Questions Courtes

1

ⓐ $\boxed{\Delta U = Q_f + Q_c + W}$

$\boxed{\Delta S = \frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_c}{T_c} + S_{créée}}$

Pour un cycle $\boxed{\Delta U = 0}$ $\boxed{\Delta S = 0}$

ⓑ $\boxed{\text{efficacité} \quad e = \left|\frac{Q_F}{W}\right|}$

$\left.\begin{array}{l} W > 0 \\ Q_F > 0 \end{array}\right\}$ Pour un réfrigérateur, donc $e = \frac{Q_F}{W}$

$\Delta S = 0$ et $S_{créée} \geq 0$ donc $\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 0$ (1)

$W = -(Q_F + Q_c)$ donc $Q_c = -(W + Q_F)$ (2)

$(1) \Leftrightarrow \frac{Q_F}{T_F} - \frac{W + Q_F}{T_c} \leq 0$

$Q_F\left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_c}\right) - \frac{W}{T_c} \leq 0$

$\frac{Q_F}{W}\left(\frac{T_c - T_F}{T_F T_c}\right) \leq \frac{1}{T_c}$

$\boxed{e \leq \frac{T_F}{T_c - T_F}}$

ⓒ Pour un réfrigérateur d'appartement

la source froide est l'intérieur du réfrigérateur

la source chaude est l'air extérieur de la pièce.

$T_F \simeq 5°C$ donc $\boxed{e_{max} = \frac{278}{15} \simeq 18}$

$T_c \simeq 20°c$

2

ⓐ $\boxed{dS = \delta S_{ech} + \delta S_{créée}}$

ⓑ $\boxed{C_v = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V}$ et $\boxed{C_p = \left.\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P}$

$\boxed{\gamma = \frac{C_p}{C_v}}$

ⓒ $dU = TdS - PdV$

Or Adiabatique $\Rightarrow \delta S_{ech} = 0$

Réversible $\Rightarrow \delta S_{créée} = 0$

donc $dS = 0$

$dU = -PdV \Leftrightarrow C_v dT = -nRT\frac{dV}{V}$

$\Leftrightarrow C_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -nR\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = +(\gamma - 1)\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_1 V_1^{\gamma-1}$ or $T = \frac{PV}{nR}$ donc $\boxed{P_2 V_2^{\gamma} = P_1 V_1^{\gamma}}$

3

ⓐ $\boxed{\dfrac{\partial n}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{j_N}) = 0}$

ⓑ $\vec{j_N} = -D\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}(n)$

$\boxed{\dfrac{\partial n}{\partial t} = D \Delta n}$ avec D coefficient de diffusion

$[D] = L^2 T^{-1}$

ⓒ

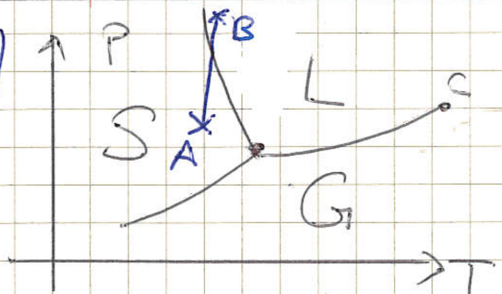
$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{j_Q}) = 0$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t} + \mathrm{div}(\mu \vec{v}) = 0$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{j}) = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{\Pi}) = 0$$

4



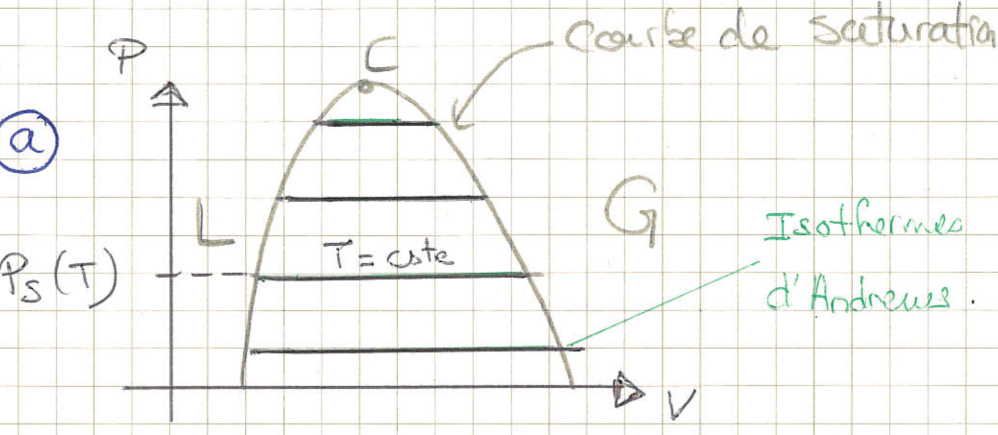
En hiver la glace est stable à $P_0 = 1b$. Lorsqu'on fait du patin à glace, on appuie fortement sur la glace, on augmente P : $A \rightarrow B$

L'anomalie de l'eau fait que l'on peut se trouver dans la zone liquide, on a alors moins de frottements.

