jeudi 10 septembre départ -
11 septembre Tianjin
+14 jours
25 septembre à Pékin.
lundi 28 septembre.
3 semaines!
Bonjour!

2ème professeur français :

Équations différentielles :

vers le 15 octobre :

Cours en ligne :

TD → vidéos corrigés

→ corrigés écrits

→ Session live :

Si vous ne comprenez pas quelque chose

Posez des QUESTIONS

par mail

vincent.mercat@centralepekin.cn

tableaux $\Longrightarrow$ fichier.pdf.

Serveur de Beihang :

Maths2020/P2018.

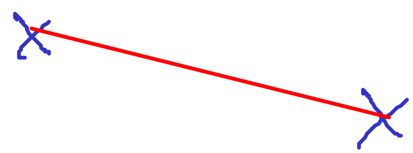
polycopié.pdf.

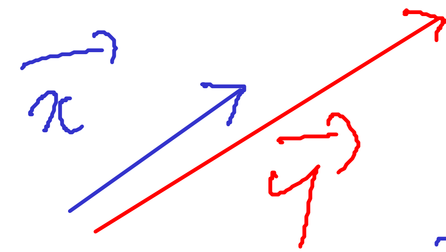
vidéos.mp4.

tableaux.pdf.

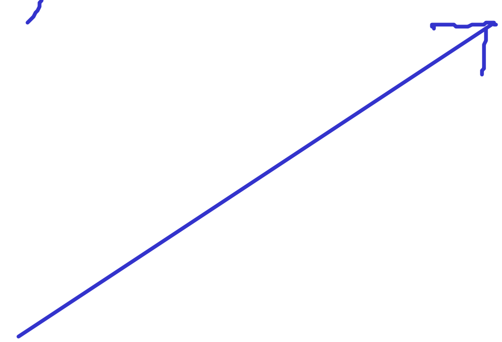
E un espace vectoriel.

distance. Une norme $\vec{y} = 2\vec{x}$

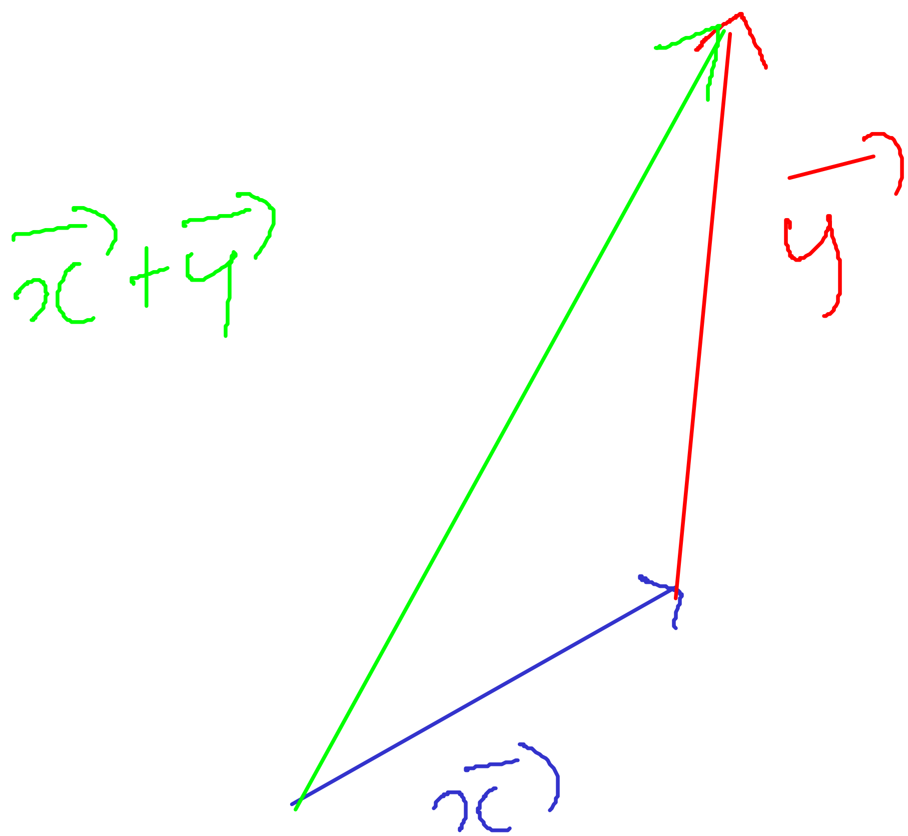




$$2\,\|\vec{x}\| = \|\vec{y}\|.$$



$\vec{0}$


$\vec{x}+\vec{y}$
$\vec{y}$
$\vec{x}$

$N(\vec{x}) = \|\vec{x}\|$

$(E, \| \ \|)$ est un e.v.n.

