Examen de rattrapage

Évolution Polytropique

1) Pour un système fermé (à l'équilibre local)

$$\boxed{dU + dE_c = \delta Q + \delta W}$$

δW représente les travaux de toutes les forces qui s'appliquent sur le système.

Cette égalité traduit la conservation de l'énergie

---

2) $dE_c = 0$

$\delta W = -PdV$ en quasi-statique

d'où $\boxed{dU = -PdV + \delta Q}$

---

3) a) $H = U + PV$

$C_v = \left.\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ $\qquad C_p = \left.\frac{\partial H}{\partial T}\right)_P$

b) Pour un gaz parfait $U = f(T)$, $H = f(T)$ lois de Joules

$\frac{dH}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{d}{dT}(PV)$

$PV = nRT$ + Def C_p, C_v

$\boxed{C_p = C_v + nR}$

c) $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ et $C_p - C_v = nR$

$C_v(\gamma - 1) = nR \Rightarrow \boxed{C_v = \frac{nR}{\gamma - 1}}$

---

4) $dU = C_v dT = -PdV(1+\alpha)$

$\frac{nR}{\gamma-1}\frac{dT}{T} = -(1+\alpha)\frac{dV}{V} nR$

$\ln\left(\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}\right) = \ln\left(\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1+\alpha}\right)$

$T_2/T_1 = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(1+\alpha)(\gamma-1)} \Rightarrow \boxed{TV^{(1+\alpha)(\gamma-1)} = C^{te}}$

donc $\boxed{\alpha = (1+\alpha)(\gamma - 1)}$

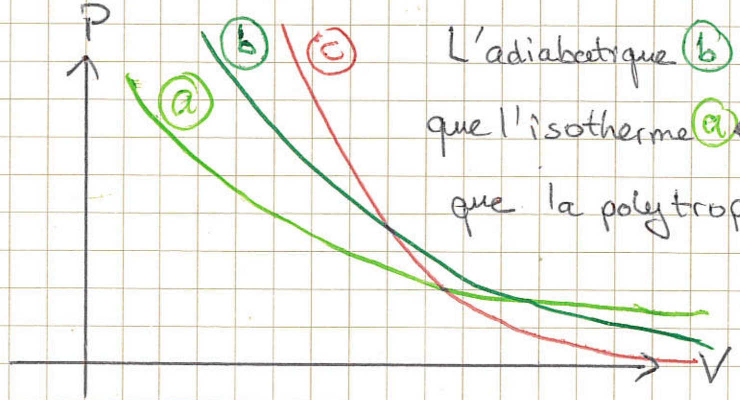
---

5) $\alpha = 0 \Rightarrow TV^{\gamma-1} = C^{te} \Leftrightarrow PV^{\gamma} = C^{te}$ Loi de Laplace

$\alpha = -1 \Rightarrow TV^0 = C^{te} \Rightarrow T = C^{te}$ Évolut° isotherme

---

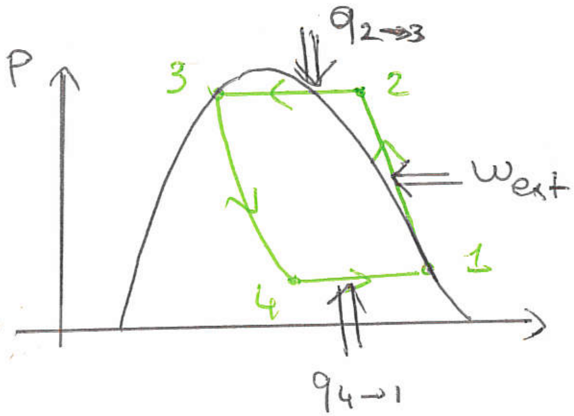
6)



L'adiabatique b est plus pentu que l'isotherme a et moins pentu que la polytropique c

Pompe à Chaleur

1) a)



c) Pompe à chaleur donc $w_{ext} > 0$

- $w_{ext} > 0$ le système reçoit du travail
- $q_{2\to3} < 0$ car on chauffe la source chaude (but de la pompe)
- $q_{4\to1} > 0$ on prélève de la chaleur à l'extérieur

---

2)

a) Iso-titre : Sur cette courbe, le rapport (massique) de vapeur sur la masse totale reste constant. Il y a toujours le même pourcentage (massique) de gaz

Entre $x=0$ et $x=1$, il y a le changement d'état. C'est la courbe de saturation.

b) Si on réalise un changement d'état isotherme, alors la pression est constante.

Donc entre les isotitres $x=0$ et $x=1$, la pression est constante, donc une droite horizontale dans le diagramme (P,V)

3

	1	2	3	4
P (bar)	2,2	15,2	15,2	2,2
T (°C)	5	≃65	≃65	5
h ($kJ.kg^{-1}$)	355	380	260	260

b) $w_{ext} = h_2 - h_1 \simeq 25\ kJ.kg^{-1} > 0$

$q_{2\to3} = h_3 - h_2 \simeq -120\ kJ.kg^{-1} < 0$

$q_{4\to1} = h_1 - h_4 \simeq 95\ kJ.kg^{-1} > 0$

On vérifie que $w_{ext} + q_{2\to3} + q_{4\to1} = 0$

car $\Delta U = 0$ (cycle).

