONVECTION

Loi de refroidissement de Newton

$$\dot{Q} = hA(T_s - T_\infty)$$

h : coefficient de transfert (W/m²/K).

Il dépend de:

- La géométrie
- La nature de l'écoulement
- La vitesse du fluide
- Les propriétés physiques du fluide

Ordres de grandeur:

- Convection naturelle de gaz: 2-25 W/m²/K
- Convection naturelle de liquides: 10-1000 W/m²/K
- Convection forcée de gaz: 25-250 W/m²/K
- Convection forcée de liquides: 50-20000 W/m²/K
- Ebullition et condensation: 2500-100000 W/m²/K

Couche limite

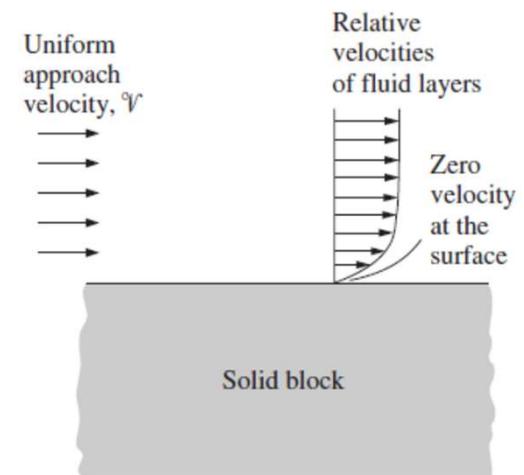
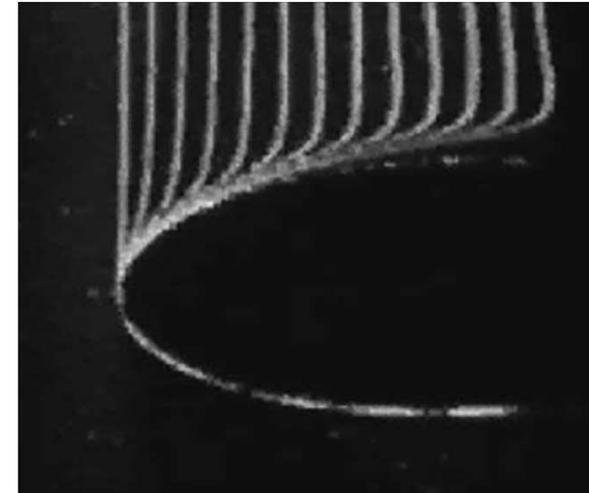
Condition de non-glissement: à la paroi,
 $u = 0$

Conséquence:

- Formation d'une **couche limite**: région proche de la surface où les effets visqueux (et donc les gradients de vitesse) sont importants
- En dehors de la couche limite, les effets visqueux sont négligeables
- A la surface, le transfert de chaleur a lieu par conduction pure:

$$\vec{q}_{conv} = \vec{q}_{cond} = -k_f \vec{\nabla} T|_S$$

$$h = \frac{-k_f \vec{\nabla} T|_S}{T_S - T_\infty}$$



Nombre de Nusselt

Nombre de Nusselt, Nu :

$$Nu = \frac{hL}{k_f} = \frac{\text{transfert par convection}}{\text{transfert par conduction pure}}$$

$Nu = 1$: conduction pure



Types d'écoulement

- **Écoulement externe** (d'un fluide non confiné sur une surface) / **écoulement interne** (limité par des surfaces solides)
- **Écoulement incompressible** (masse volumique constante tout au long de l'écoulement, $\frac{D\rho}{Dt} = 0$) / **écoulement compressible** (la masse volumique évolue au long de l'écoulement, $\frac{D\rho}{Dt} \neq 0$)
- **Écoulement laminaire** (ordonné, sous formes de couches) / **écoulement turbulent** (chaotique, caractérisé par des fluctuations de vitesse)
- **Écoulement forcé** (à l'aide de moyens extérieurs: ventilateur, pompes, vent, etc.) / **écoulement naturel** (dû à la poussée d'Archimède induite par des différences de masse volumique)
- **Écoulement stationnaire** ou en **régime permanent** (pas de variations avec le temps) / **écoulement instationnaire** (variation avec le temps)
 - **Écoulement périodique**: oscille autour d'une moyenne stationnaire
 - **Écoulement transitoire**: entre deux régimes stationnaires

Mach
 Ma

Reynolds (Re)
ou Grasshof (Gr)

$\frac{Re}{Gr^2}$

Strouhal
 St

Nombre de Grashof

Nombre de Grashof, Gr :

$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)L^3}{\nu^2} = \frac{\text{Poussée d'Archimède}}{\text{Forces visqueuses}}$$

avec $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$: coefficient de dilatation volumique

Régime turbulent : $Gr > 10^9$

Convection naturelle domine si $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$

Convection forcée domine si $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$

Convection mixte si $\frac{Gr}{Re^2} \sim 1$

Equation de continuité

- Bilan de matière: (E)-(S)+(P)=(A)

$$- \iint_S \rho \vec{u} \vec{n}_{ext} dS = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

$$- \iiint_V \vec{\nabla}(\rho \vec{u}) dV = \iiint_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{u}) = 0 \Leftrightarrow \frac{D\rho}{Dt} + \rho \vec{\nabla} \vec{u} = 0$$

Accumulation
de matière

Sortie nette
de matière

Rappel : $\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \vec{\nabla} \rho$



Equation de Cauchy

- Bilan de quantité de mouvement: (E)-(S)+(P)=(A)

$$\iiint_V \rho \vec{g} dV + \iint_S \vec{\sigma} \vec{n}_{ext} dS - \iint_S \vec{u} (\rho \vec{u}) \vec{n}_{ext} dS = \iiint_V \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} dV$$

$$\iiint_V \rho \vec{g} dV + \iiint_V \vec{\nabla} \vec{\sigma} dV - \iiint_V \vec{\nabla}(\rho \vec{u} \vec{u}) dV = \iiint_V \frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} dV$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{u} \vec{u}) = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \vec{\sigma} \Leftrightarrow \rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \vec{\sigma} \quad \text{Equation de Cauchy}$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{u} \vec{u}) = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \vec{\tau} - \vec{\nabla} p \Leftrightarrow \rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \vec{\tau} - \vec{\nabla} p$$

$$\frac{\partial(\rho \vec{u})}{\partial t} + \vec{\nabla}(\rho \vec{u} \vec{u}) = -\vec{\nabla} p + \rho \vec{g} + \mu \Delta \vec{u}$$

Equation de Navier – Stokes
(écoulement incompressible, viscosité constante)

Accumulation de qtté. de mvmt.