$\| \ \| : E \longrightarrow \mathbb{R}_+$ ok pour a) b) c)

b) $\|(x_1 \dots x_n)\|_1 = |x_1| + \dots + |x_n| = 0$

$\Longrightarrow \forall i \in [\![1, n]\!] \ x_i = 0$ car $|x_i| \geq 0$.

a) $\|(x_1 \quad x_n)\|_2 = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right)^{1/2} = 0$

$\Longrightarrow x_i = 0 \ \forall i \in [\![1, n]\!]$ car $x_i^2 \geq 0$

c) ok

Séparation :

a) $\|\lambda(x_1 \cdots x_n)\|_2 = \|(\lambda x_1, \cdots, \lambda x_n)\|_2$

$$= \left(\sum_{i=1}^{n} |\lambda x_i|^2\right)^{1/2}$$

$$= \left(|\lambda|^2 \sum_{i=1}^{n} |x_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

Rappel: $\sqrt{|\lambda|^2} = |\lambda|$

$$= |\lambda| \, \|(x_1 \cdots x_n)\|_2$$

de même pour b) et c)

La difficulté : l'inégalité triangulaire.

b) $\|(x_1, \dots, x_n) + (y_1, \quad , y_n)\|_1$

$= \|(x_1 + y_1, \quad , x_n + y_n)\|_1.$

$= |x_1 + y_1| + |x_2 + y_2| + \dots + |x_n + y_n|$

On sait que si $a, b \in \mathbb{C}$, $|a+b| \leq |a| + |b|$.

$\leq |x_1| + |y_1| + |x_2| + |y_2| + \quad + |x_n| + |y_n|$

$=$

$\|(x_1, \dots, x_n)\|_1 + \|(y_1, \dots, y_n)\|_1.$

$\| \ \|_1$ est une norme.

$$\|(x_1, \dots, x_n) + (y_1 \dots y_n)\|_\infty = \sup_{i \in [\![1,n]\!]} |x_i + y_i|.$$

Mais $\underline{\forall i \in [\![1, n]\!]}$ $|x_i + y_i| \leq |x_i| + |y_i|$

$$\underline{|x_i + y_i| \leq} \sup |x_i| + \sup |y_i|$$

$$= \underline{\|(x_1 \dots x_n)\|_\infty + \|(y_1 \dots y_n)\|_\infty}$$

Par définition de la borne supérieure

$$\|(x_1 \ \ x_n) + (y_1 \dots y_n)\|_\infty \leq \|(x_1 \dots x_n)\|_\infty + \|(y_1 \dots y_n)\|_\infty$$

$\| \ \|_\infty$ est une norme.

$\| \ \|_2$ vérifie l'inégalité triangulaire.

Pour le montrer, on utilise le produit scalaire (Cauchy Schwarz).

---

mathématiques

maths

physique

matheuse

mathématiques

$f, g \in \mathcal{B}(I, E)$. $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$

1) $\lambda f + \mu g \in \mathcal{B}(I, E)$? $\subset \mathcal{F}(I, E)$.

2) $0 \in \mathcal{B}(I, E)$: $\quad 0 : \begin{array}{l} I \longrightarrow E \\ x \longmapsto 0_E \end{array}$.

$\sup_{x \in I} \|0(x)\| = 0$. $\quad \|0(x)\| \leq 0$.