4

a) $\boxed{e = \left|\dfrac{\text{Chaleur fournie}}{\text{Grandeur coûteuse}}\right| \overset{ici}{=} \left|\dfrac{-q_{2\to3}}{w_{ext}}\right|}$

b) $e = \dfrac{-Q_c}{W}$ et $Q_c + Q_F + W = 0$

$\dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leq 0$

$\dfrac{Q_c}{T_c} - \dfrac{Q_c}{T_F} - \dfrac{W}{T_F} \leq 0$

$Q_c\left(\dfrac{1}{T_c} - \dfrac{1}{T_F}\right) \leq \dfrac{W}{T_F} \Rightarrow \dfrac{-Q_c}{W} \leq \dfrac{\left(\dfrac{-1}{T_c} + \dfrac{1}{T_F}\right)^{-1}}{T_F}$

$-\dfrac{Q_c}{W} = \boxed{e \leq \dfrac{T_c}{T_c - T_F}}$

c) $e \simeq 4{,}8$

5

a) On lit $x_V \simeq 0{,}35$ (entre l'isotitre 0,3 et 0,4)

b) On mesure Taille du palier $= 11{,}3$ cm

Position / à la courbe liquide $\simeq 4{,}1$ cm

d'où $x_V = \frac{4{,}1}{11{,}3} \simeq 0{,}36$

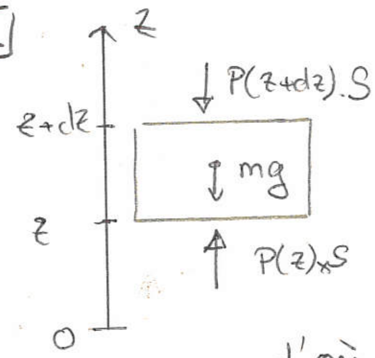
c) On sait que $\Delta h_{4\to 1} = h_1 - h_4 = (1-x_V)\,\ell(5°C)$

d'où $1 - x_V = \left(\frac{150}{95}\right)^{-1} = 0{,}63$

$\Rightarrow \boxed{x_V = 0{,}366}$

Équilibre d'une atmosphère isotherme

1



En régime stationnaire, l'atmosph ne bouge pas :

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\left(-P(z+dz)+P(z)\right)S = \rho(z)\,S\,dz\,g$$

d'où : $\boxed{\dfrac{\partial P}{\partial z} = -\rho(z)\,g}$ (1)

2

$PV = nRT$ $\quad n = \dfrac{m}{M}$ d'où $P = \dfrac{m}{V}\,\dfrac{RT}{M}$

$$\Leftrightarrow \rho = \frac{PM}{RT} \Leftrightarrow P = \frac{RT}{M}\rho$$

$$(1) \Rightarrow \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho(z)\times\frac{Mg}{RT}$$

$$\boxed{\rho(z) = \rho_0 . e^{-Mgz/RT}}$$

3

$n(z) = \dfrac{m(z)}{M} \neq n^*(z) = \dfrac{N}{V}$ ← Nombre de particules

$$n^* = \frac{\mathcal{N}_A n}{V} = \frac{\mathcal{N}_A}{M}\rho$$

$\dfrac{\mathcal{N}_A}{M}$ représente $\dfrac{1}{m^*}$

$$\boxed{n^* = \frac{\mathcal{N}_A}{M}\rho_0\, e^{-Mgz/RT}}$$

m^* : la masse d'une particule d'air.
M : La masse d'une mole d'air
$\mathcal{N}_A$: le nombre de particules par moles.

4

$$\boxed{\vec{j} = -D\,\overrightarrow{\mathrm{grad}}\,(n^*)}$$

D = Coefficient de diffusion $[D] = L^2 T^{-1}$

D en $m^2 . s^{-1}$.

$$\vec{j_1} = -D \frac{\partial n^*}{\partial z} = -D \frac{N_A}{M} \cdot \frac{-Mg}{RT} \rho(z) \vec{e_z}$$

$$\boxed{\vec{j_1} = \frac{Dg}{k_B T} \rho_0 e^{-Mgz/RT} \vec{e_z}}$$

$\vec{j_1}$ est bien suivant $+\vec{e_z}$ car on a une forte concentration de particules proche de $z=0$ et elle est $\oplus$ faible quand z augmente. On tends à homogénéiser la densité, donc $\vec{j}$ est bien orienté vers les faibles valeurs de n^*

---

[5] Volume V quelconque :

$$dN = N(t+dt) - N(t) = \iiint_V \frac{\partial n^*}{\partial t} dt \, d\tau.$$

$$dN = \left(- \oiint_{S(V)} \vec{j} \cdot \vec{dS} \right) dt = \left(- \iiint_V \mathrm{div}(\vec{j}) \, d\tau \right) dt$$

d'où $\iiint_V \left(\frac{\partial n^*}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{j}) \right) d\tau = 0$

Vrai $\forall V$ donc $\boxed{\frac{\partial n^*}{\partial t} + \mathrm{div}(\vec{j}) = 0}$

---

[6] Stationnaire : $\frac{\partial n^*}{\partial t} = 0$ donc $\mathrm{div}\,\vec{j} = \frac{\partial j}{\partial z} \vec{e_z} = \vec{0}$!
et 1D

ici $\frac{\partial j_1}{\partial z} \neq 0$ donc il faut un courant $\vec{j_2}$ tel que

$\partial j_2 / \partial z = - \frac{\partial j_1}{\partial z}$ et $\vec{j} = \vec{j_1} + \vec{j_2}$ | ce 2ème courant provient de la gravité qui fait ~~tomber~~ les particules.