IS DES R

Forces de pression

Forces visqueuses

Equation de l'énergie mécanique

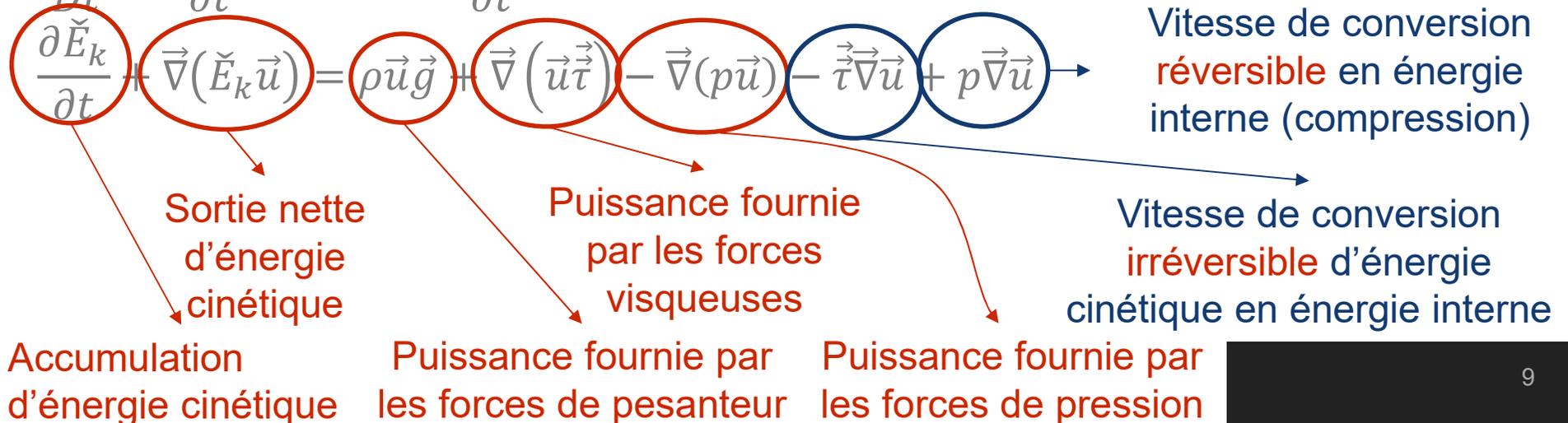
$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \vec{\sigma}$. On multiplie par \vec{u} :

$$\rho \vec{u} \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \frac{D(\frac{1}{2}\vec{u}\vec{u})}{Dt} = \rho \vec{u} \vec{g} + \vec{u} \vec{\nabla} \vec{\sigma} = \rho \vec{u} \vec{g} + \vec{u} \vec{\nabla} \vec{\tau} - \vec{u} \vec{\nabla} p$$

$\frac{1}{2} \rho \vec{u}\vec{u} = \check{E}_k$: énergie cinétique par unité de volume

$$\frac{D\check{E}_k}{Dt} = \rho \frac{D(\frac{1}{2}\vec{u}\vec{u})}{Dt} + \frac{1}{2} \vec{u}\vec{u} \frac{D\rho}{Dt} = \rho \frac{D(\frac{1}{2}\vec{u}\vec{u})}{Dt} - \check{E}_k \vec{\nabla} \vec{u}$$

$$\frac{D\check{E}_k}{Dt} = \frac{\partial \check{E}_k}{\partial t} + \vec{u} \vec{\nabla} \check{E}_k = \frac{\partial \check{E}_k}{\partial t} + \vec{\nabla}(\check{E}_k \vec{u}) - \check{E}_k \vec{\nabla} \vec{u}$$



Equation de la chaleur

- Bilan d'énergie: (A)=(E)-(S)+(P)

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(\hat{U} + \frac{1}{2} u^2 \right) = - (\vec{\nabla} \vec{q}) + P + \rho \vec{g} \vec{u} + \vec{\nabla} \vec{\tau} \vec{u} - \vec{\nabla} p \vec{u} \quad \text{Equation de l'énergie}$$

$$\rho \frac{D\hat{U}}{Dt} = - (\vec{\nabla} \vec{q}) + P + \vec{\tau} \vec{\nabla} \vec{u} - p \vec{\nabla} \vec{u} \quad \text{Equation de l'énergie interne ou Equation de la chaleur}$$

Entrée nette de chaleur par conduction

Entrée nette de chaleur par rayonnement

Vitesse de conversion irréversible d'énergie cinétique en énergie interne

Vitesse de conversion réversible en énergie interne (compression)

Fonction de dissipation visqueuse, ϕ_V (s⁻²):

$$\mu \phi_V = \vec{\tau} \vec{\nabla} \vec{u}$$

Autres formes de l'équation de la chaleur

$$\hat{H} = \hat{U} + p\hat{V} = \hat{U} + \frac{p}{\rho} \Rightarrow \rho \frac{D\hat{H}}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{q}) + P + \vec{\tau} \vec{\nabla} \vec{u}$$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp = c_P dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp$$

Liquides: $\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T \approx 0$

Gaz: $\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T = V(1 - T\beta)$, $\beta = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$

