DM1 de mécanique numérique

Nom :Armand   Numéro d'étudiant :SY1924103

1. **Solution analytique de l'équation (1) :**

1 .1 : la solution générale de l'équation $\ddot{q} + w_0^2 * q = 0$ est

$$q = A * \left(e^{-iw_0 t}\right) + B * (e^{iw_0 t})$$

Selon les conditions initiaux, on peut obtenir A=B=1/2 ;
Alors, q=cos$(2 * pi * (t - 3))$=cos$(2 * pi * t)$

1.2 : selon q(t)=cos$(2 * pi * (t - 3))$=cos$(2 * pi * t)$

On peut obtenir :

$E^* = \frac{1}{2} * (\dot{q}^2 + w_0^2 * q^2)$= $2 * pi^2$=constant

2. **Résolution de l'équation (1) avec un schéma d'EULER explicite**

2.1 : selon l'équation(5), on a $q_{j+1} = q_j + \Delta t * \dot{q}_j$

Alors $\dot{q}_{j+1} = \dot{q}_j + \Delta t * \ddot{q}_j$

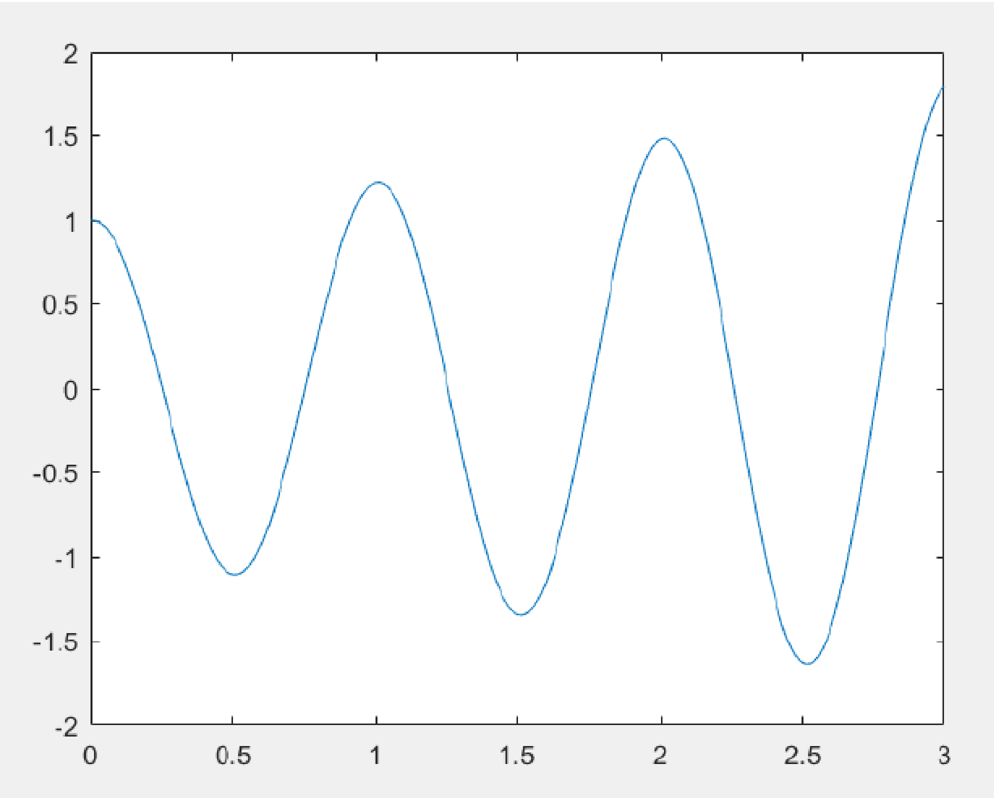
En même temps: on a $\ddot{q}_j = -w_0^2 * q_j$

Alors om peut obtenir l'équation(6).

