$(1\ 2\ 3) = (2\ 3\ 1) = (3\ 1\ 2)$.

$$O_\gamma(x) = \{ x, \gamma(x), \gamma^2(x), \dots, \gamma^{-1}(x), \gamma^{-2}(x), \dots \}$$

A un ensemble : $A = \bigcup_{i=1}^{p} A_i$

$A_i \neq \emptyset$. $\forall i, j$ $A_i \cap A_j = \emptyset$ disjointes.

---

transitif : si $x = y$ et $y = z \Longrightarrow x = z$

On dit que une classe d'équivalence :

$$Cl(x) = \{ y \in [\![0, n]\!], \text{ tq } y \mathcal{R} x \}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix} = \gamma_4$$

$$\mathrm{Bah}(1) = \{1, 5, 6\}$$

$$\mathrm{Bah}(2) = \{2, 4\}$$

$$\mathrm{Bah}(3) = \{3\}$$

$$\mathrm{Bah}(4) = \{4, 2\}$$

$$\mathrm{Bah}(5) = \{5, 6, 1\}$$

$$\mathrm{Bah}(6) = \{6, 5, 1\}$$

x appartient toujours à $\mathrm{Orb}(x)$

donc $\bigcup \mathrm{Orb}(x) = [\![1, n]\!]$

Si $\mathrm{Orb}(x) \cap \mathrm{Orb}(y) \neq \emptyset$:

$z \in \mathrm{Orb}(x) \iff z = \gamma^{h}(x) \iff x \mathcal{R} z$

$z \in \mathrm{Orb}(y) \iff z = \gamma^{h'}(y) \iff y \mathcal{R} z$

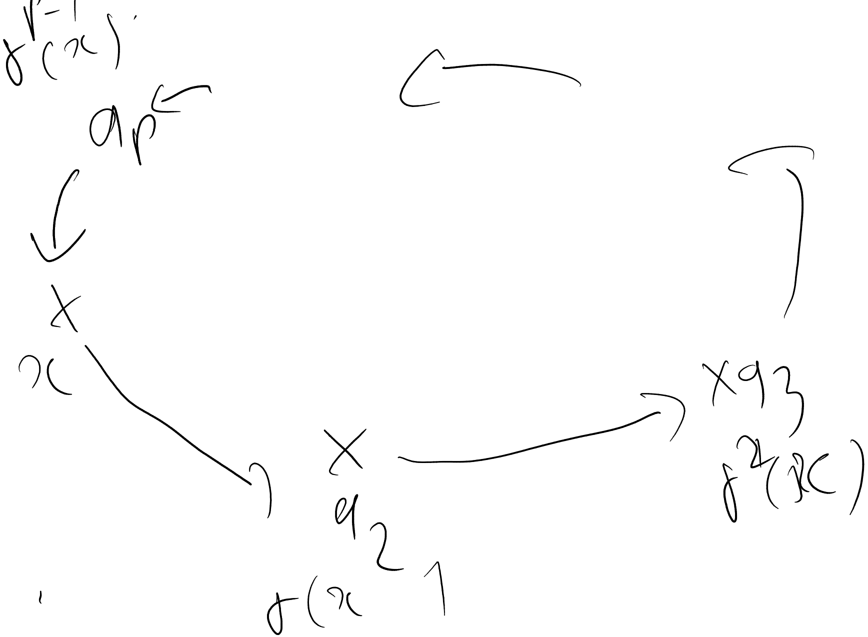
$\Downarrow$

$\gamma^{h'}(y) = \gamma^{h}(x)$

$y = \gamma^{h-h'}(x)$

$y \in \mathrm{Orb}(x) \Rightarrow \mathrm{Orb}(y) \subset \mathrm{Orb}(x)$

De la même manière $Orb(x) \subset Orb(y)$
et donc $Orb(x) = Orb(y)$.