---

preuve du 1) : $\forall x \in I$

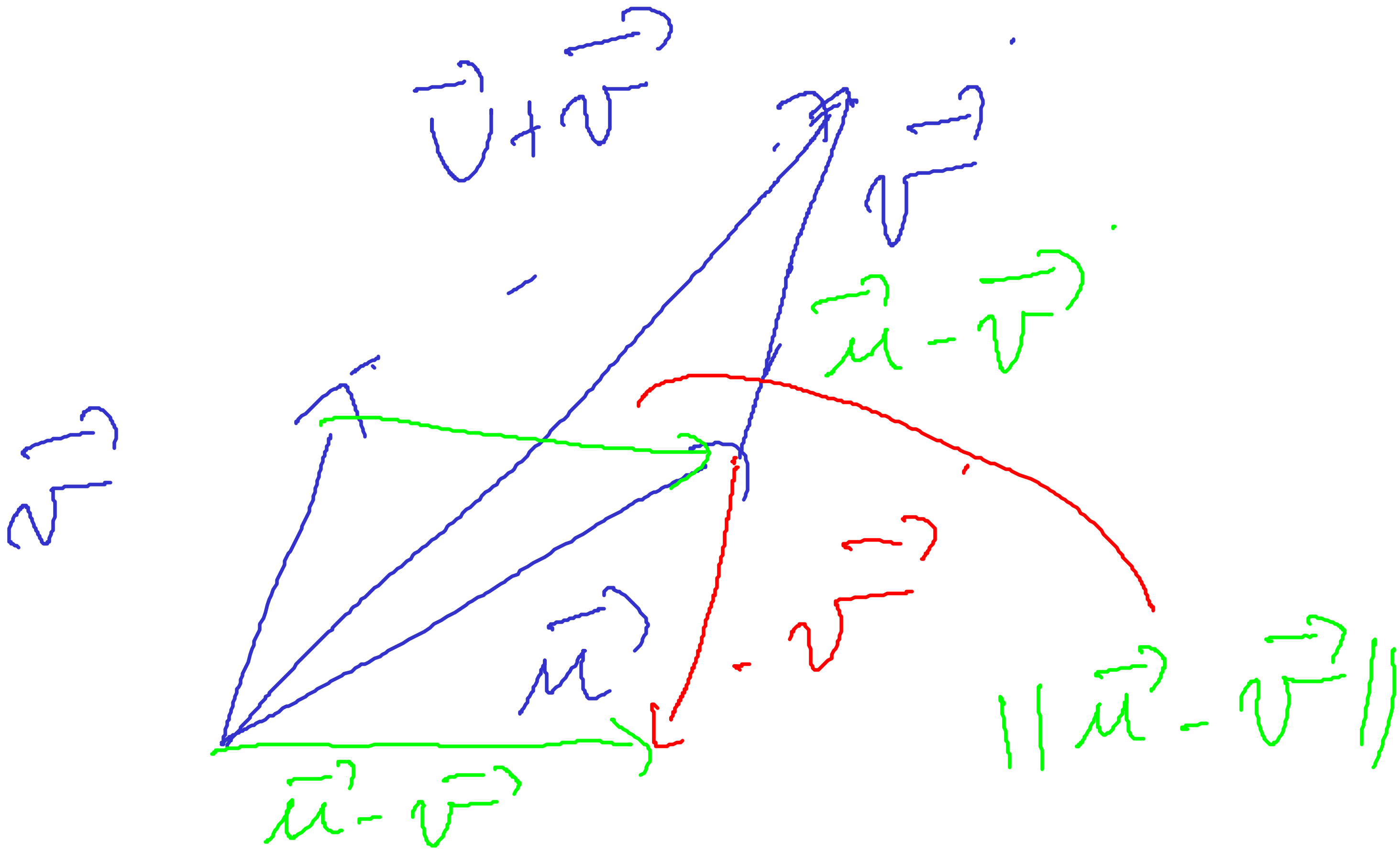
$\|\lambda f(x) + \mu g(x)\| \leq |\lambda| \|f(x)\| + |\mu| \|g(x)\|$.

Par hypothèse il existe M et N tq

$\forall x \in E \quad \|f(x)\| \leq M$ et $\|g(x)\| \leq N$.

Donc $\quad \|\lambda f(x) + \mu g(x)\| \leq |\lambda| M + |\mu| N$.

$\lambda f + \mu \in \mathcal{B}(I, E)$



$d(a,c) \geqslant d(a,b) - d(b,c)$.

$d(a,c) \geqslant d(b,c) - d(a,b)$.

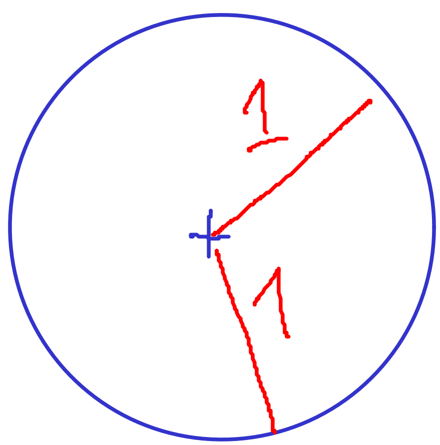
$\Longrightarrow d(a,b) \geqslant |d(a,b) - d(b,c)|$

---

cercle de centre O et de rayon 1 :

$\{x \in E, \ \|x - 0\| = 1\} = \mathcal{C}(0, 1, \| \ \|)$.