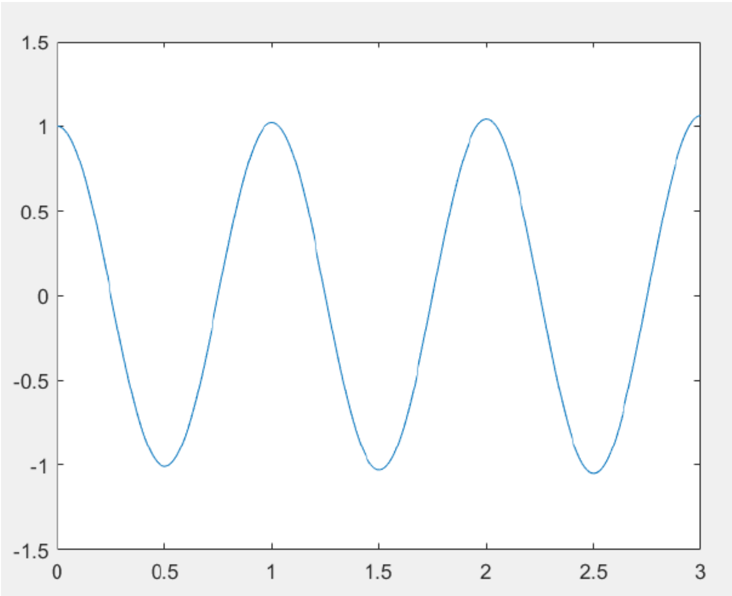
2.2 (a) le code de matlab ici :

```
T=3;
w=2*pi;
n=1000;
del_t=T/n;
qj=zeros(n,1);
qj_prime=zeros(n,1);
qj(1,1)=1;
qj_prime(1,1)=0;
for i=1:n-1
    qj(i+1)=qj(i)+del_t*qj_prime(i);
    qj_prime(i+1)=qj_prime(i)-del_t*qj(i)*w^2;
end
ti=linspace(0,3,n);
ti=ti';
pint=linspace(1,n,n);
plot(ti,qj);
```