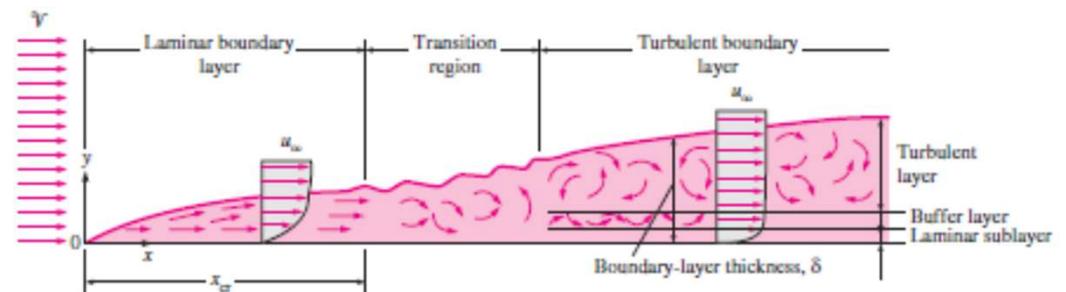
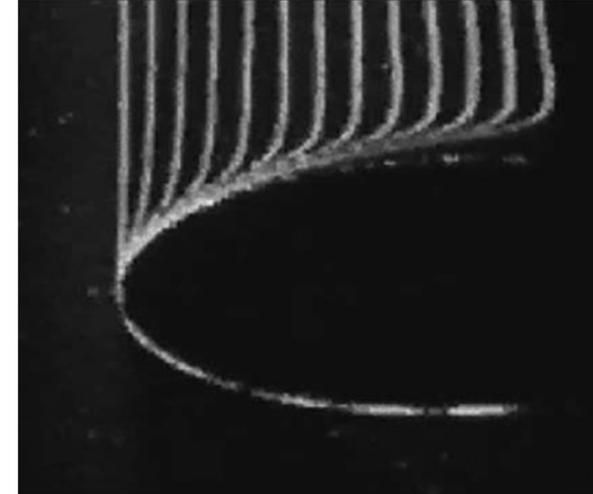
Gaz parfaits: $\beta = \frac{1}{T} \Rightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T = 0$

Liquides, gaz parfaits: $\rho \hat{c}_P \frac{DT}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{q}) + P + \vec{\tau} \vec{\nabla} \vec{u}$

Gaz réels: $\rho \hat{c}_P \frac{DT}{Dt} = \beta T \frac{Dp}{Dt} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{q}) + P + \vec{\tau} \vec{\nabla} \vec{u}$

Couche limite: hypothèses

- Écoulement incompressible
- Ecoulement stationnaire
- Régime laminaire
- Propriétés physiques constantes (μ, k, ρ, \hat{c}_p)
- Dissipation visqueuse négligeable
- Effets de pesanteur et de rayonnement négligeables



Couche limite: mise en équations

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$$

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right)$$

$$u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right)$$

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right)$$

Viscosité cinématique, ν (m²/s): $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Couche limite: hypotheses de Prandtl

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \ll \frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ \frac{\partial p}{\partial x} \ll \frac{\partial p}{\partial y} \approx 0 \end{array} \right.$$

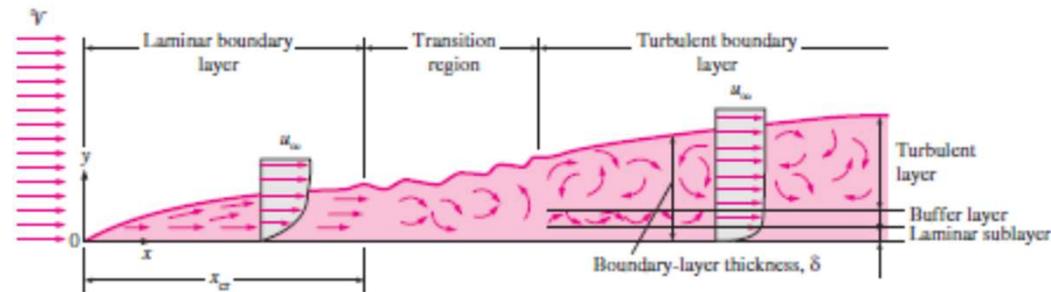
$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0$$

$$u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2}$$

$$u_x \frac{\partial T}{\partial x} + u_y \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Couche limite: conditions limites

$$\begin{array}{llll}
 x = 0 & u_x = u_\infty & u_y = 0 & T = T_\infty \\
 y = 0 & u_x = 0 & u_y = 0 & T = T_p \\
 y \rightarrow \infty & u_x = u_\infty & u_y = 0 & T = T_\infty
 \end{array}$$



Solution de Blasius

Epaisseur de la couche limite: $\delta = \frac{4,91}{\sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}} = \frac{4,91x}{\sqrt{Re_x}}$

$$Re_x = \frac{xu_\infty}{\nu}$$

$$\tau_w = \mu \left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{0,332\rho u_\infty^2}{\sqrt{Re_x}}$$

$$c_{f,x} = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}}$$

Couche limite thermique



Nombre de Prandtl, Pr :

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{diffusivité moléculaire de quantité de mouvement}}{\text{diffusivité moléculaire de chaleur}}$$

$$\frac{\delta}{\delta_t} \cong Pr^{1/3}$$

Si $Pr = 1$, les deux couches limites (de vitesses et de température) se superposent

Si $Pr > 0,6$:

$$h_x = \frac{-k \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0}}{T_\infty - T_p} = 0,332 \cdot Pr^{1/3} k \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}}$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 \cdot Pr^{1/3} Re_x^{1/2}$$

$$\delta_t = \frac{\delta}{Pr^{1/3}} = \frac{4,91x}{Pr^{1/3} \sqrt{Re_x}} = 4,91 \cdot x^{1/2} u_\infty^{-1/2} \nu^{1/6} \alpha^{1/3}$$

