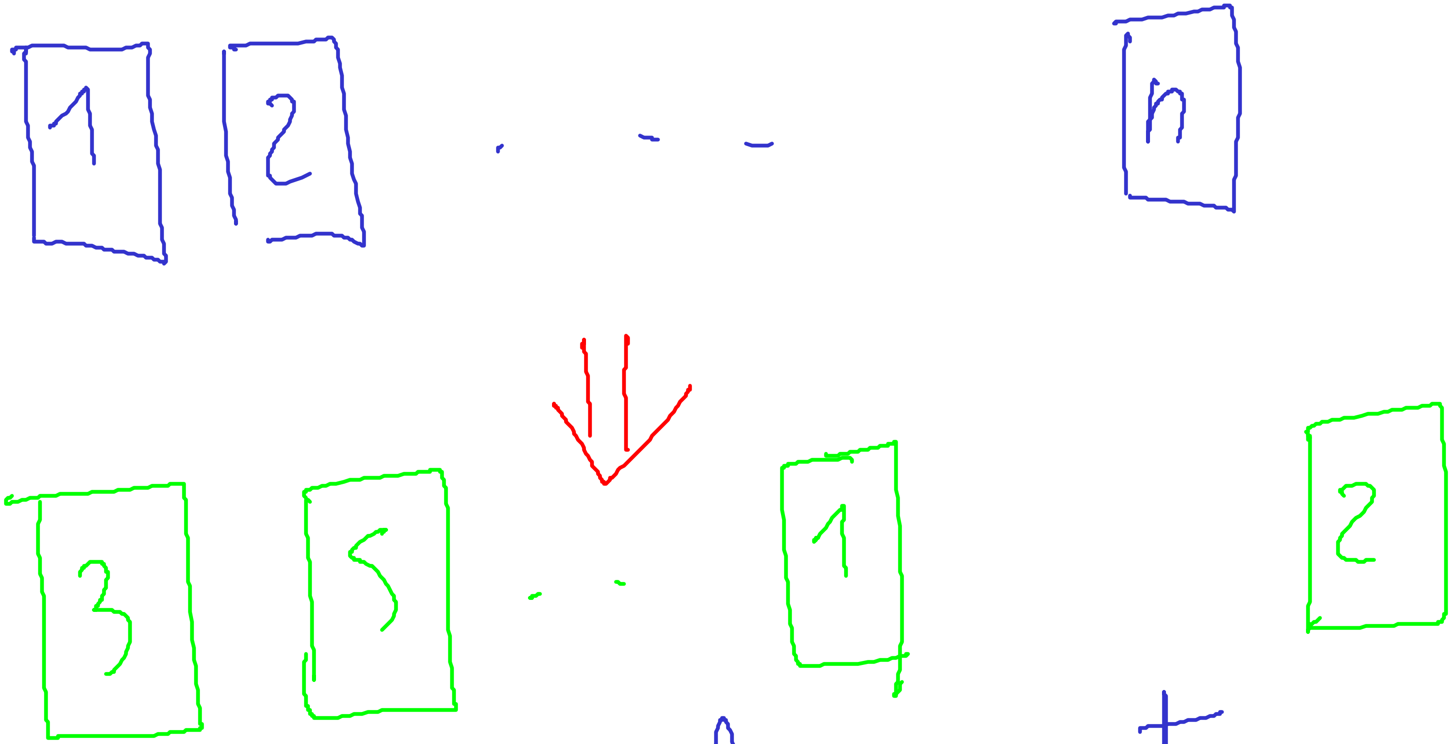

permuter les cartes

permutation

Pourquoi ?

- Math.
- Informatique
- chimie

$$[\![1,n]\!] = \{1, 2, \dots, n\}.$$

$$\begin{array}{lll}
1 & \longmapsto & a_1 \\
2 & \longmapsto & a_2 \\
3 & & \\
\vdots & & \\
n & \longmapsto & a_n
\end{array}$$

$i \neq j$

$a_i \neq a_j$.