2.3 On prend deux différente pas de temps n=300, n=3000 ; et on peut obtenir deux figures :



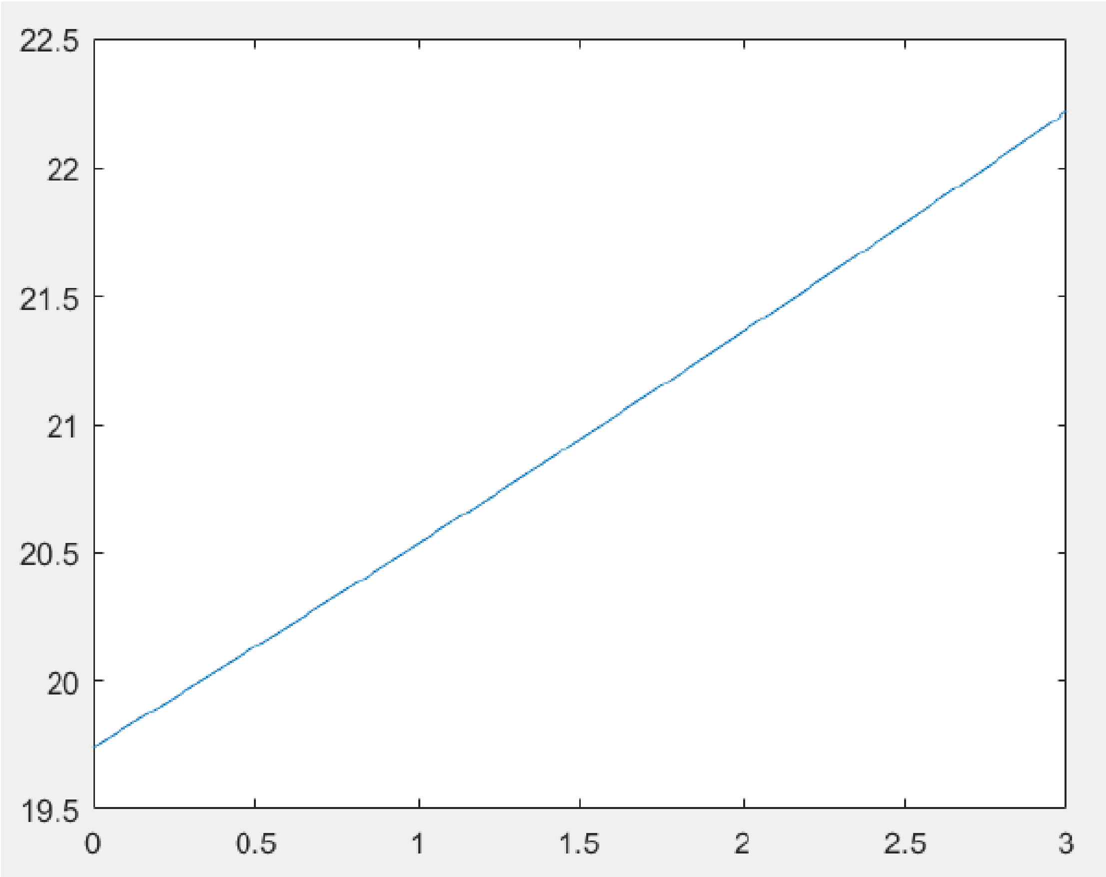
La figure : n=300



La figure : n=3000

Alors on peut obtenir le résultat ce que plus le pas de temps Δt est petit, plus la divergence est lente.

2.4 Selon la figure de changement de la quantité de E^* On peut obtenir que le pas de temps Δt est plus petit, la vitesse d'augmentation est plus petite.



2.5 Pour cette question, je calcule les valeurs propres :

1)1 + 0.0628318530717959i;

2) 1 -0.0628318530717959i

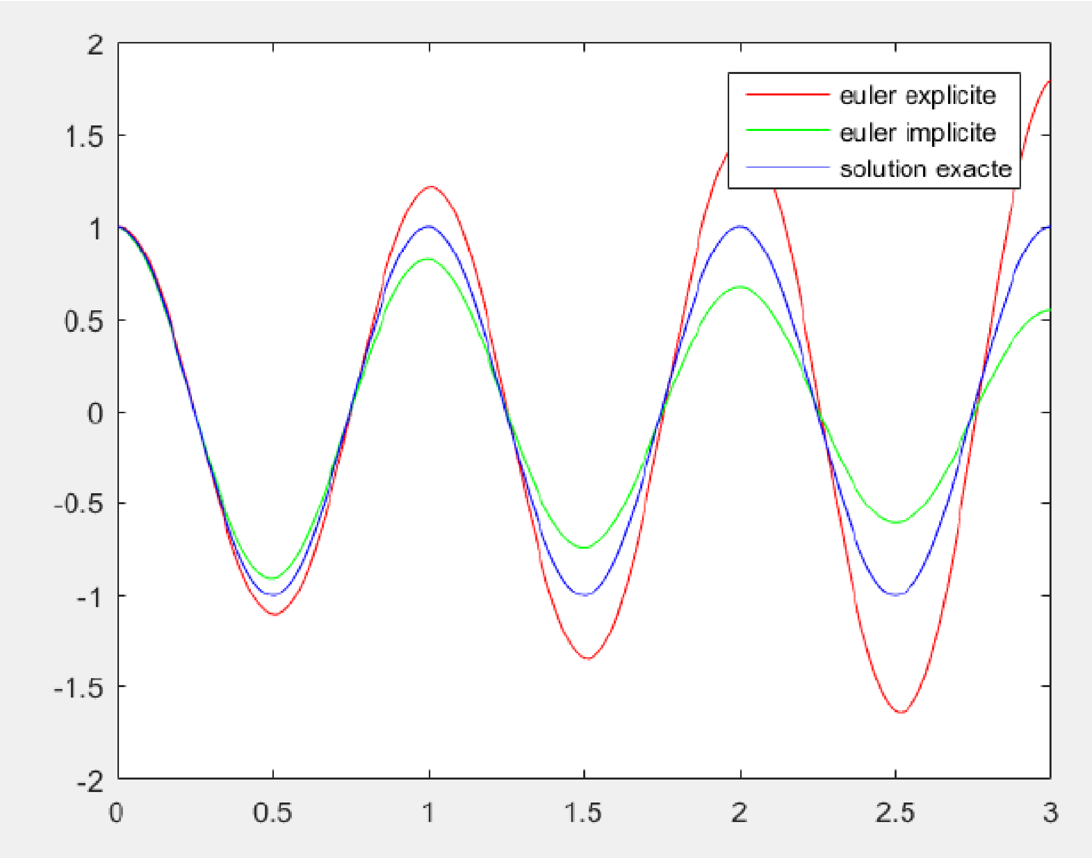
3. **Résolution de l'´equation (1) avec un schéma d'EULER implicite**

