Évolution Polytropique ($\sim$ 25%)

On étudie un gaz parfait qui suit une évolution polytropique, c'est-à-dire une évolution pendant laquelle :

$$\delta Q = \lambda \delta W \qquad \text{avec } \lambda = cte$$

1. Énoncer le premier principe de la thermodynamique dans le cas général. Que signifie physiquement cette égalité ?

Dans le membre de gauche de l'équation précédente, on ne considère plus que les variations d'énergie interne. On suppose de plus que l'évolution est quasi-statique (et que la pression extérieure est bien définie) et que seules les forces de pressions s'appliquent.

2. Réécrire alors l'équation précédente.
3. **Expression de C_v en fonction de γ :**
   a) Définir mathématiquement H, C_v et C_p.
   b) Démontrer pour un gaz parfait, la relation de Mayer :
   $$C_p - C_v = nR$$
   c) À partir de la définition de γ, démontrer la relation :
   $$C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}$$
4. À partir de la définition d'une évolution polytropique, et du premier principe, établir l'équation suivante :
   $$TV^\alpha = Cte$$
   et donner l'expression de α en fonction de γ et λ.
5. Comment s'appelle la relation précédente dans le cas $\lambda = 0$?
   Dans le cas $\lambda = -1$, quel est le type de la transformation ?
6. Tracer sur le même diagramme (P, V) :
   a) Une compression polytropique avec $\lambda = -1$
   b) Une compression polytropique avec $\lambda = 0$
   c) Une compression polytropique avec $\lambda > 0$

Pompe à Chaleur ($\sim$ 50%)

Une pompe à chaleur est utilisée pour chauffer une maison. L'agent thermique est $m =$ 1kg de fréon. Le fonctionnement de la machine est le suivant :

— Étape 1 $\rightarrow$ 2 : Le fluide, initialement sous forme de vapeur saturante passe dans un compresseur, où il subit une compression adiabatique réversible et reçoit un travail w_{ext}. Le fluide reste sous forme de vapeur pendant cette étape.

— Étape 2 → 3 : Le fluide se condense dans un condenseur où il reçoit la chaleur $q_{2\to3}$ provenant de la source chaude. Cette évolution est isobare et le liquide est entièrement sous forme de liquide saturant à la fin de l'étape.
— Étape 3 → 4 : Le fluide subit une détente isenthalpique. Le fluide ne reçoit ni chaleur ni travail pendant cette étape.
— Étape 4 → 1 : Le fluide passe dans un évaporateur où il reçoit le transfert thermique $q_{4\to1}$ en s'évaporant. Cette évolution est isobare.

Le tableau suivant donne des informations sur les états précédents :

	1	2	3	4
Pression P (bars)		~ 15		
Température T (°C)	5			
Enthalpie massique h (kJ.kg^{-1})				

On donne dans le document réponse, le diagramme (P, h) du fréon. Sur ce diagramme, il y a trois types de courbes :

— Les courbes isothermes (-·-·- en rouge).
— Les courbes isentropiques (· · · en jaune).
— Les courbes iso-titre (trait plein en noir).

1. **Représentation sur le diagramme (P, v) :**
   a) Tracer un diagramme (P, v) et représenter qualitativement la courbe de saturation ainsi que le cycle $1 \to 2 \to 3 \to 4 \to 1$ parcouru par le fluide.
   b) Sur ce même diagramme représenter les travaux et chaleurs échangées à chaque étape.
   c) Discuter le signe des travaux et chaleurs échangées à chaque étape.
2. **Représentation sur le diagramme (P, h) :**
   a) Expliquer rapidement ce qu'est une courbe iso-titre. Que représente la zone entre les deux courbes iso-titre extrêmes ($x = 0$ et $x = 1$) ?
   b) Expliquer rapidement pourquoi les courbes isothermes sont des droites lors du changement d'état.
   c) Compléter le diagramme (P, h) dans le document réponse, en plaçant les points correspondants aux étapes $1, 2, 3, 4$.
3. **À partir de la lecture sur le diagramme (P, h) :**
   a) Recopier et compléter le tableau donné dans l'énoncé.
   b) En utilisant le premier principe en système ouvert :
   $$\Delta h = w + q$$
   déterminer les valeurs de w_{ext}, $q_{2\to3}$, $q_{4\to1}$. Vérifier que les signes correspondent à ceux déterminés à la question 1c.
4. **Efficacité de la pompe à chaleur :**
   a) Définir ce qu'est l'efficacité e pour une pompe à chaleur.
   b) On considère une pompe à chaleur ditherme, de source froide T_f et de source chaude T_c. Montrer que l'efficacité e ne peut pas être supérieure à une efficacité maximale, qui s'exprime en fonction des T_f et T_c.

c) Déterminer, à partir des valeurs trouvées dans la question 3, l'efficacité de la pompe à chaleur étudiée dans cet exercice. Comparer ce résultat avec l'efficacité de la question précédente (on prendra T_f la température au point 1 et T_c la température au point 3).

5. **Détermination de la fraction en vapeur saturante :**
   a) À partir des courbes iso-titres (courbes en noir sur le diagramme), donner une valeur approximative du titre en vapeur x_v du fluide dans l'état 4.
   b) À partir de la règle des moments, donner une autre estimation de x_v
   c) En utilisant la chaleur latente massique de vaporisation du fréon, trouver une autre façon de calculer x_v.

Données : Chaleur latente de vaporisation à 5 °C : $\ell(5°C) = 150$ kJ.kg^{-1}
Chaleur latente de vaporisation à 70 °C : $\ell(70°C) = 110$ kJ.kg^{-1}

Équilibre d'une atmosphère isotherme ($\sim$ 25%)

On considère l'équilibre stationnaire de l'atmosphère terrestre à la température T, assimilée à un gaz parfait. On se placera en une dimension, repérée par z, avec l'axe (Oz) orienté vers le haut.

1. À partir d'un bilan des forces sur une tranche de fluide entre z et $z + dz$, écrire l'équation que vérifie la pression $P(z)$, en fonction de g et $\rho(z)$, la masse volumique de l'air.
2. En déduire une équation différentielle sur $\rho(z)$ et la résoudre en notant $\rho_0 = \rho(z = 0)$.
3. En déduire l'évolution de la densité de particules $n^\star(z)$, en fonction de $\rho(z)$. Donner une interprétation du facteur de proportionnalité entre $n^\star(z)$ et ρ.
4. Donner la loi de Fick. On introduira un coefficient de proportionnalité dont on donnera le nom et l'unité. Donner le courant de particules $\overrightarrow{j_1}$ provenant de l'inhomogénéité de $n^\star(z)$ et interpréter son signe.
5. Redémontrer dans le cadre général la loi local de conservation du nombre de particules.
6. Dans notre problème (stationnaire), existe-t-il un autre courant de particules $\overrightarrow{j_2}$? Si oui à quoi est-il dû ?