Machine à Vapeur

1

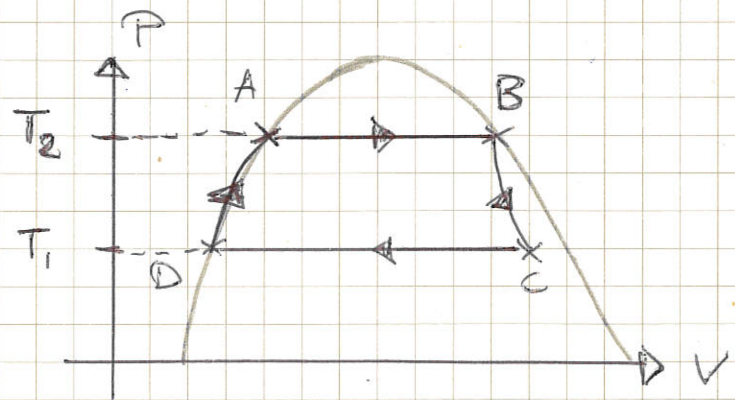
ⓐ



ⓑ Le point critique est le point à partir duquel on a plus de changement d'état entre liquide de gaz. (État fluide supercritique)

ⓒ La pression $P_S(T)$ est la valeur de P lors du changement d'état à T

2



3

ⓐ Pour un liquide $dU \simeq TdS$

$c\,m\,dT = TdS$

$$\boxed{\Delta S_{D\to A} = cm\ln\left(\frac{T_A}{T_D}\right) = cm\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}$$

ⓑ Les changements d'états se font de manière isobare (car isotherme) donc

$\Delta H_{A\to B} = \delta Q_{A\to B} = m\,\ell(T_2)$ donc $\boxed{\Delta S_{A\to B} = \frac{\Delta H}{T} = \frac{m\ell(T_2)}{T_2}}$

ⓒ La transformation est adiabatique et supposée réversible, donc $\boxed{\Delta S_{B\to C} = \delta S_{ech} + \delta S_{créé} = 0}$

ⓓ Idem que question ⓑ mais on ne liquéfie pas toute la chaleur

$\boxed{\Delta S_{C\to D} = S_D - S_C = \frac{-x\,m\ell(T_1)}{T_1}}$. signe ⊖ car on fait l'étape inverse de la vaporisation.

. x = titre massique de vapeur

donc au point C : xm gaz

$(1-x)m$ liquide

ⓔ On parcourt un cycle donc $\boxed{\Delta S_{tot} = 0}$

$$\Delta S_{D\to A} + \Delta S_{A\to B} + \Delta S_{B\to C} + \Delta S_{C\to D} + \cancel{\Delta S_{D\to A}} = 0$$

$$cm\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{m\ell(T_2)}{T_2} + 0 + \frac{-xm\ell(T_1)}{T_1} = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x = \frac{c\,T_1}{\ell(T_1)}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{\ell(T_2)}{\ell(T_1)}\frac{T_1}{T_2}}$$

ⓕ $\boxed{x = 0{,}824}$

4

ⓐ On a déjà fait les calculs dans les questions d'avant ! (Sauf pour $Q_{D\to A}$).

$Q_{A\to B} = m\ell(T_2)$ $\qquad Q_{C\to D} = -x\,m\,\ell(T_1)$

$Q_{B\to C} = 0$ $\qquad Q_{D\to A} = cm\Delta T$

$\boxed{Q_{D\to A} = cm(T_2 - T_1)}$

ⓑ Sur un cycle $\Delta U = 0$

$\Delta U = Q_{A\to B} + Q_{C\to D} + Q_{D\to A} + W_{tot}$

$$\boxed{W = x\,m\,\ell(T_1) - m\ell(T_2) + cm(T_1 - T_2)}$$

ⓒ $\eta = \frac{-W}{Q_{D\to A} + Q_{A\to B}}$ car ici on doit fournir de l'énergie pour vaporiser et pour chauffer l'eau de D à A.

$$\eta = \frac{-[x m \ell(T_1) - m\ell(T_2) + cm(T_1 - T_2)]}{cm(T_2 - T_1) + m\ell(T_2)}$$

$$\eta = \frac{-[x \ell(T_1) - \ell(T_2) + c(T_1 - T_2)]}{c(T_2 - T_1) + \ell(T_2)}$$

$$\boxed{\eta = 0,21}$$

Le rendement de Carnot pour une machine ditherme est

$$\eta_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \boxed{0,23}$$

- C'est presque le même rendement, ce qui est normal car on a considéré toutes les étapes réversibles.
- Rendement faible car T_2 est assez proche de T_1...