3.1 **:** le code de matlab ici :

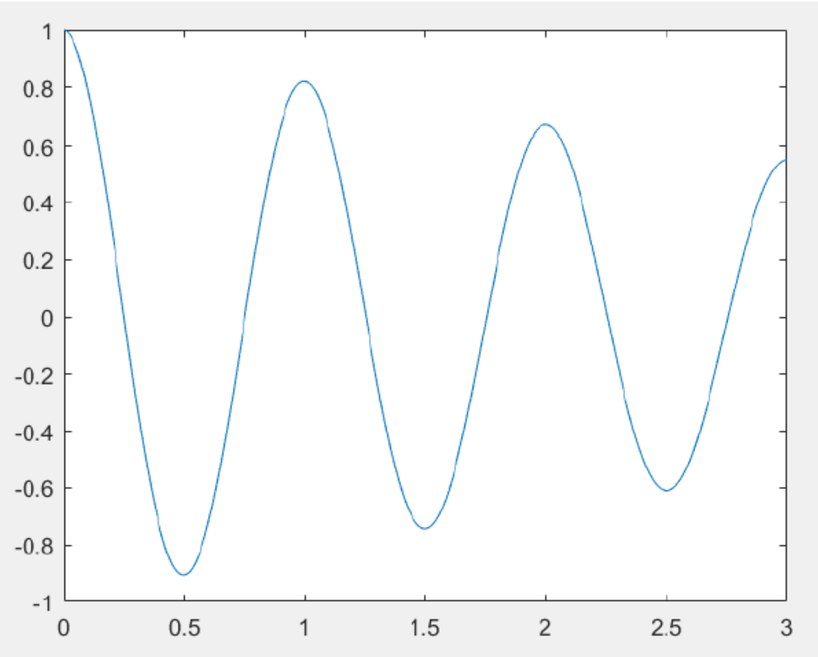
```
T=3;
w=2*pi;
n=1000;
del_t=T/n;
qj=ones(n,1);
qj_prime=ones(n,1);
qj(1,1)=1;
qj_prime(1,1)=0.1;
E=zeros(n,1);
E(1,1)=0.5*(qj_prime(1,1)^2+(w^2)*(qj(1,1)^2));

for i=1:n-1
    qj(i+1)=del_t*qj_prime(i)+qj(i)/(1+(del_t^2)*(w^2));
    qj_prime(i+1)=qj_prime(i)-del_t*(w^2)*qj(i+1);
    E(i+1)=0.5*(qj_prime(i+1,1)^2+(w^2)*qj(i+1,1)^2);
end
ti=linspace(0,3,n);
ti=ti';
pint=linspace(1,n,n);
plot(ti,qj);
plot(ti,E);
```

