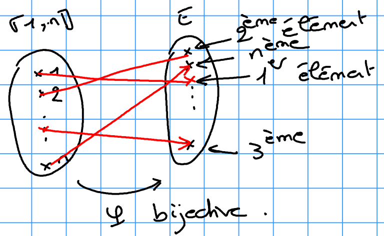
ALG 1

Chap 5 : Dénombrement

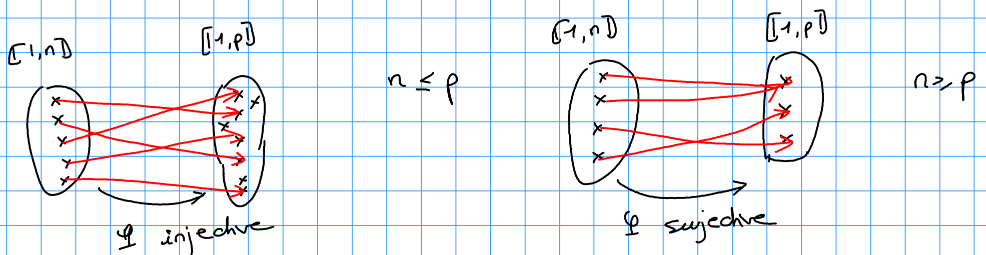
Cours 13 (1)

1. Ensembles finis et cardinaux

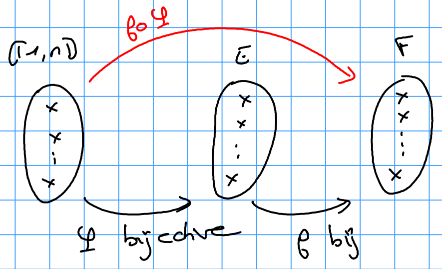
1. Cardinal d'un ensemble fini.



Prop 5.



Prop 6.

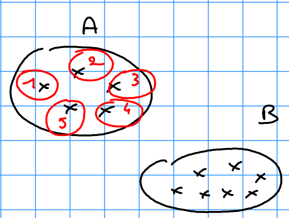


1. Ensembles finis et cardinaux

Cours 12 (2).

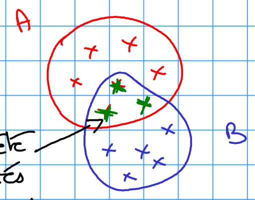
2. Cardinal d'un sous ensemble et réunion

Prop 7. $A = \{a_1, \dots a_n\}$ $\quad B = \{b_1, \dots b_p\}$



$$\varphi : \{1 .. n+p\} \longrightarrow A \cup B$$

$$\begin{array}{lcl}
1 & \longmapsto & a_1 \\
2 & \longmapsto & a_2 \\
 & \vdots & \\
n & \longmapsto & a_n \\
n+1 & \longmapsto & b_1 \\
n+2 & \longmapsto & b_2 \\
 & \vdots & \\
n+p & \longmapsto & b_p .
\end{array}$$



ont été comptés 2 fois dans card A + card B.

$A \cap B \neq \emptyset$.

$\text{card } A \cup B = \text{card } A + \text{card } B - \text{card}(A \cap B)$

si $A \cap B = \emptyset$ alors $\text{card}(A \cap B) = 0$

et on retrouve $\text{card } A \cup B = \text{card } A + \text{card } B$.

Donc $\text{card}(A \cup B) = \text{card } A + \text{card } B - \underbrace{\text{card } A \cap B}_{\geq 0}$

$\leq \text{card } A + \text{card } B$.

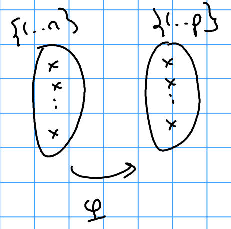
$\text{card}(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq \text{card } A_1 + \text{card } A_2 + \dots + \text{card } A_n$

$\text{card}\left(\bigcup_{i=1}^{n} A_i\right) \leq \sum_{i=1}^{n} \text{card } A_i$.

1. Ensembles finis et cardinaux

Cours 13 (3)

3. Applications entre ensembles finis



si φ est injective alors $n \leq p$

si φ est surjective alors $n \geq p$

si φ est bijective alors $n = p$.

Prop 15. $n = \text{card } E$, $p = \text{card } F$.

$$\begin{array}{ccc} E & \xrightarrow{f} & F \\ \varphi_E \uparrow & & \uparrow \varphi_F \ \downarrow \varphi_F^{-1} \\ \{1..n\} & \xrightarrow{\varphi_F^{-1} \circ f \circ \varphi_E} & \{1..p\} \end{array}$$

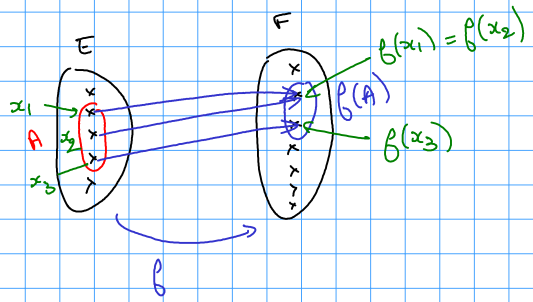
$\varphi = \varphi_F^{-1} \circ f \circ \varphi_E : \{1..n\} \longrightarrow \{1..p\}$.

si φ injective alors $n \leq p$ soit $\text{card } E \leq \text{card } F$

si φ surjective alors $n \geq p$ soit $\text{card } E \geq \text{card } F$

si φ bijective alors $n = p$ soit $\text{card } E = \text{card } F$.

Prop 16.



$A = \{x_1, x_2, x_3\}$

$f(A) = \{\underbrace{f(x_1), f(x_2)}_{=}, f(x_3)\}$

1. Ensembles finis et cardinaux

4. Cardinal d'un produit cartésien

$E \times F = \{(x,y),\ x \in E \text{ et } y \in F\}$. $n = \text{card } E$, $p = \text{card } F$

1) On choisit $x \in E$, alors n choix possibles

2) On choisit $y \in F$, alors p choix possibles

Donc au total, $n \times p$ possibilités.