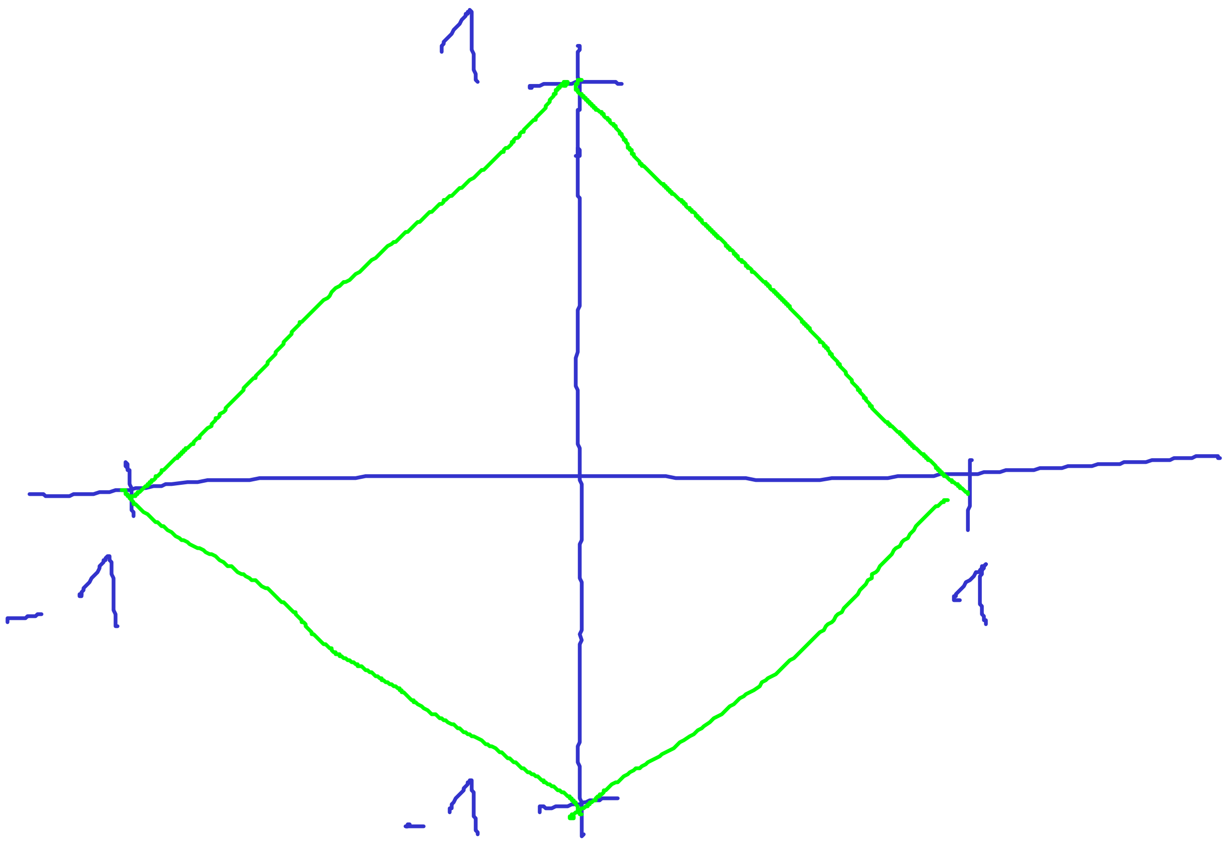
$\|x\|_2$



$$\mathcal{C}(0,1,\|\ \|_1)$$
$$= \{ x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2,\ |x_1| + |x_2| = 1 \}.$$