1 donne 2.

à 1 on associe 2.

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$ matrice tableau.

S_1 : $\sigma : \{1\} \longrightarrow \{1\} = [\![1, 1]\!]$

singleton.

$1 \longmapsto 1$

$S_1 = \{id\}$

S_2 : $\sigma : \{1, 2\} \longrightarrow \{1, 2\} = [\![1, 2]\!]$

$1 \longmapsto \begin{cases} 1 \Rightarrow 2 \longmapsto 2 \Rightarrow \sigma = id. \\ 2 \Rightarrow 2 \longmapsto 1 \Rightarrow \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$

$S_2 = \{ id, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \}$.

S_3

$$\sigma : \{1,2,3\} \longrightarrow \{1,2,3\}.$$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = id$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

S_3 a 6 éléments

$$6 = 3!$$

$S_n \quad \sigma : [\![1,n]\!] \longrightarrow [\![1,n]\!]$

1) $1 \longmapsto ?$ $\quad \sigma(1) \in [\![1,n]\!]$ n possibilités choix

2) $2 \longmapsto ?$ $\quad \sigma(2) \in [\![1,n]\!]$ $\quad \sigma(2) \neq \sigma(1)$ n-1 possibilités

3) $3 \longmapsto ?$ $\quad \sigma(3) \in [\![1,n]\!], \sigma(3) \neq \sigma(1), \sigma(2)$ n-2 possibilités.

⋮

n) $n \longmapsto ?$ $\quad \sigma(n) \in [\![1,n]\!]$ $\quad \sigma(n) \neq \sigma(1), \dots, \sigma(n-1)$ 1 seule possibilité.

S_n a $n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 1 = n!$

$\sigma : [\![1,n]\!] \longrightarrow [\![1,n]\!]$.

$\sigma(1), \dots, \sigma(n)$: n éléments distincts

car si $k \neq k'$, $\sigma(k) \neq \sigma(k')$.

$\{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\} = [\![1,n]\!]$.

$\underset{\in}{j}$ $j \in$

$\Rightarrow \exists ! \, i$ tq $\sigma(i) = j$.

$$A \Longrightarrow B \iff \neg B \Longrightarrow \neg A$$

$$h \neq l \Longrightarrow \sigma(h) \neq \sigma(l) \iff \sigma(h) = \sigma(l) \Longrightarrow h = l$$

Contraposée

$$\sigma_2 \circ \sigma_1(1) = \sigma_2(2) = 1$$

$$\sigma_2 \circ \sigma_1(2) = \sigma_2(5) = 4$$

$$\sigma_2 \circ \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \cdots \\ 1 & 4 & \cdots \end{pmatrix} \neq \sigma_1 \circ \sigma_2$$

$$3 \times 2 = 2 \times 3$$

$$x\,y = y\,x$$ commutative

$$\gamma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 1 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

support

$$\gamma_1^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_1^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Le support de γ_1 est : $\{1, 2, 3, 5\}$

$=$ γ_1^{-1} $\{1, 2, 3, 5\}$.

$\gamma : [\![1, n]\!] \longrightarrow [\![1, n]\!]$.

$\exists! x_0$ tq $\gamma(x_0) \neq x_0$.

$\forall x \neq x_0$ $\gamma(x) = x$

$\gamma(x_0) = ?$ $\gamma(x_0) \neq \gamma(x) = x$ $x \neq x_0$

retirer $n-1$ valeurs.

donc : $\underline{\gamma(x_0) = x_0}$ Mais ceci

contredit $\underline{\gamma(x_0) \neq x_0}$ donc

Par l'absurd, il n'existe pas de

de permutation de support un seul

élément.

Et à 2 éléments $\{k, l\}$. $k \neq l$

$k \longmapsto l$ transposition.

$l \longmapsto k$

Disjoints: $A \cap B = \emptyset$