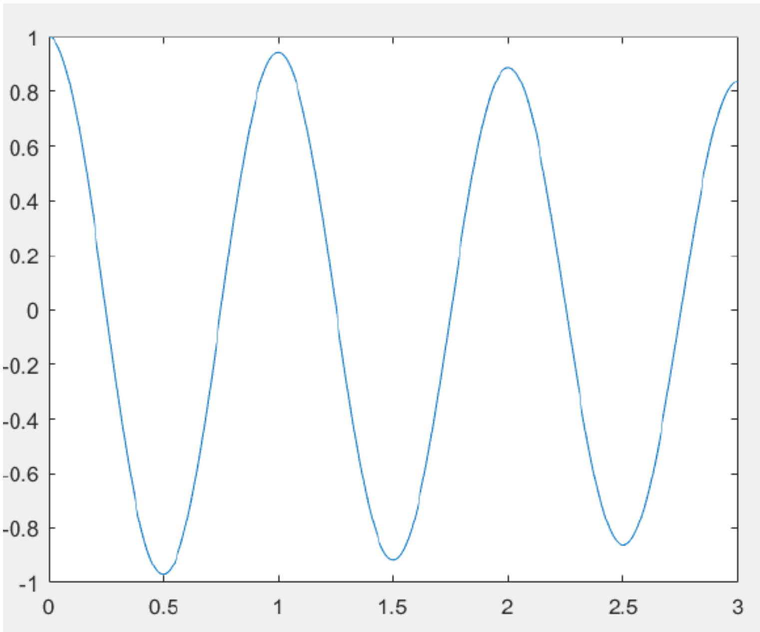
3.2 :on prendra le pas de temps 0.01s, alors on a la figure ici :



3.3 :pour n=300,n=1000, on a deux figures :



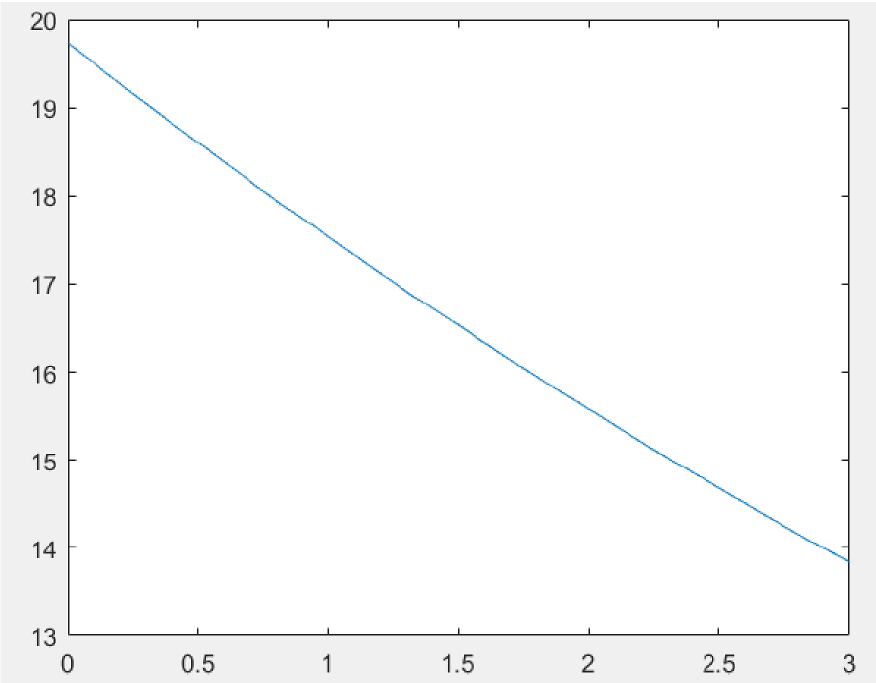
La figure : n=300



La figure : n=3000

Selon la comparaison de deux figures, on peut obtenir le résultat que e pas de temps _t est petit, plus l'atténuation des oscillations est faible.

3.4 **:** Selon la figure de changement de la quantité de E^* , on peut obtenir que le pas de temps est plus petit, la vitesse d'augmentation est plus petite.



la figure de changement de la quantité de E^*

3.5 **:** pour cette question, je calcule les valeurs propres :

1) 0.999 + 0.018843i,

2) 0.999- 0.018843i,