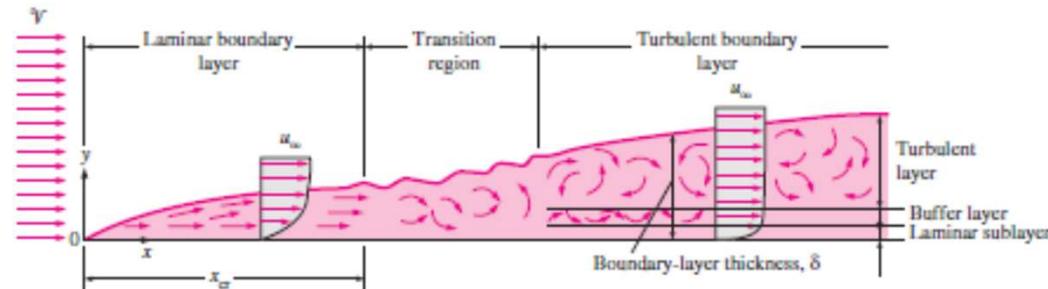
Propriétés physiques évaluées
à la température moyenne
dans la couche limite

$$T_f = \frac{T_\infty + T_p}{2}$$

Typical ranges of Prandtl numbers
for common fluids

Fluid	Pr
Liquid metals	0.004–0.030
Gases	0.7–1.0
Water	1.7–13.7
Light organic fluids	5–50
Oils	50–100,000
Glycerin	2000–100,000

Transition de régimes (laminaire → turbulent) sur une plaque plane



Elle dépend de:

- La géométrie de la surface
- La rugosité de la surface
- La vitesse du fluide en amont
- La température de la plaque
- Des propriétés physiques du fluide

Elle est caractérisé par le nombre de Reynolds:

$$Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu}$$

$$Re_x < 2 \cdot 10^5: \text{régime laminaire}$$

$$Re_x > 5 \cdot 10^5: \text{régime turbulent}$$

Analyse dimensionnelle

Théorème Pi de Buckingham:

Si une équation physique met en jeu n variables physiques, celles-ci dépendant de k unités fondamentales, alors il existe une équation équivalente mettant en jeu $n-k$ variables adimensionnelles construites à partir des variables originales

Analyse dimensionnelle

$$h = h(k, \hat{c}_P, \rho, \mu, u_\infty, L)$$

$$h(=) \frac{E}{L^2 t T} = \frac{FL}{L^2 t T} = \frac{MLt^{-2}}{LtT} = Mt^{-1}T^{-1}$$

$$k(=) \frac{E}{LtT} = \frac{FL}{LtT} = \frac{MLt^{-2}}{tT} = MLt^{-1}T^{-1}$$

$$\hat{c}_P(=) \frac{E}{MT} = \frac{ML^2t^{-2}}{MT} = L^2t^{-2}T^{-1}$$

$$\rho(=) ML^{-3}$$

$$\mu(=) \frac{F}{L^2} t = MLt^{-2} \frac{t}{L^2} = ML^{-1}t^{-1}$$

$$u_\infty(=) Lt^{-1}$$

$$L(=) L$$

Analyse dimensionnelle

$$h = a \cdot k^b \hat{c}_p^c \rho^d \mu^e u_\infty^f L^g$$

$$Mt^{-1}T^{-1} = a \cdot (MLt^{-1}T^{-1})^b (L^2t^{-2}T^{-1})^c (ML^{-3})^d (ML^{-1}t^{-1})^e (Lt^{-1})^f (L)^g$$

$$M: 1=b+d+e$$

$$b=1-c$$

$$t: -1=-b-2c-e-f$$

$$e=c-d$$

$$T: -1=-b-c$$

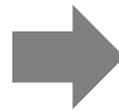
$$f=d$$

$$L: 0=b+2c-3d-e+f+g$$

$$g=d-1$$

$$\frac{hL}{k} = a \left(\frac{u_\infty \rho L}{\mu} \right)^d \left(\frac{\hat{c}_p \mu}{k} \right)^c$$

$$Nu = a Re^d Pr^c$$



Analogie de Reynolds

Hyp.: écoulement laminaire, incompressible et stationnaire, avec dissipation visqueuse négligeable et propriétés physiques constantes

$$\text{Si } \frac{\partial p^*}{\partial x^*} = 0$$

$$u_x^* \frac{\partial u_x^*}{\partial x^*} + u_y^* \frac{\partial u_x^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u_x^*}{\partial y^{*2}}$$

$$u_x^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + u_y^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

Si $Pr=1$, les deux équations ont la même forme (et les mêmes conditions limites) → même solution. Alors

$$\left. \frac{du_x^*}{dy^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{dT^*}{dy^*} \right|_{y^*=0}$$

$$\frac{c_{f,x}}{2} = St \quad \text{Analogie de Reynolds } (Pr = 1)$$

Nombre de Stanton, St :

$$St = \frac{Nu}{RePr} = \frac{h}{\rho u_\infty \hat{c}_p} = \frac{\text{chaleur transférée}}{\text{chaleur stockée}}$$

Analogie de Chilton et Colburn

Rappel: pour une plaque plane:

$$c_{f,x} = 0,664 Re_x^{-1/2}$$

$$Nu_x = \frac{h_x x}{k} = 0,332 \cdot Pr^{1/3} Re_x^{1/2}$$

$$\frac{c_{f,x}}{2} = St \cdot Pr^{2/3} = j_H \quad \text{Analogie de Chilton et Colburn } (0,6 < Pr < 60)$$

Facteur j de Colburn, j_H :

$$j_H = St \cdot Pr^{2/3}$$

Cette analogie est valable:

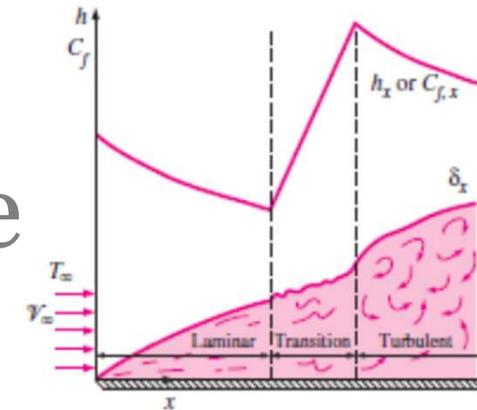
- En régime laminaire, tant que $dp^*/dx^* = 0$
- En régime turbulent

