
OMPP
TD14

École Centrale Pékin

2019-2020

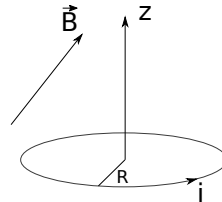
APPLICATIONS DU COURS

EXERCICE 1 : Moment dipolaire magnétique

Montrez qu'une spire circulaire de rayon R , dans le plan $z = 0$, parcourue par un courant i dans un champ magnétique extérieur \vec{B} uniforme subit un couple :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathcal{M}} \wedge \vec{B} \tag{1}$$

avec $\mathcal{M} = i\pi R^2 \vec{u}_z$.



On rappelle que le passage de la base cartésienne à la base polaire s'écrit :

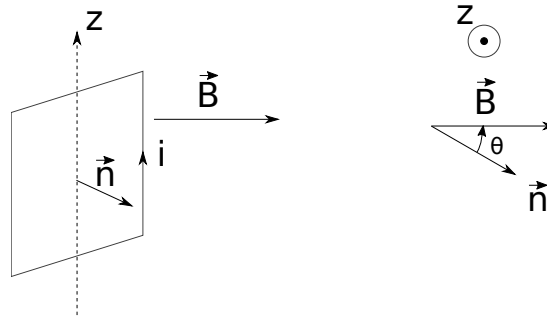
$$\begin{aligned} \vec{u}_r &= \cos \theta \vec{u}_x + \sin \theta \vec{u}_y \\ \vec{u}_\theta &= -\sin \theta \vec{u}_x + \cos \theta \vec{u}_y \end{aligned}$$

On donne également la formule du double produit vectoriel :

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}) \tag{2}$$

EXERCICE 2 : Equilibre d'une spire

On considère une spire rectangulaire parcourue par un courant i et plongée dans un champ magnétique uniforme. La spire est mobile autour de l'axe Oz .

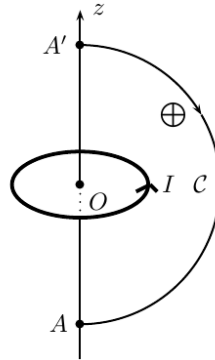


1. Déterminez les positions d'équilibre de la spire.
2. En examinant la direction et le sens des forces qui s'appliquent sur les côtés parallèles à l'axe Oz , discutez la stabilité de ces positions.
3. Retrouvez ces résultats grâce à l'énergie potentielle, en assimilant la spire à un dipôle.

S'ENTRAÎNER

EXERCICE 3 : Comparaison de deux modèles

Soit une spire circulaire de centre O et de rayon R parcourue par un courant I . Soient A et A' deux points de l'axe de la spire tels que $OA = OA' = a$. Soit \vec{B} le champ créé par la spire.



1. Une telle spire de courant produit un champ magnétique sur son axe Oz colinéaire à \vec{e}_z . Justifier cette affirmation. Ce champ magnétique est-il pair ou impair avec z ?
2. On considère un point M situé sur l'axe de cote z . La spire est vue depuis ce point M sous un angle α ou cet angle est mesuré entre l'axe et le bord de la spire. On donne la formule du champ magnétique produit :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z$$

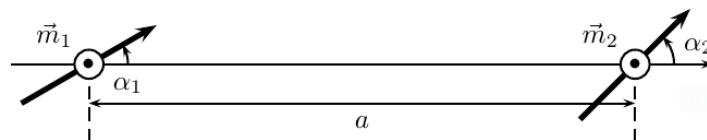
Rechercher le endroit où le champ magnétique est maximal. Tracer la allure de l'évolution de $B_z(z)$.

3. Déterminer la circulation de \vec{B} le long de AA' .
4. En utilisant le théorème d'Ampère (le long du circuit fermé $AA' + C$), en déduire la circulation de \vec{B} le long du circuit C , demi-cercle de centre O et de rayon a .
5. Déterminer le moment magnétique \vec{M} de la spire, le champ créé par ce moment et la circulation de ce champ le long de C . Comparer au résultat de la question précédente.

POUR ALLER PLUS LOIN

EXERCICE 4 : Oscillateur à deux dipôles

Deux dipôles magnétiques de même moment dipolaire m constant peuvent tourner librement autour de deux axes parallèles, fixes, perpendiculaires à la droite AB qui les joint ($AB = a$).



1. Établir l'expression de l'énergie potentielle d'interaction entre ces deux dipôles, en fonction des angles α_1 et α_2 faits par les deux moments dipolaires avec la droite AB . On posera $W_0 = \frac{\mu_0 m^2}{4\pi a^3}$.
2. Déterminer les états d'équilibre du système. Étudier leur stabilité.
3. On appelle J le moment d'inertie d'un de ces dipôles par rapport à son axe de rotation. Déterminer la pulsation des petites oscillations autour de l'équilibre d'un dipôle lorsque l'orientation de l'autre est bloquée.