Feuille de TD n° 1

Vocabulaire et logique

5 mars 2021

Vocabulaire

- $\emptyset$: ensemble vide,
- ∞ : infini,
- $+\infty$: plus l'infini,
- $-\infty$: moins l'infini,
- symétrique \对称\
- couper \相交\
- point d'intersection \交点\
- f est à valeurs \值域\ dans A : l'ensemble d'arrivée de f est inclus dans A.
- équation \方程\
- multiple \倍式\

Exercice 1.

1. Lire les propositions suivantes puis donner leur négation.

   (a) $x = 10$,
   (b) $y \in \mathbb{Z}$,
   (c) p est un nombre impair,
   (d) $x < -1$,
   (e) $x \in]-1, 5]$,
   (f) $y \notin]2, +\infty[$,
   (g) $f(x) \geq \pi$,
   (h) $\exp(ix) \in \mathbb{C}$,
   (i) $\dfrac{1+x}{x^2} \neq 3$,
   (j) L'ensemble E a plus de un élément,
   (k) L'ensemble E a au plus un élément.

2. Compléter les pointillés à l'aide d'ensembles ou d'intervalles puis lire les propositions suivantes.

   (a) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x^2 \leq 4\} =$ ....,
   (b) $\{2k \mid k \in \mathbb{N}\} \cup \{2p+1 \mid p \in \mathbb{N}\} =$ ...,
   (c) $\{(-1)^n \mid n \in \mathbb{N}\} \cap \{x \in \mathbb{R} \mid |x| > 1\} =$ ..,

Exercice 2. Compléter les pointillés.

1. La fonction exp est à valeurs dans .....
2. La fonction .... est à valeurs dans $[-1, 1]$.
3. La représentation graphique de la fonction $x \longmapsto |x|$ est symétrique par rapport à ....
4. Le point M de coordonnées $(0, \sqrt{3})$ appartient à l'axe des ....
5. La courbe représentative de la fonction ln coupe l'axe des abscisses au point de coordonnées ....
6. L'image de $\dfrac{3\pi}{4}$ par la fonction sin est ......
7. L'image de 2 par la fonction $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$; $x \longmapsto x^2 + \exp(x)$ vaut ....
8. Les points 2 et -2 ont la même image par la fonction ...., cette image vaut ..
9. On note x^3 .... de x par la fonction ....
10. Soit $x \in$ ...... L'image de x par la fonction inverse est strictement négative.
11. Soit $x \in]0, 1[$. On a $\ln(x) \in$ ....
12. Les coordonnées des points d'intersection des courbes représentatives des fonctions $x \longmapsto \dfrac{6}{x}$ et $x \longmapsto x + 5$ sont ....
13. La droite d'équation $y = -\dfrac{1}{2}x$ est la représentation graphique de la fonction ....
14. Les droites d'équation $y = 2x + 1$ et $y = -x - 2$ sont sécantes au point de coordonnées ....

Exercice 3 (Table de vérité)**.**

Soit $n \in \mathbb{N}$. Notons $P(n)$ la proposition « n est un multiple de 2 » et $Q(n)$ la proposition « n est un multiple de 3 ».

1. Déterminer les valeurs de vérité de « $(P \ et \ Q)(n)$ » (qui signifie « $P(n) \ et \ Q(n)$ ») selon différentes valeurs de n :

n	$P(n)$	$Q(n)$	$(P\,et\,Q)(n)$
8			
9			
10			
11			
12			

2. Comment peut-on réécrire la proposition $(P \ et \ Q)(n)$?

Exercice 4 (Propositions logiquement équivalentes)**.**

Soient P, Q et R des propositions.

1. (a) Compléter la table de vérité de « $non(P \ et \ Q)$ » :

P	Q	$P \ et \ Q$	$non(P \ et \ Q)$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

   (b) Compléter la table de vérité de « $non(P) \ ou \ non(Q)$ » :

P	Q	$non(P)$	$non(Q)$	$non(P) \ ou \ non(Q)$
V	V			
V	F			
F	V			
F	F			

   (c) Que peut-on conclure ?

2. De la même manière, démontrer que les propositions « $non(P \ ou \ Q)$ » et « $non(P) \ et \ non(Q)$ » sont logiquement équivalentes.

3. (a) Compléter la table de vérité de « $P \ et \ (Q \ ou \ R)$ » :

P	Q	R	$Q \ ou \ R$	$P \ et \ (Q \ ou \ R)$
V	V	V		
V	V	F		
V	F	V		
V	F	F		
F	V	V		
F	V	F		
F	F	V		
F	F	F		

   (b) Compléter la table de vérité de « $(P \ et \ Q) \ ou \ (P \ et \ R)$ » :

P	Q	R	$P \ et \ Q$	$P \ et \ R$	$(P \ et \ Q) \ ou \ (P \ et \ R)$
V	V	V			
V	V	F			
V	F	V			
V	F	F			
F	V	V			
F	V	F			
F	F	V			
F	F	F			

   (c) Que peut-on conclure ?

4. De même, démontrer que les propositions « $P \ ou \ (Q \ et \ R)$ » et « $(P \ ou \ Q) \ et \ (P \ ou \ R)$ » sont logiquement équivalentes.