Choix de corrélations

- Géométrie
- Nature de l'écoulement
- Domaine de validité de la corrélation

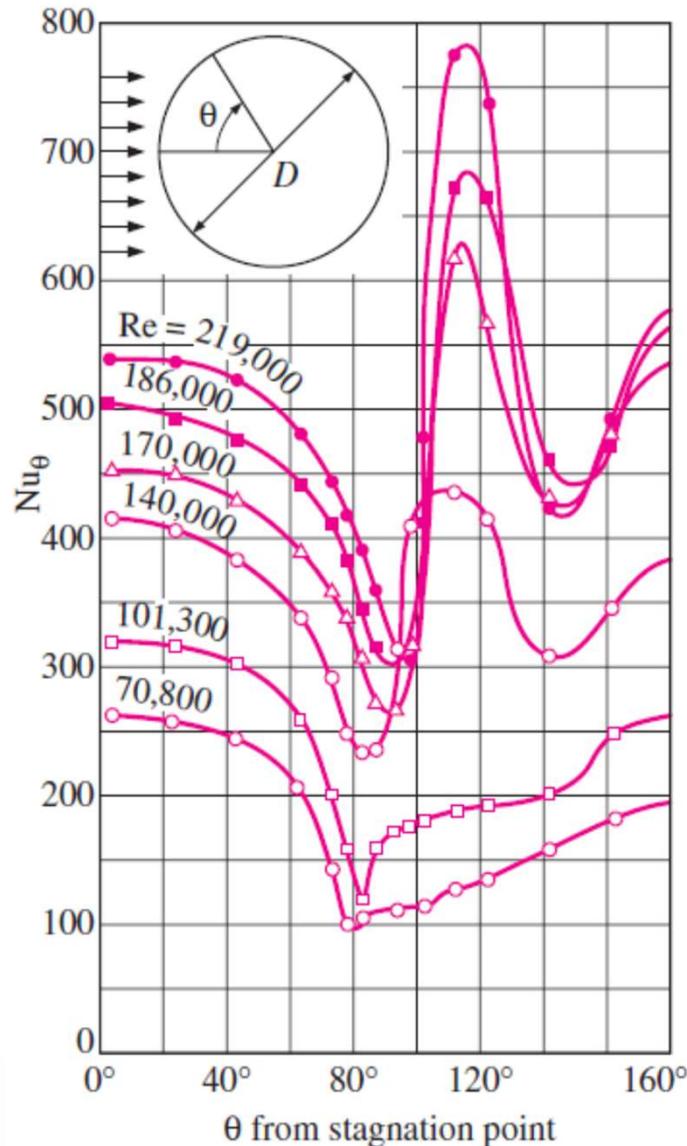


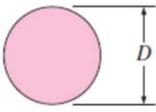
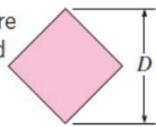
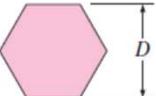
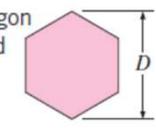
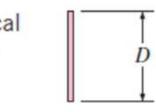
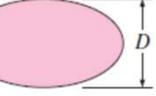
Coefficients de friction et de transfert sur une plaque plane



Laminaire		Turbulent
$c_{f,x} = 0,664Re_x^{-1/2}$ $Re_x < 5 \cdot 10^5$		$c_{f,x} = 0,059Re_x^{-1/5}$ $5 \cdot 10^5 \leq Re_x \leq 10^7$
$c_f = 1,33Re_L^{-1/2}$ $Re_L < 5 \cdot 10^5$	$c_f = 0,074Re_L^{-1/5} - 1742Re_L^{-1}$ $5 \cdot 10^5 \leq Re_L \leq 10^7$	$c_f = 0,074Re_L^{-1/5}$ $5 \cdot 10^5 \leq Re_L \leq 10^7$
	<i>Propriétés physiques évaluées à la température moyenne dans la couche limite</i>	$c_f = \left(1,89 - 1,62 \log \frac{\epsilon}{L}\right)^{-2,5}$ $Re_L > 10^6, \epsilon/L > 10^{-4}$
$Nu_x = 0,332Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$ $Re_x < 5 \cdot 10^5, Pr > 0,6$		$Nu_x = 0,0296Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$ $5 \cdot 10^5 < Re_x < 10^7$ $, 0,6 \leq Pr \leq 60$
$Nu_L = 0,664Re_L^{1/2} Pr^{1/3}$ $Re_L < 5 \cdot 10^5, Pr > 0,6$	$Nu_L = \left(0,037Re_L^{4/5} - 871\right) Pr^{1/3}$ $5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^7$ $, 0,6 \leq Pr \leq 60$	$Nu_L = 0,037Re_L^{4/5} Pr^{1/3}$ $5 \cdot 10^5 < Re_L < 10^7$ $, 0,6 \leq Pr \leq 60$