si x_1 et $x_2 \geq 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 1$

si $x_1 \leq 0$ et $x_2 \geq 0 \Rightarrow -x_1 + x_2 = 1.$

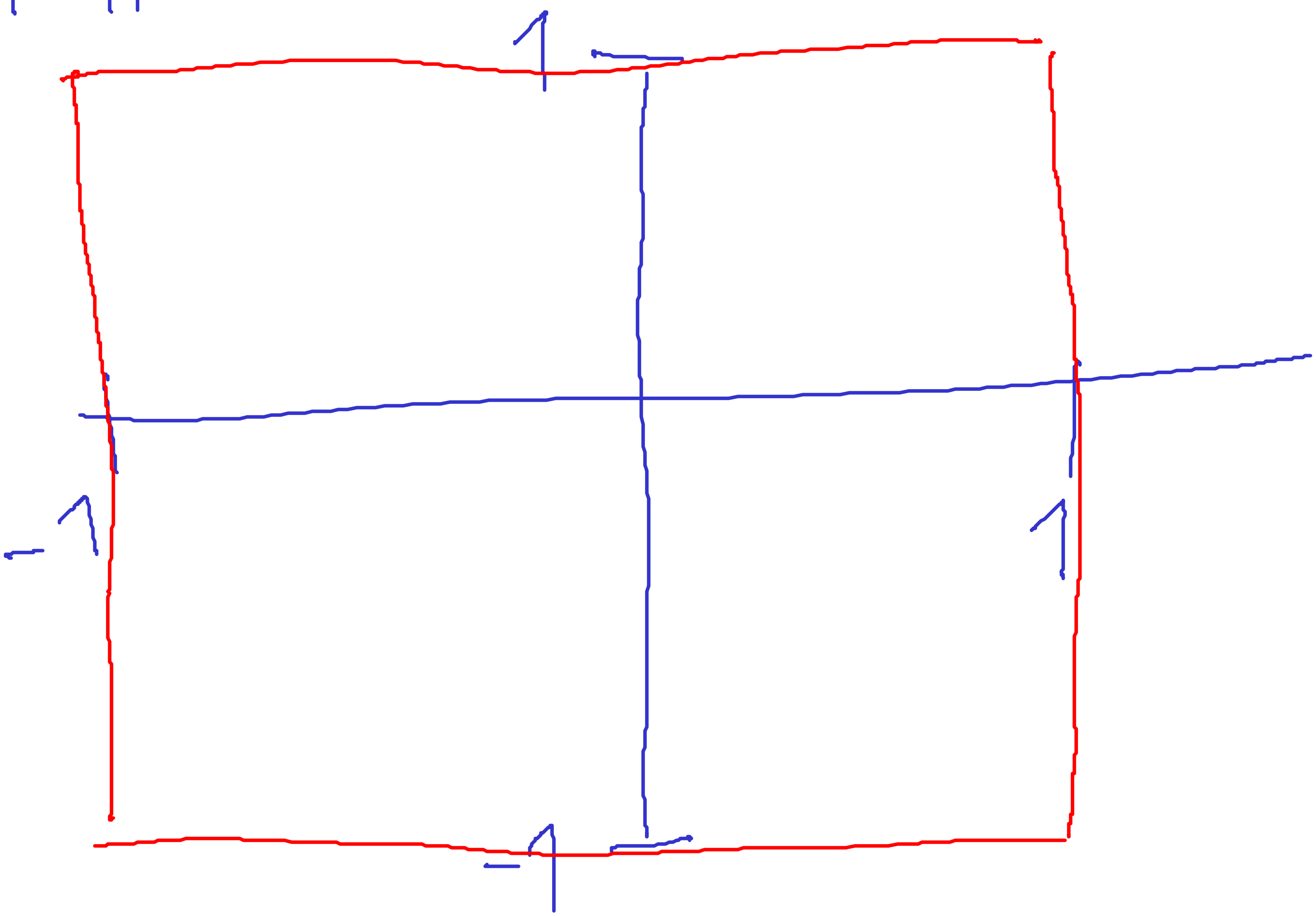


$$\mathcal{C}(0,1,\|\ \|_\infty) = \{(x_1,x_2)\in E,\ \sup\{|x_1|,|x_2|\}=1\}$$

$$\Rightarrow |x_1| = 1 \quad \text{et} \quad |x_2| \leq 1$$

ou

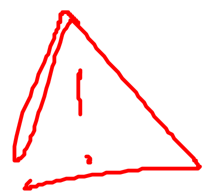
$$|x_1| \leq 1 \quad \text{et} \quad |x_2| = 1$$



$$\int_a^b |f(t)-g(t)|\,dt = \|f-g\|_1$$

$$\prod_{i=1}^{+\infty} E_i = E \qquad E_i = \mathbb{R}.$$

$$E = \underline{\mathbb{R}^{\infty}}$$



$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n, \dots).$$

$$\|x\| = \max_{i \in \mathbb{N}^*} |x_i|$$

Ceci n'est néces-
-sairement défini.