Exercice 2 : Gel d'un Lac

1

ⓐ $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \qquad T(z) = Az + B$

$T(0) = T_A$

$T(z = e) = T_F$ $\Rightarrow$ $\boxed{T(z) = T_A + \frac{T_F - T_A}{e} z}$

ⓑ $\vec{j} = -K \,\overrightarrow{grad}(T) \qquad j_z = -K \frac{\partial T}{\partial z}$

$j_z = \frac{K}{e}(T_A - T_F)$

$$\boxed{\phi = \iint_{Lac} \vec{j}\cdot \vec{dS} = \frac{SK}{e}(T_A - T_F)}$$

$T_F > T_A$ donc $\phi < 0$ Le flux est positif dans le sens des z décroissants, c'est-à-dire que le lac donne de la chaleur à l'air ce qui est normal car $T_F > T_A$.

ϕ ne dépend pas de z, car le problème est unidimensionnel la surface traversée est la même à chaque z.

⊕ on est en régime permanent, donc la couche de glace reçoit une puissance nulle, donc toute la puissance entrante = puissance sortante.

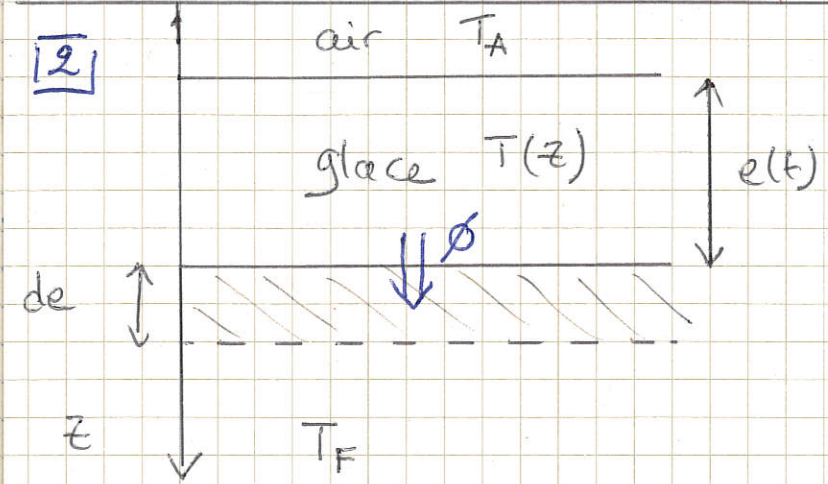
(c) On a $\phi = \frac{SK}{e} \Delta T$

donc

$$\boxed{\begin{array}{l} \Delta T \longleftrightarrow \Delta V = \text{Tension } U \\ \phi \longleftrightarrow i = \text{Courant} \\ \frac{e}{Sk} \longleftrightarrow R = \text{Resistance} \end{array}}$$

$$\boxed{R_{th} = \frac{e}{KS}}$$

[2]



(a) La couche de glace reçoit une puissance ϕ

donc $\boxed{\delta Q = \phi\, dt}$ < 0 car ϕ négatif vers les z croissants

(b) Pour liquéfier la couche d'eau d'épaisseur de, il faut fournir

$$\boxed{\delta Q = \underbrace{S \times de \times \mu}_{\text{masse de la couche}} \underbrace{(-\ell_F)}_{\substack{\text{Enthalpie de solidification} \\ = -\text{ Entalpie de Fusion.}}}} < 0$$

(c) Il n'y a aucun autre apport de chaleur pendant dt, donc on égale les 2 quantités précédentes.

$$\phi\, dt = -\ell_F \mu S\, de$$

$$dt \frac{SK}{e}(T_F - T_A) = \ell_F \mu S\, de$$

$$\boxed{e\frac{de}{dt} = \frac{SK}{\mu S \ell_F}(T_F - T_A) = \frac{K}{\mu \ell_F}(T_F - T_A)}$$

[3]