Nusselt moyen autour d'un cylindre



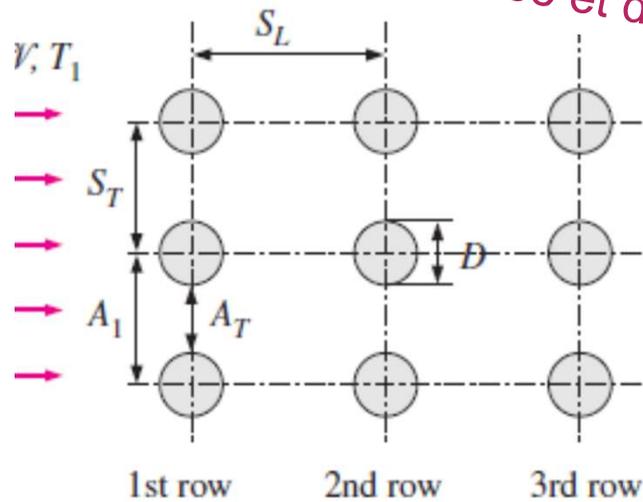
Cross-section of the cylinder	Fluid	Range of Re	Nusselt number
Circle 	Gas or liquid	0.4–4 4–40 40–4000 4000–40,000 40,000–400,000	$Nu = 0.989Re^{0.330} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.911Re^{0.385} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.683Re^{0.466} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.193Re^{0.618} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.027Re^{0.805} Pr^{1/3}$
Square 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.102Re^{0.675} Pr^{1/3}$
Square (tilted 45°) 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.246Re^{0.588} Pr^{1/3}$
Hexagon 	Gas	5000–100,000	$Nu = 0.153Re^{0.638} Pr^{1/3}$
Hexagon (tilted 45°) 	Gas	5000–19,500 19,500–100,000	$Nu = 0.160Re^{0.638} Pr^{1/3}$ $Nu = 0.0385Re^{0.782} Pr^{1/3}$
Vertical plate 	Gas	4000–15,000	$Nu = 0.228Re^{0.731} Pr^{1/3}$
Ellipse 	Gas	2500–15,000	$Nu = 0.248Re^{0.612} Pr^{1/3}$

Prop. phys. à la température moyenne dans la couche limite



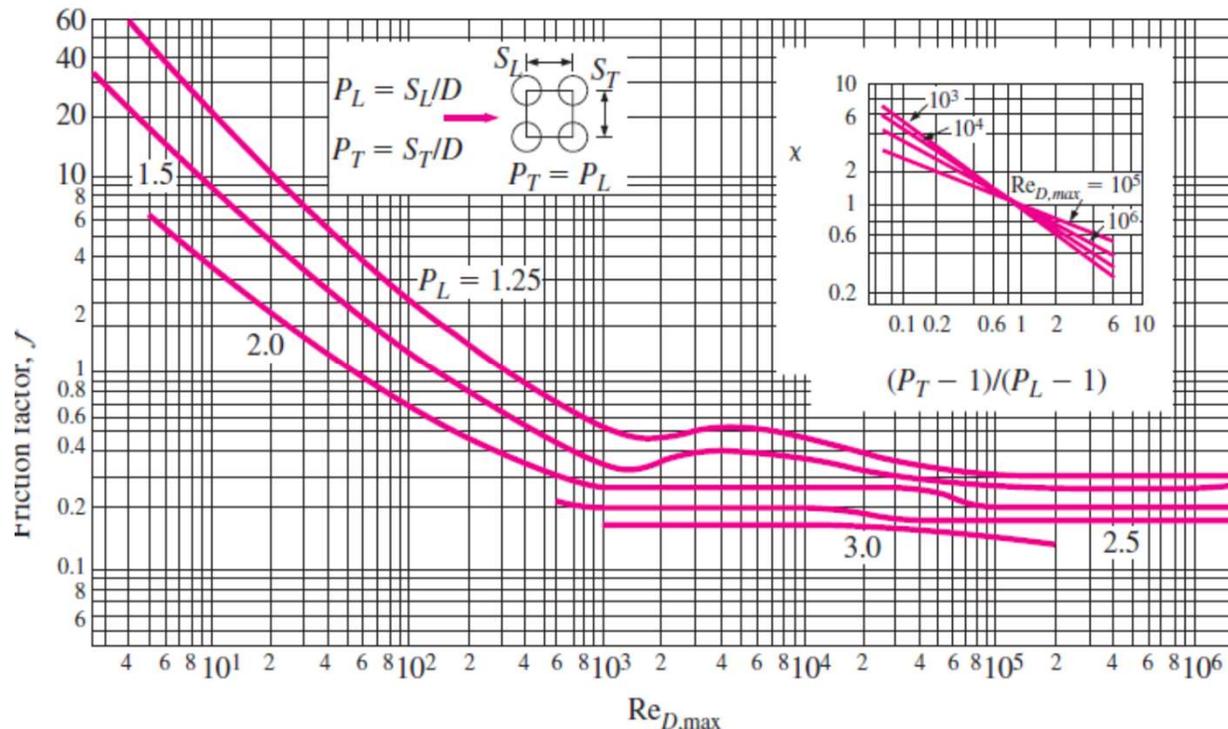
Transferts dans un faisceaux de tubes en ligne

Prop. phys. à la moyenne des températures d'entrée et de sortie



Re	Corrélation
0 - 100	$Nu_D = 0,9Re_D^{0,4} Pr^{0,36} (Pr/Pr_w)^{0,25}$
100 - 1000	$Nu_D = 0,52Re_D^{0,5} Pr^{0,36} (Pr/Pr_w)^{0,25}$
1000 - $2 \cdot 10^5$	$Nu_D = 0,27Re_D^{0,63} Pr^{0,36} (Pr/Pr_w)^{0,25}$
$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	$Nu_D = 0,033Re_D^{0,8} Pr^{0,4} (Pr/Pr_w)^{0,25}$

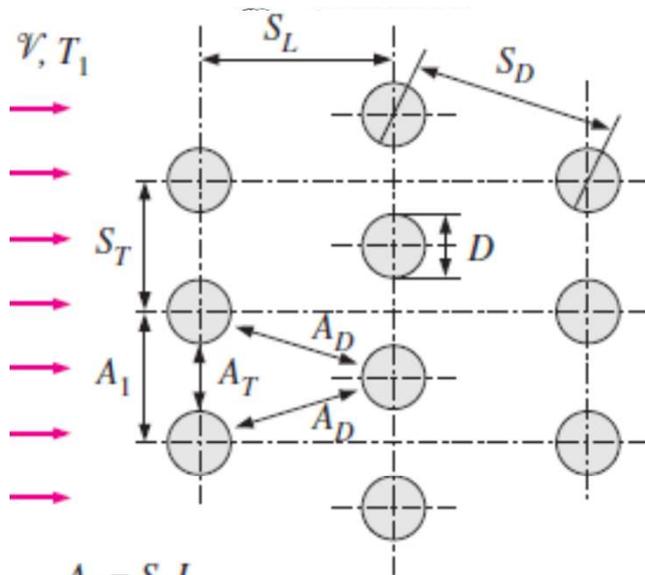
Si $N_L < 16 \Rightarrow Nu_{D,N_L} = F Nu_{D,N_L}$