$\forall \sigma \in S_n$

$\sigma = \sigma_1 \circ \quad \circ \sigma_k$ $\quad$ σ_i cycle supports sont disjoints

On peut aussi écrire

$\sigma = \underbrace{\tau_1 \circ \cdots \circ \tau_l}$ $\quad$ τ_i des transpositions.

la décomposition n'est plus unique

le parité de l ne change pas ;

si l est pair et si $\sigma = \tau_1' \circ \cdots \circ \tau_{l'}'$.

alors l' est pair. Et même chose si

l impaire, l' est impair

$$\varepsilon(\gamma) = \prod_{i<j} \frac{\gamma(i)-\gamma(j)}{i-j} = \prod_{i<j} \frac{\gamma(j)-\gamma(i)}{j-i}$$

$\gamma = id$; $$\varepsilon(id) = \prod_{i<j} \frac{i-j}{i-j} = 1.$$

$\gamma = (1\ 2\ 3) \in S_3$.
$$\varepsilon(\gamma) = \frac{\gamma(1)-\gamma(2)}{1-2} \times \frac{\gamma(1)-\gamma(3)}{1-3} \times \frac{\gamma(2)-\gamma(3)}{2-3} = \frac{\cancel{2-3}}{\cancel{1-2}} \times \frac{\cancel{2-1}}{\cancel{1-3}} \times \frac{\cancel{3-1}}{\cancel{2-3}} = -1 \times -1 = 1.$$

$\tau = (1,2)$ dan S_3.

$$\varepsilon(\tau) = \frac{\tau(1)-\tau(2)}{1-2} \times \frac{\tau(1)-\tau(3)}{1-3} \times \frac{\tau(2)-\tau(3)}{2-3}$$

$$= \frac{2-1}{1-2} \times \cancel{\frac{2-3}{1-3}} \times \cancel{\frac{1-3}{2-3}}$$

$$= -1.$$

$$\varepsilon((1\,2\,3)\circ(1,2)) = \varepsilon((1\,2\,3)) \times \varepsilon((1\,2))$$

$$= -1.$$

$$id = (1\ 2) \circ (1\ 2) . \qquad n \geq 2$$

$$\varepsilon(id) = (-1)^2 = 1 .$$

$$\varphi_+ \quad \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \longrightarrow \mathbb{Z}$$

$$(m, n) \longmapsto \varphi_+(m, n) = m + n ,$$

$$\mathcal{P}(E) \times \mathcal{P}(E) \longrightarrow \mathcal{P}(E) .$$

$$(A, B) \longmapsto A \cap B ,$$

$$A \cup B$$

$$\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$
$$(u, v) \longmapsto u \wedge v$$

$$u \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad v \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} \qquad u \wedge v = \begin{pmatrix} yz' - zy' \\ zx' - xz' \\ xy' - yx' \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} x & & x' \\ y & & y' \end{matrix}$$

$$m + n = n + m$$
$$A \cap B = B \cap A$$
$$A \cup B = B \cup A$$
$$u \wedge v \neq - v \wedge u$$

$$\mathcal{F}(E) \times \mathcal{F}(E) \longrightarrow \mathcal{F}(E)$$
$$(f, g) \longmapsto f \circ g.$$

$$f, g : E \longrightarrow E$$

$$\cos : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}. \qquad f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R};$$
$$x \longmapsto \cos x \qquad x \longmapsto x^2$$

$$\cos \circ f(x) = \cos x^2 \neq .$$
$$f \circ \cos(x) = (\cos x)^2$$

$$3 \times 5 \times 7 = (3 \times 5) \times 7 = 3 \times (5 \times 7).$$

associative: $a * b * c = (a * b) * c = a * (b * c).$

si $*$ pas associative : $a * b * c * d$ n'est pas correcte.

$(a * b) * (c * d)$.

$a * (b * (c * d))$.

ABEL.

$(\mathbb{Z}, +)$ $\quad n + 0 = 0 + n = n$ | 0 él^t neutre

$n + (-n) = (-n) + n = 0$

$(-n)$ est le symétrique de n.

la loi + est commutative !

---

1 est l'élément neutre pour la multiplication.

et 0 n'a pas d'inverse :

$$0 \times y = 1 \neq 0.$$

S_n est un groupe : $(S_n, \circ)$

→ associativité : $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

et vérifier que

$$(\sigma_1 \circ \sigma_2) \circ \sigma_3 = \sigma_1 \circ (\sigma_2 \circ \sigma_3)$$

exercice

→ élément neutre : id

$$id \circ \sigma = \sigma \circ id = \sigma.$$

→ On a vu que si σ est une

permutation alors la permutation réciproque σ^{-1} vérifie

$$\sigma \circ \sigma^{-1} = \sigma^{-1} \circ \sigma = id.$$