(a) $\frac{d}{dt}\left(\frac{e^2}{2}\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{K}{\mu \ell_F}(T_F - T_A)\right)$

$$\boxed{\frac{e^2(t)}{2} - \frac{e_0^2}{2} = \frac{K}{\mu \ell_F}(T_F - T_A)\, t}$$

(b) $e(t) \gg e_0 \Rightarrow \boxed{e(t) = \sqrt{\frac{2K}{\mu \ell_F}(T_F - T_A)t}}$

$e(t) \propto \sqrt{Kt}$ c'est prévisible car c'est un phénomène de diffusion donc on s'attend bien à quelque chose en $\propto \sqrt{t}$

(c) $e \times \frac{e}{\tau} \simeq \frac{K(T_F - T_A)}{\mu \ell_F}$

$$\boxed{\tau \simeq \frac{\mu \ell_F e^2}{K(T_F - T_A)}} = 1247\ s$$

(d) Pour être en régime quasi-stationnaire, il faut que l'évolution de température dans la couche soit très rapide devant l'évolution typique de l'épaisseur e, c'est-à-dire τ.

- Le temps de diffusion dans la couche est $\boxed{\tau' \simeq \frac{e^2}{D_{th}}}$

$$D_{th} = \frac{K}{\mu c}$$

Pour être en régime quasi-stationnaire, on doit avoir $\boxed{\tau' \ll \tau}$ ie $T_F - T_A \ll \frac{l_F}{c}$

|4|

a) On a la même équation, seulement il faut remplacer T_a par T_S :

$$\boxed{e\frac{de}{dt} = \frac{K}{\mu l_F}\left(T_F - T_S(t)\right)}$$

b) $\phi_c = \phi$ de la question 1b.

$$\boxed{h S\left(-T_S(t) + T_A\right) = \frac{SK}{e}\left(T_S(t) - T_F\right)} \quad (2)$$

c)

$$(2) \iff T_S(t)\left(h + \frac{K}{e}\right) = \frac{+T_F K}{e} + h T_A$$

$$T_S(t) = \frac{+T_F K + he T_A}{he + K}$$

$$(1) \iff e\frac{de}{dt} = \frac{K}{\mu l_F}\left(\frac{T_F(he+K) - T_F K - he T_A}{he + K}\right)$$

$$e\frac{de}{dt} = \frac{K}{\mu l_F(he+K)}\left[he\left(T_F - T_A\right)\right]$$

$$e\frac{de}{dt} = \frac{(T_F - T_A)}{\mu l_F}\left(\frac{1}{\frac{1}{K} + \frac{1}{he}}\right)$$

$$e\frac{de}{dt}\left(\frac{1}{K} + \frac{1}{he}\right) = \frac{T_F - T_A}{\mu l_F}$$

$$\boxed{\frac{1}{K}e\frac{de}{dt} + \frac{1}{h}\frac{de}{dt} = \frac{T_F - T_A}{\mu l_F}}$$

d)

$$\left[\frac{e^2}{2}\right]_0^t + \frac{1}{h}\left[e\right]_0^t = \frac{T_F - T_A}{\mu l_F}$$

$$\frac{1}{2K}\left(e^2(t) - e_0^2\right) + \frac{e(t)}{h} - \frac{e_0}{h} = \frac{T_F - T_A}{\mu l_F}t$$

$$e^2(t) + \frac{2e(t)K}{h} = \frac{2(T_F - T_A)K t}{\mu l_F}$$

$$\Delta = \left(\frac{2K}{h}\right)^2 + 4 \times \frac{2(T_F - T_A)}{\mu l_F} t K$$

Solution positive.

$$e(t) = -\frac{K}{h} + \sqrt{\left(\frac{K}{h}\right)^2 + \frac{2(T_F - T_A)K t}{\mu l_F}}$$

$$\boxed{e(t) = \frac{K}{h}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2(T_F - T_A)h^2}{K\rho\, \ell_F}\, t}\right)}$$

$$\boxed{\tau' = \frac{K\rho\,\ell_F}{2(T_F - T_A)\,h^2}} = \frac{2{,}1 \times 900 \times 330\,10^3}{2(20) \times 50^2}$$

$$\boxed{\tau' = 6\,237\ s}$$

Un temps 5x plus long

- C'est prévisible car si $T_s \neq T_a$, le lac se refroidit moins vite donc congèle plus lentement.

- On voit d'ailleurs que $T_s = \dfrac{T_F K + T_a h e}{K + h e}$ barycentre pondéré entre T_F et T_A.