N_L	F
1	0,70
2	0,80
3	0,86
4	0,90
5	0,93
7	0,96
10	0,98
13	0,99



Transferts dans un faisceaux de tubes en quinconce



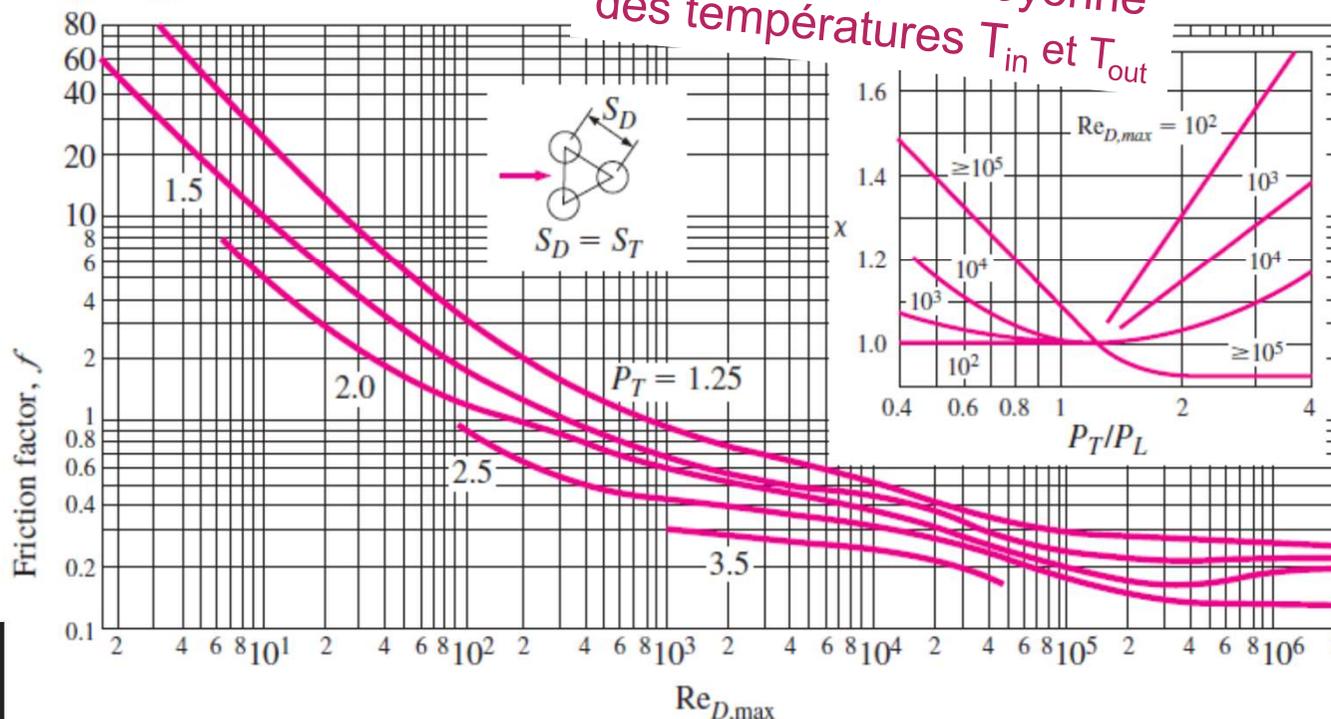
Re	Corrélation
0 - 100	$Nu_D = 1,04Re_D^{0,4}Pr^{0,36}(Pr/Pr_w)^{0,25}$
100 - 1000	$Nu_D = 0,71Re_D^{0,5}Pr^{0,36}(Pr/Pr_w)^{0,25}$
1000 - $2 \cdot 10^5$	$Nu_D = 0,35(S_T/S_L)^{0,2}Re_D^{0,6}Pr^{0,36}(Pr/Pr_w)^{0,25}$
$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	$Nu_D = 0,031(S_T/S_L)^{0,2}Re_D^{0,8}Pr^{0,36}(Pr/Pr_w)^{0,25}$

$A_1 = S_T L$
 $A_T = (S_T - D)L$
 $A_D = (S_D - D)L$

(b) Staggered

Prop. phys. à la moyenne des températures T_{in} et T_{out}

Si $N_L < 16 \Rightarrow Nu_{D,N_L} = F Nu_{D,N_L}$



N_L	F
1	0,64
2	0,76
3	0,84
4	0,89
5	0,93
7	0,96
10	0,98
13	0,99

Écoulements internes: quelques définitions

Vitesse moyenne, u_m :

$$u_m = \frac{\iint_S u dS}{S}$$

Température moyenne, T_m :

$$T_m = \frac{\iint_S \rho \hat{c}_p u T dS}{\dot{m} \hat{c}_p}$$

Diamètre hydraulique, D_h :

$$D_h = 4 \cdot \frac{\text{section de passage}}{\text{périmètre mouillé}} = 4 \cdot \frac{S}{P}$$

Écoulements internes laminaires

Région d'entrée:

- cylindre:

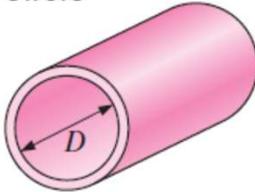
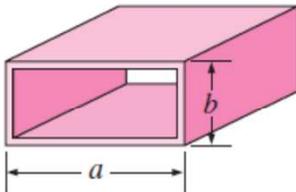
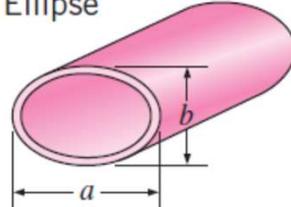
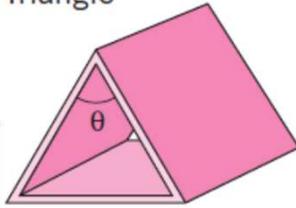
$$Nu = 3,66 + \frac{0,065 \frac{D}{L} RePr}{1 + 0,04 \left[\frac{D}{L} RePr \right]^{2/3}}$$

- deux plaques parallèles:

$$Nu = 7,54 + \frac{0,03 \frac{D_h}{L} RePr}{1 + 0,016 \left[\frac{D_h}{L} RePr \right]^{2/3}}$$

Prop. phys. à la moyenne des températures T_{in} et T_{out}

Nusselt number and friction factor for fully developed laminar flow in tubes of various cross sections ($D_h = 4A_c/p$, $Re = v_m D_h/\nu$, and $Nu = hD_h/k$)

Tube Geometry	a/b or θ°	Nusselt Number		Friction Factor f
		$T_s = \text{Const.}$	$\dot{q}_s = \text{Const.}$	
Circle 	—	3.66	4.36	64.00/Re
Rectangle 	a/b 1 2 3 4 6 8 ∞	2.98 3.39 3.96 4.44 5.14 5.60 7.54	3.61 4.12 4.79 5.33 6.05 6.49 8.24	56.92/Re 62.20/Re 68.36/Re 72.92/Re 78.80/Re 82.32/Re 96.00/Re
Ellipse 	a/b 1 2 4 8 16	3.66 3.74 3.79 3.72 3.65	4.36 4.56 4.88 5.09 5.18	64.00/Re 67.28/Re 72.96/Re 76.60/Re 78.16/Re
Triangle 	θ 10° 30° 60° 90° 120°	1.61 2.26 2.47 2.34 2.00	2.45 2.91 3.11 2.98 2.68	50.80/Re 52.28/Re 53.32/Re 52.60/Re 50.96/Re

Écoulements internes turbulents

Eq. de Colburn ($Re > 10000, 0,7 \leq Pr \leq 160$)

$$Nu = 0,023Re^{0,8}Pr^{1/3}$$

Eq. de Dittus – Boelter ($Re > 10000, 0,7 \leq Pr \leq 160$)

$$Nu = 0,023Re^{0,8}Pr^n, n = \begin{cases} 0,4 & (\text{chauffe}) \\ 0,3 & (\text{refroidissement}) \end{cases}$$

Prop. phys. à la moyenne
des températures T_{in} et T_{out}

Eq. de Sieder et Tate ($Re > 10000, 0,7 \leq Pr \leq 17600$)

$$Nu = 0,023Re^{0,8}Pr^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_w} \right)^{0,14}$$

Eq. de Petukhov ($3000 < Re < 5 \cdot 10^6, 0,5 \leq Pr \leq 2000$)

$$Nu = \frac{\frac{f}{8}RePr}{1,07 + 12,7 \left(\frac{f}{8} \right)^{0,5} (Pr^{2/3} - 1)} \quad f = (0,790 \ln Re - 1,64)^{-2}$$

Eq. de Sleicher et Rouse ($10000 < Re < 10^6, 0,004 < Pr < 0,01$)

$$T_w = cste : \quad Nu = 4,8 + 0,0156Re^{0,85}Pr_w^{0,93}$$

$$q_w = cste : \quad Nu = 6,3 + 0,0167Re^{0,85}Pr_w^{0,93}$$

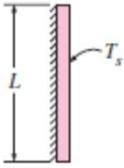
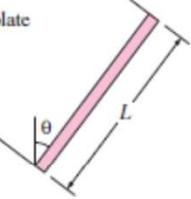
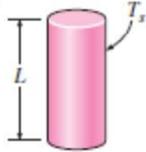
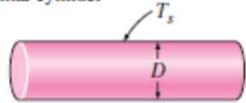
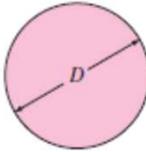
Écoulements naturels

Prop. phys. à la température moyenne dans la couche limite

Nombre de Rayleigh, Ra :

$$Ra = Gr \cdot Pr$$

Empirical correlations for the average Nusselt number for natural convection over surfaces

Geometry	Characteristic length L_c	Range of Ra	Nu
Vertical plate 	L	$10^4 - 10^9$ $10^9 - 10^{13}$ Entire range	$Nu = 0.59Ra_L^{1/4}$ (9-19) $Nu = 0.1Ra_L^{1/3}$ (9-20) $Nu = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$ (9-21) (complex but more accurate)
Inclined plate 	L		Use vertical plate equations for the upper surface of a cold plate and the lower surface of a hot plate Replace g by $g \cos\theta$ for $Ra < 10^9$
Horizontal plate (Surface area A and perimeter p) (a) Upper surface of a hot plate (or lower surface of a cold plate)  (b) Lower surface of a hot plate (or upper surface of a cold plate) 	A_s/p	$10^4 - 10^7$ $10^7 - 10^{11}$ $10^5 - 10^{11}$	$Nu = 0.54Ra_L^{1/4}$ (9-22) $Nu = 0.15Ra_L^{1/3}$ (9-23) $Nu = 0.27Ra_L^{1/4}$ (9-24)
Vertical cylinder 	L		A vertical cylinder can be treated as a vertical plate when $D \geq \frac{35L}{Gr_L^{1/4}}$
Horizontal cylinder 	D	$Ra_D \leq 10^{12}$	$Nu = \left\{ 0.6 + \frac{0.387Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$ (9-25)
Sphere 	D	$Ra_D \leq 10^{11}$ $(Pr \geq 0.7)$	$Nu = 2 + \frac{0.589Ra_D^{1/4}}{[1 + (0.469/Pr)^{9/16}]^{4/9}}$ (9-26)